

مركز البحوث

# الرقابة الإحصائية على العمليات

تأليف

محمد عبدالرحمن إسماعيل

مرفق قرص يحتوي على ملفات إكسل للأمثلة الواردة في الكتاب.

بسم الله الرحمن الرحيم



مركز البحوث

# الرقابة الإحصائية على العمليات

تأليف

محمد عبدالرحمن إسماعيل

١٤٢٧هـ - ٢٠٠٦م

ⓒ معهد الإدارة العامة، ١٤٢٧هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

إسماعيل، محمد عبدالرحمن

الرقابة الإحصائية على العمليات/ محمد عبدالرحمن إسماعيل –

الرياض، ١٤٢٧هـ

٤٥٦ ص ٢١سم × ٢٨سم

ردمك: ٢-١٤٦-١٤-٩٩٦٠

١- الإحصاء أ. العنوان

ديوي ٣١٠ ١٤٢٧/٣٠٠١

رقم الإيداع: ١٤٢٧/٣٠٠١

ردمك: ٢-١٤٦-١٤-٩٩٦٠

# المحتويات

| الموضوع | | الصفحة |
|---|---|---|

| الموضوع | | الصفحة |
|---|---|---|

## مقدمة:

تنظر معظم المنظمات اليوم إلى مراقبة الجودة في أنشطتها نظرة عناية واهتمام، وتعدها وسيلة فاعلة ومهمة لإنتاج سلع وخدمات تلبي احتياجات العملاء المتغيرة والمتزايدة. ومراقبة الجودة هي مجموعة من الأدوات والطرق التي تستخدم لفهم ومراقبة وتحسين أداء العمليات. ومن أهم الطرق المستخدمة لمراقبة وضبط العمليات ما يعرف بالرقابة الإحصائية على العمليات (Statistical Process Control (SPC)).

يتناول هذا الكتاب بفصوله السبعة موضوعات الرقابة الإحصائية على العمليات من خلال عرض شامل وسهل ومتسلسل. ويبدأ الكتاب بعرض بعض المفاهيم المهمة في الإحصاء والجودة التي تشكل الركيزة الأساسية لموضوعات الفصول اللاحقة. ويتناول الفصل الثاني طرق الإحصاء الوصفي الأساسية ومبادئ الاحتمالات التي تساعد في فهم واستيعاب نظريات خرائط المراقبة. ويستعرض الفصل الثالث الرسوم البيانية الأساسية المستخدمة في مراقبة مخرجات العمليات باستثناء خرائط المراقبة التي هي موضوع الفصول من الرابع إلى السادس. أما الفصل الرابع فقد تم تخصيصه لخرائط مراقبة المتغيرات (Variable Control Charts) الأساسية وتشمل خرائط الوسط الحسابي والمدى، الوسط الحسابي والانحراف المعياري، الوسيط والمدى والمشاهدات الفردية والمدى المتحرك وخريطة المراقبة للمتغيرات المتعددة. ويستعرض الفصل الخامس خرائط المتوسط المتحرك والمتوسط المتحرك المُرجح أسياً (EWMA) والجمع التراكمي (CUSUM) المستخدمة بصفة أساسية للكشف عن التغيرات الصغيرة والمستمرة في مخرجات العمليات. وفي الفصل السادس تم استعراض خرائط مراقبة الخواص (Attribute Control Charts) وهي تشمل خرائط وحدات عدم المطابقة (p-chart وnp-chart) وخرائط عدم المطابقات (c-chart وu-chart). أما الفصل السابع – وهو الأخير – فيستعرض موضوعات تحليل مقدرة العمليات ونظم القياس التي تعتبر جزءاً أساسياً من برنامج تحسين الجودة؛ حيث تم تخصيص الجزء الأول من الفصل لمناقشة أهم مؤشرات مقدرة العمليات وفي الجزء الثاني تم تناول طرق تقييم نظام القياس الأساسية. ووضعنا في نهاية الكتاب عشرة ملاحق شملت جداول القيم الحرجة لبعض التوزيعات الإحصائية (التوزيع الطبيعي، و $\chi^2$، وt، وF)، القيم الحرجة لاختبار تبعية المتغيرات للتوزيع الطبيعي، والثوابت المستخدمة في إعداد خرائط المراقبة وطرق تحليل نظام القياس، بالإضافة إلى قائمة بالمصطلحات الإنجليزية التي تم ترتيبها هجائياً مع مقابلتها باللغة العربية، وقائمة بملفات إكسل المتضمنة في القرص المدمج المرفق مع الكتاب. كما وضعنا في نهاية كل فصل تمارين لتمكين القارئ من اختبار مدى فهمه لمادة الفصل.

وتم عرض المفاهيم الواردة في الكتاب عرضاً سهلاً مبسطاً يساعد على التعلم الذاتي دون معاناة كبيرة. فبالإضافة إلى المعالجة النظرية المتعمقة لموضوعات الرقابة الإحصائية على العمليات تم التركيز على أمثلة وتطبيقات متنوعة مستمدة من البيئة الصناعية والخدمية.

كما تم تطوير أوراق عمل (Spreadsheets) خاصة لرسم خرائط المراقبة بحيث يمكن الاستفادة من هــذه الأوراق لتصبح قوالب (Templates) في إعداد خرائط مراقبة باستخدام بيانات مختلفة عن تلك التي اســتُخدمت في أمثلة الكتاب وذلك بإجراء تعديلات طفيفة عليها.

وختاماً أرجو من الله أن أكون قد وفقت بهذا الجهد المتواضع في إعداد مرجع سهل للعــاملين فــي مجــال مراقبة الجودة، وللباحثين والطلاب. كما أرجو أن يكون هذا الكتاب إضافة حقيقية للمكتبة العربية التي تعاني نقصاً شديداً في الكتب العلمية المتخصصة.

وما توفيقي إلا بالله العلي العظيم، عليه توكلت، وإليه أُنيب. وصلى الله وسلم على نبينا محمد.

# الفصل الأول

# مفاهيم أساسية

يتناول هذا الفصل مفاهيم الرقابة الإحصائية على العمليات التي تشكل الركيزة الأساسية لموضوعات الفصول اللاحقة. ويتألف الفصل من مفهوم الجودة، ومصطلحات الإحصاء والجودة الأساسية، وتعريف وأهداف الرقابة الإحصائية على العمليات، واستخدام الحاسب الآلي في الرقابة الإحصائية على العمليات.

## ١-١ مفهوم الجودة:

### ١-١-١ تعريف الجودة:

ظل مفهوم الجودة حتى بدايات القرن العشرين مقصوراً على المطابقة للمواصفات (Conformance to specification)؛ أي أن الجودة تعني درجة مطابقة منتج معين لتصميمه أو مواصفاته (Farnum 1994 p. 5). غير أن هذا المفهوم قد أخذ في التطور خلال القرن العشرين الماضي، وطرأ عليه العديد من التعديلات المختلفة من قبل المفكرين وممارسي الجودة. وكثرت تعريفات الجودة ولم تتفق الآراء على تعريف واحد شامل جامع لها؛ لما للمحتوى الفكري للمفهوم من تشعب وفيما يلي نستعرض بعضاً من تعريفات الجودة:

- جليمور (Glimore 1974 p.16): الجودة هي درجة تحقيق منتج معين لرغبات مستهلك محددة.
- الجمعية الأمريكية لضبط الجودة (ASQC 1983): الجودة هي مجمل سمات وخصائص منتج أو خدمة، تحمل تلك الخصائص القدرة على الوفاء باحتياجات محددة.
- جوران ( Juran 1988 p. 2 ): الجودة هي الملاءمة للاستخدام.
- كروسبي (Crosby 1995 p. 60; Crosby 1979 p.15): الجودة هي المطابقة للاحتياجات.
- ماكينلي (ماكينلي ١٩٩٣ ص ٤٧): الجودة هي تحقيق احتياجات وتوقعات العملاء أو تجاوزها، وهذا يتطلب أن تركز المنظمة بشكل مستمر على العملاء.
- ديمنج (Deming 1986 p.5): الجودة هي "تحقيق احتياجات وتوقعات العميل حالياً ومستقبلاً".
- بيري ديرومي (إدارة الجودة الشاملة www.itu.org.eg ): الجودة هي "تكامل الملامح والخصائص لمنتج أو خدمة ما، بصورة تمكن من تلبية احتياجات ومتطلبات محددة أو معروفة ضمناً".
- بيسترفيلد (Besterfield 2001 p.1): الجودة شيء غير ملموس تعتمد على الإدراك. وقد عرف بيسترفيلد الجودة كمياً بصياغة المعادلة التالية:

$$Q = \frac{P}{E}$$

حيث إن Q الجودة وP الأداء (Performance) وE التوقعات (Expectations). فإذا كانت قيمة Q أكبر من واحد صحيح يعني ذلك رضا العميل نحو المنتج أو الخدمة المقدمة له. وواضح أن تحديد الأداء وتحديد التوقعات يعتمدان على الإدراك؛ إذ المنظمة تحدد الأداء والتوقعات يحددها العميل.

- تاجشي (Farnum 1994 p. 5) و(Berk and Berk 2000, pp. 116-123): يعرف د. تاجشي (Genichi Taguchi) الجودة بمنظور مختلف عن المفهوم التقليدي. حيث ركز تاجشي على الخسارة التي يمكن أن يحدثها المنتج للمجتمع – المنتجين والمستهلكين – إذا لم يكن مطابقاً للمواصفات المحددة. هذه الخسارة أو التكاليف يمكن قياسها في شكل الطاقة والزمن الضروريين لمعالجة المشكلة، أو في شكل نقدي كتكاليف تبديل القطع المعيبة أو فقدان ثقة العميل أو فقدان جزء من سوق المنتج، أو التأثيرات الجانبية الناجمة عن المنتج كتلوث البيئة والضجيج وغيرها. وبهذا التعريف نجد أن خسائر المجتمع تزداد بزيادة انحرافات المواصفات الفعلية عن المواصفات المحددة لها؛ فتلك المواصفات تمثل الصيغة المثلى للمنتج التي تحقق أقصى منفعة ممكنة. وعليه فإن تكاليف عدم المطابقة تظهر بمجرد أي انحراف عن المواصفات المحددة سواء كان في نطاق المسموح به أو غير المسموح به. وعبر تاجشي عن الخسارة باستخدام دالة تربيعية تعرف بدالة الخسارة (Loss function) التي تأخذ الصيغة التالية (Montgomery 1991 p.416):

$$L(y) = k\left(y-T\right)^2$$

حيث إن:

$L(y)$ الخسارة الناتجة عن أي اختلاف لخاصية جودة عن المواصفات المحددة لها.

$k$ ثابت (معامل الخسارة).

$y$ خاصية جودة منتج أو خدمة.

$T$ القيمة المستهدفة لخاصية الجودة (Target value).

ويستشف من مفهوم تاجشي للجودة أنه يركز على تقليل الاختلافات في خواص المنتج أو الخدمة عن المواصفات المحددة لها إلى درجة الصفر.

ومن خلال استعراضنا لتعريفات بعض المفكرين لمفهوم الجودة يُلاحظ أن هناك تبايناً واضحاً حوله؛ فمنهم من ينظر إلى مفهوم الجودة على أساس العميل، ومنهم ينظر إليه على أساس التصنيع، وآخرون على أساس المنتج وهكذا. لذا قسم بعض الكتّاب تعريفات الجودة إلى خمسة مداخل حسب الأساس الذي يستند إليه، (انظر (Garvin, 1988, pp.40-48) و Mitra, 1993 p.7 و www.vanderbilt.edu)، وهذه المداخل هي:

| الأساس | تعريف الجودة |
|---|---|
| ١- العميل (Customer - Based) | الملاءمة للاستخدام، مقابلة توقعات العميل. |
| ٢- التصنيع (Manufacturing – Based) | المطابقة للتصميم والمواصفات والاحتياجات، الخلو من العيوب. |
| ٣- المنتج (Product – Based) | أن يكون للمنتج خواص إضافية ذات قيمة مقارنة بالمنتجات المماثلة. |
| ٤- القيمة (Value – Based) | المنتج هو أفضل توليفة بين السعر والمظهر. |
| ٥- المثالية (Transcendent) | غير معرَّفة وغير محددة، ولكنها شيء جميل. |

### ١-١-٢ أبعاد الجودة (Quality Dimensions):

توضح التعريفات المختلفة لمفهوم الجودة أن للجودة أبعاداً عديدة تمثل أوجهاً للمنتج لخّصها جارفن (Garvin 1987) في ثمانية أبعاد، هي:

١. الأداء (Performance): يقيم العملاء المنتج على أساس قدرته على أداء وظائف محددة مثل السرعة، والحجم ونحوها من الوظائف المحددة.

٢. العولية/الموثوقية (Reliability): يعكس هذا البعد مدى قدرة المنتج على أداء الوظائف التي صمم للقيام بها لفترة معقولة من الزمن. فمثلاً يتوقع العميل عند شراء سيارة جديدة أن تعمل لفترة طويلة – سنتين إلى ثلاث سنوات – دون حدوث أعطال كبيرة.

٣. المتانة/الدوام (Durability): يعكس هذا البعد العمر الفعلي للمنتج، إذ ينظر العميل إلى جودة المنتج من زاوية أدائه لفترة طويلة بمستوى مُرضٍ.

٤. القابلية للخدمة (Serviceability): يعكس هذا البعد خدمات ما بعد البيع؛ أي سرعة وكفاءة توافر خدمات الصيانة للمنتج. فعلى سبيل المثال يميل العميل إلى شراء السيارة التي لها وكيل يوفر قطع الغيار والصيانة لفترة ما بعد البيع.

٥. النواحي الجمالية (Aethetics): يهتم هذا البعد بمظهر وشكل السلعة من حيث اللون، التغليف، ونحوها من خصائص المظهر.

٦. المزايا الإضافية (Added Features): يشير هذا البعد إلى خصائص إضافية تدعم الوظائف الأساسية للمنتج أو الخدمة.

٧. الجودة المدركة (Perceived Quality): يقصد به سمعة الشركة ومنتجاتها وخدماتها؛ ففي أحيان كثيرة يعتمد العميل في تقييمه للجودة على سمعة المنتج أو الخدمة. فمثلاً يفضل العملاء شركة طيران محددة؛ لأنها اشتهرت بانضباطها في المواعيد، وجودة خدماتها.. إلخ.

٨. المطابقة للمعايير (Conformance to Standards): يقصد به أن المنتج قد تم تصنيعه طبقاً للمواصفات المحددة له.

ويُلاحظ أن هذه الأبعاد تناسب المنتج أكثر من الخدمة؛ ذلك لأن الخدمة تتسم بخصائص تختلف عن خصائص المنتج، لخصها (Parasuraman, Zeithaml and Berry 1988) في التالي:

- تتضمن الخدمة جانباً غير ملموس.
- صعوبة تنظيم الخدمة؛ لما لمواصفاتها من تباين واختلاف.
- تنطوي الخدمة على اتصال وتفاعل مع العميل في أثناء تقديم الخدمة.
- عدم قابلية الخدمة للتخزين.
- غالباً ما يتم استهلاك الخدمة في أثناء إنتاجها.

إن جودة الخدمة تتمثل في تحقيق رغبات العميل، وإن متلقي الخدمة يحكم على مستوى جودة الخدمة عن طريق مقارنة ما حصل عليه بما توقعه عن تلك الخدمة (Parasuraman, Zeithaml and Berry 1985). لذا تتميز جودة الخدمة بأبعاد مختلفة عن جودة المنتج، لخصها أيضاً (Parasuraman, Zeithaml and Berry 1988) في خمسة أبعاد هي: المظاهر المادية الملموسة في الخدمة (Tangibles)، والعولية (Reliability)، والاستجابة (Responsiveness)، والأمان (Assurance)، والتعاطف (Emphathy).

### ١-١-٣ تطور إدارة الجودة:

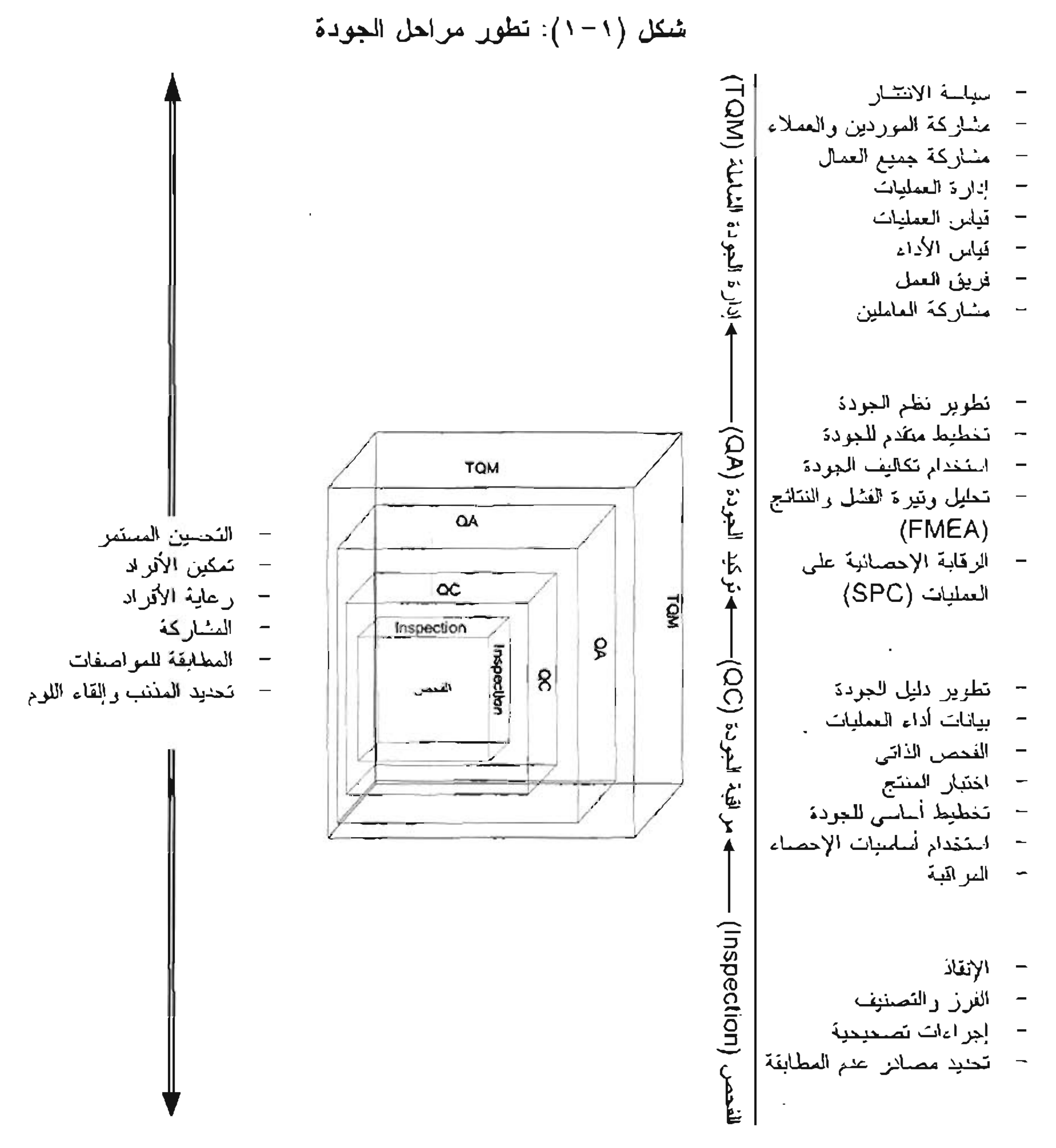
شهدت نظم تحسين وإدارة الجودة تطوراً ملحوظاً خلال العقود الماضية، فتطور مفهوم الجودة من نظام الفحص البسيط إلى ما يعرف اليوم بإدارة الجودة الشاملة. ومرت الجودة بأربع مراحل تطور متتالية، هي: مرحلة الفحص (Inspection)، مراقبة الجودة (Quality Control)، توكيد الجودة (Quality Assurance)، إدارة الجودة الشاملة (Total Quality Management TQM). وأشار ديل (Dale 1999, p.4) إلى أن أي مرحلة تالية من مراحل التطور قد تضمنت المرحلة السابقة لها؛ فمراقبة الجودة تتضمن الفحص، وتوكيد الجودة يتضمن مراقبة الجودة، وإدارة الجودة الشاملة تتضمن توكيد الجودة. ويظهر من الشكل (١-١) أن مراحل التطور استهدفت الاتجاه المستمر نحو التحسين.

**الفحص:**

تقوم النظرة التقليدية لمراقبة الجودة على مبدأ الفحص، وهو مبدأ يهدف إلى تقييم المنتج الذي تم إنتاجه فعلاً. ففي ظل هذا النظام يتم فحص واختبار خاصية أساسية واحدة أو أكثر من خواص منتج ما لتحديد مدى مطابقتها للمواصفات الموضوعة. ففي بيئة الصناعة مثلاً يقوم بنشاط الفحص موظفون متخصصون تتمثل مهمتهم في تقييم مدى صلاحية ومطابقة الوحدات المنتجة للمواصفات الموضوعة وتحديد غير المطابقة منها لإصلاحها أو

استبعادها. وهذا يعني أن نظام الفحص يقوم على مبدأ اكتشاف الأخطاء، ثم العمل على معالجتها. لذا يركز هذا النظام على الإجراءات التصحيحية لحل مشاكل الجودة.

**شكل (١-١): تطور مراحل الجودة**




المصدر: Dale 1999 p. 5

## مراقبة الجودة:

يعتبر نظام مراقبة الجودة مرحلة متقدمة على نظام الفحص، إذ يتسم هذا النظام بما يلي (Dale 1999 pp.5-6):

- استخدام مواصفات تفصيلية للمنتج والأداء.
- استخدام نظام لإجراءات الرقابة.
- اختبار المواد الخام واختبار مرحلي للمنتجات.
- تسجيل وتحليل بيانات أداء العمليات وكتابة تقارير عنها.
- الاستفادة من معلومات التغذية المرتدة سواء من العاملين أو الموردين في مراقبة جودة المنتجات.

وفي مرحلة مراقبة الجودة تم تطوير بعض أنشطة الفحص من حيث الوسائل والطرق والنظم واستخدام الفحص الذاتي والاختبار المرحلي للمنتجات قبل الفحص النهائي. وعلى الرغم من أن الآلية الأساسية لمنع شحن المنتجات والخدمات غير المطابقة للعملاء هي أيضاً الفحص، إلا أن هذا النظام يتسم بمراقبة أفضل للجودة وتقليل حالات عدم المطابقة مقارنة بنظام الفحص. كما أن كلا النظامين – الفحص ومراقبة الجودة – يعتمدان على فحص المنتج أو الخدمة لمنع وصول غير المطابق منها إلى العميل.

إن المنظمات التي تعتمد على نظام الفحص في إدارة ومراقبة الجودة تتبع أسلوب الكشف (Detection)، أي أسلوب كشف الأخطاء ثم العمل على علاجها. وفي نظام الكشف وما يعرف أيضاً بنظام إخماد الحريق (Fire-fighting)، تضع المنظمة جهوداً بشرية ومادية مقدرة لعملية الفحص واختبار المنتج لضمان عدم شحن المنتجات غير المطابقة للعملاء. ففي حين أن نظام الكشف يقوم على مبدأ منع وصول منتجات أو خدمات غير مطابقة للعميل، إلا أنه لا يمنع إنتاج منتجات غير مطابقة، فالخطأ قد وقع فعلاً، فالفحص يعمل على اكتشافه فقط لاستبعاده أو إصلاحه. ورغم ذلك لا يوجد ضمان بأن المنتجات التي يتم شحنها للعميل مطابقة للمواصفات بنسبة (١٠٠%) بسبب صعوبة كشف بعض عيوب المنتج أو الخدمة (Rayan 1989, p.9). ووصف زيادي (Zaidi 1990, p. 5) أسلوب الكشف بأنه لا يُحسن الجودة ولا يضمنها وفيه هدر للوقت والمال من جراء عملية الفحص أو إعادة عمل المنتجات غير المطابقة (انظر الشكل ١-٢). كما يتسم هذا الأسلوب بعدم وجود عمل خلاق أو مبدع ومنظم ولا يوجد اهتمام من قبل الإدارة بالتخطيط والتحسين في الأداء ذلك لاتباعه أسلوب رد الفعل (Reactive) لحل المشكلات.

## توكيد الجودة:

يُعَدُّ أسلوب كشف وحل المشكلات بعد وقوعها أسلوباً غير فاعل لأنه لا يمنع أسباب حدوث المشاكل من أصلها. إن التحسين المستمر للجودة لا يتحقق إلا بالتخطيط السليم والوقاية (Prevention) من مصدره. هذا المفهوم هو أساس المرحلة الثالثة من تطور إدارة الجودة وهي مرحلة توكيد الجودة. وتتميز هذه المرحلة، التي

أساسها الوقاية، عن سابقاتها بوجود نظام شامل لإدارة الجودة يرمي إلى زيادة التجانس في كل خاصية من خواص جودة المنتج أو الخدمة والمطابقة للمواصفات. وتستخدم في هذه المرحلة أدوات الجودة السبع – المدرج التكراري، قوائم الفحص، تحليل باريتو، رسم السبب والأثر، رسم تركيز العيب، خرائط المراقبة، الرسم المبعثر/ رسم الانتشار – وطرق الرقابة الإحصائية على العمليات (SPC)، وتحليل وتيرة الفشل والنتائج (FMEA)، وتحليل تكاليف الجودة (Dale 1999 p.8). وينصب الاهتمام في هذا النظام على التخطيط المتقدم للجودة، والتدريب، وتحسين تصميم المنتج والعملية والخدمات وتحسين الرقابة على العمليات ومشاركة وتحفيز العاملين.

وخلاصة القول، إن نظام توكيد الجودة الذي يقوم على أسلوب الوقاية من الأخطاء قبل وقوعها يعمل على تحسين جودة المنتج والخدمة ويزيد الإنتاجية، وذلك بالتركيز على تصميم المنتج والخدمة والعملية (شكل ١-٢). وبالتركيز على نشاطات المصدر يمنع هذا النظام إنتاج منتجات أو خدمات غير مطابقة وحتى في حالة حدوث عيوب فإنه يتم تحديدها في وقت مبكر من العملية.

**إدارة الجودة الشاملة:**

تمثل إدارة الجودة الشاملة (TQM) أعلى مرحلة من مراحل تطور إدارة الجودة. ففي هذه المرحلة يتم تطبيق مبادئ إدارة الجودة في كل أوجه المنظمة، ومن ذلك العملاء والموردون. وتعتبر الجودة والتحسين المستمر مسئولية كل فرد في المنظمة بل يتعداها ليشمل مشاركات الموردين والعملاء بهدف تحقيق رضا العميل وسروره.

توجد تعريفات وتفسيرات عديدة لمفهوم إدارة الجودة الشاملة إلا أنها متقاربة إلى حد كبير. فقد عرف كل من أمسدين وبتلر وأمسدين (Amsden, Butler, and Amsden, 1998 p.185) إدارة الجودة الشاملة بأنها "نظام إداري صُمم للتحسين المستمر للعمليات الصناعية والتنظيمية لأي شركة بهدف تحقيق رغبات واحتياجات وتوقعات عملائها". وعرفها ديل (Dale 1999, p. 9) على أنها "تعاون مشترك بين كل فرد في المنظمة والعمليات المشتركة بهدف إنتاج منتجات وخدمات تقابل احتياجات وتوقعات العميل". كما عرفها معهد الجودة الفيدرالي بأنها "أداء العمل بشكل صحيح ومن المرة الأولى مع الاعتماد على تقييم العميل في معرفة تحسين الأداء (Federal Quality Institute, 1990, p. 7). وأما ستيفن كوهين ورونالد براند (ستيفن كوهين ورونالد براند ١٩٩٣، ص ٧) فقد عرفا المصطلح بتجزئة مفرداته على النحو التالي:

**الكلية:** وتتضمن البحث عن الجودة في كل جوانب العمل، بدءاً من تحديد احتياجات العميل، وانتهاء بالتقويم لمعرفة ما إذا كان العميل راضياً أم لا.

**الجودة:** تعني تلبية وتجاوز توقعات العميل.

إدارة: تعني التطوير والمحافظة على إمكانات المنظمة لتحسين الجودة بشكل مستمر.

ومن هذا الاستعراض يمكن أن نخلص إلى أن إدارة الجودة الشاملة هي إستراتيجية تنظيمية وأساليب إدارية تهدف إلى التحسين المستمر في أنشطة المنظمة كافةً؛ بغرض إنتاج سلع وخدمات تلبي احتياجات وتوقعات العملاء.

**مفهوم التحسين المستمر:**

يعتبر التحسين المستمر (Continuous improvement) من أهم مرتكزات إدارة الجودة الشاملة، وهو يهدف إلى تحسين كل العوامل المتعلقة بالعمليات والأنشطة لتحويل المدخلات إلى مخرجات، وذلك على أساس مستمر بغرض تلبية احتياجات وتوقعات العملاء (انظر شكل ١-٣). وإن الهدف من عمليات التحسين المستمر هو الوصول إلى الإتقان الكامل عن طريق الاستمرار في تحسين العمليات الإنتاجية في المنظمة. لذا يُستخدم التحسين المستمر أحياناً مصطلحاً مرادفاً لمفهوم إدارة الجودة الشاملة (الأحمدي ٢٠٠٠م). وفيما يلي طرق التحسين المستمر (البكري ٢٠٠٢م ص ص ٢٣٨-٢٣٩ وBesterfield 2001, p.41):

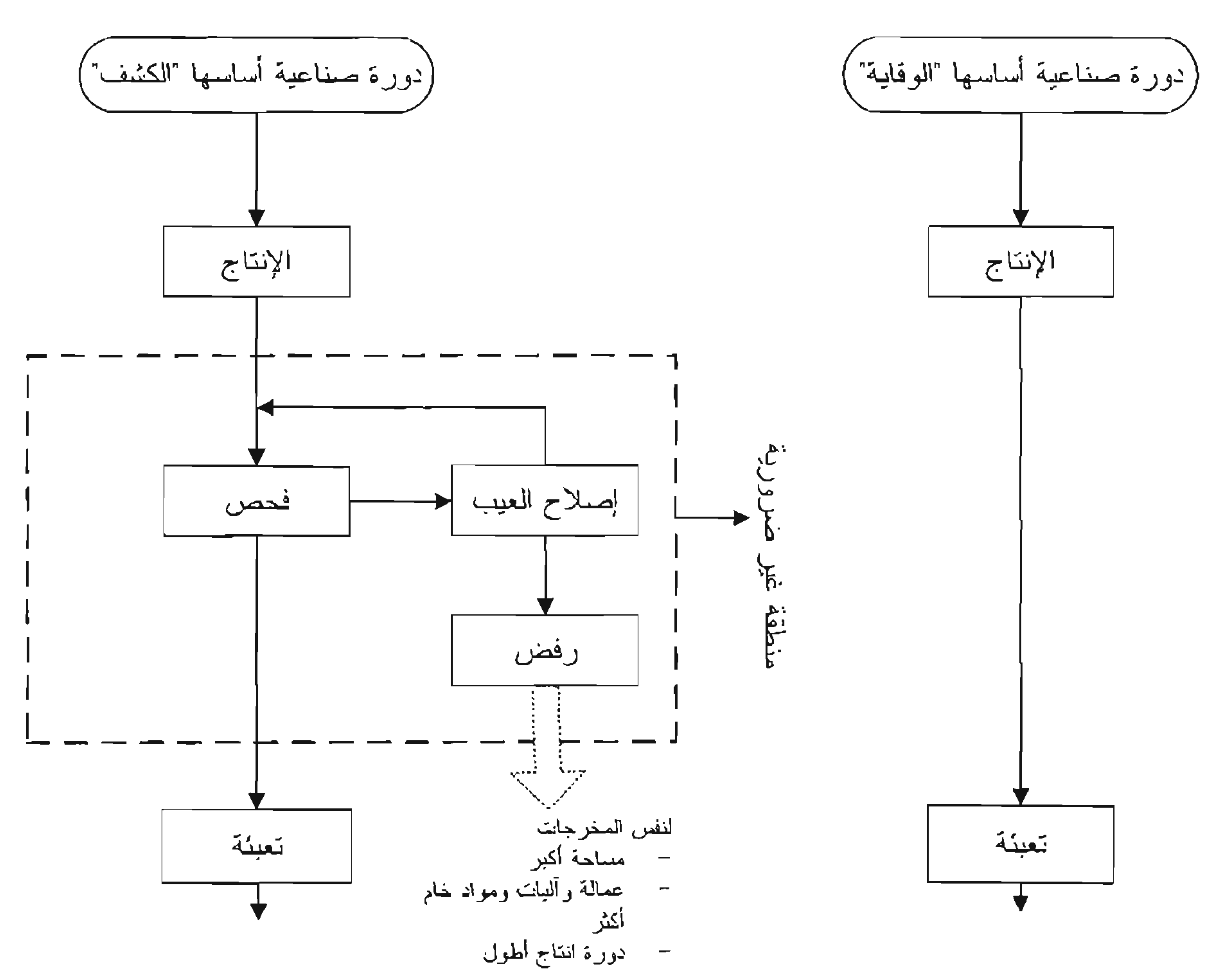
- كفاءة استغلال الموارد المستخدمة.
- خفض الفاقد وعدد الوحدات المنتجة غير المطابقة.
- تحقيق احتياجات وتوقعات العملاء.
- تشجيع الابتكار.
- زيادة رضا القائمين بالعمليات.

وتشمل عمليات التحسين المستمر الأنشطة التالية:

- اختيار عملية التحسين ووضع الأهداف الخاصة بالتحسين.
- دراسة وتوثيق العمليات الحالية.
- البحث عن طرق لتحسين العمليات.
- تصميم وتحسن العمليات.
- تطبيق النظم المحسنة.
- تقييم العملية.
- توثيق إجراءات التحسين.

وتستخدم في أنشطة التحسين المستمر طرق التحليل وأدوات حل المشكلات، وهي تشمل المدرج التكراري، وقوائم الفحص، وتحليل باريتو، ورسم السبب والأثر، ورسم تركيز العيب، وخرائط المراقبة، والرسم المبعثر/رسم الانتشار.

شكل (١-٢): مقارنة نظامي الكشف والوقاية




المصدر: بتصرف من Zaidi 1990, p. 6

### ١-١-٤ عناصر إدارة الجودة الشاملة:

تتكون إدارة الجودة الشاملة من مجموعة مبادئ وعناصر أساسية لخصها بيسترفيلد (Besterfield 2001, p.25) في عنصرين أساسيين هما: **المبادئ والممارسات**، و**الأدوات والأساليب** (انظر أيضاً الخلف ١٩٩٧ وDale 1999). ويتكون كل عنصر من هذين العنصرين من مجموعة عناصر فرعية (انظر الشكل ١-٣). وفيما يلي عرض مختصر لعناصر إدارة الجودة الشاملة (Dale 1999, pp.10-25 وBesterfield 2001, pp.24-102 ):

**أ- المبادئ والممارسات:**

- القيادة: أن تلتزم القيادات الإدارية بأنشطة الجودة وأن تكون قادرة على تغيير ثقافة المنظمة نحو تحسين الجودة.

- رضاء العميل: رضاء العميل هو المحور الأساسي لإدارة الجودة؛ لذا تعمل المنظمات على تقديم منتجات وخدمة تلبي احتياجات وتوقعات عملائها.
- مشاركة العاملين: أن تتم مشاركة جميع العاملين في المنظمة في عملية تحسين المنتجات والخدمات من خلال فرق العمل.
- التحسين المستمر: تقوم فلسفة إدارة الجودة الشاملة على مبدأ أن فرص التطوير والتحسين لا تنتهي مهما بلغت كفاءة وفاعلية الأداء.
- مشاركة الموردين: ضرورة بناء علاقة شراكة مع الموردين في المنظمة في عمليات تحسين المنتجات والخدمات باعتبارهم جزءاً من منظومة العمل.
- قياس الأداء: ضرورة وجود نظام قياس دقيق لتحديد الانحرافات في أداء وتنفيذ العمليات والأنشطة. ويعتمد قياس الأداء على جمع البيانات، بصفة دورية، عن أنشطة المنظمة كافةً بصفة دورية.

**ب- الأدوات والأساليب:**

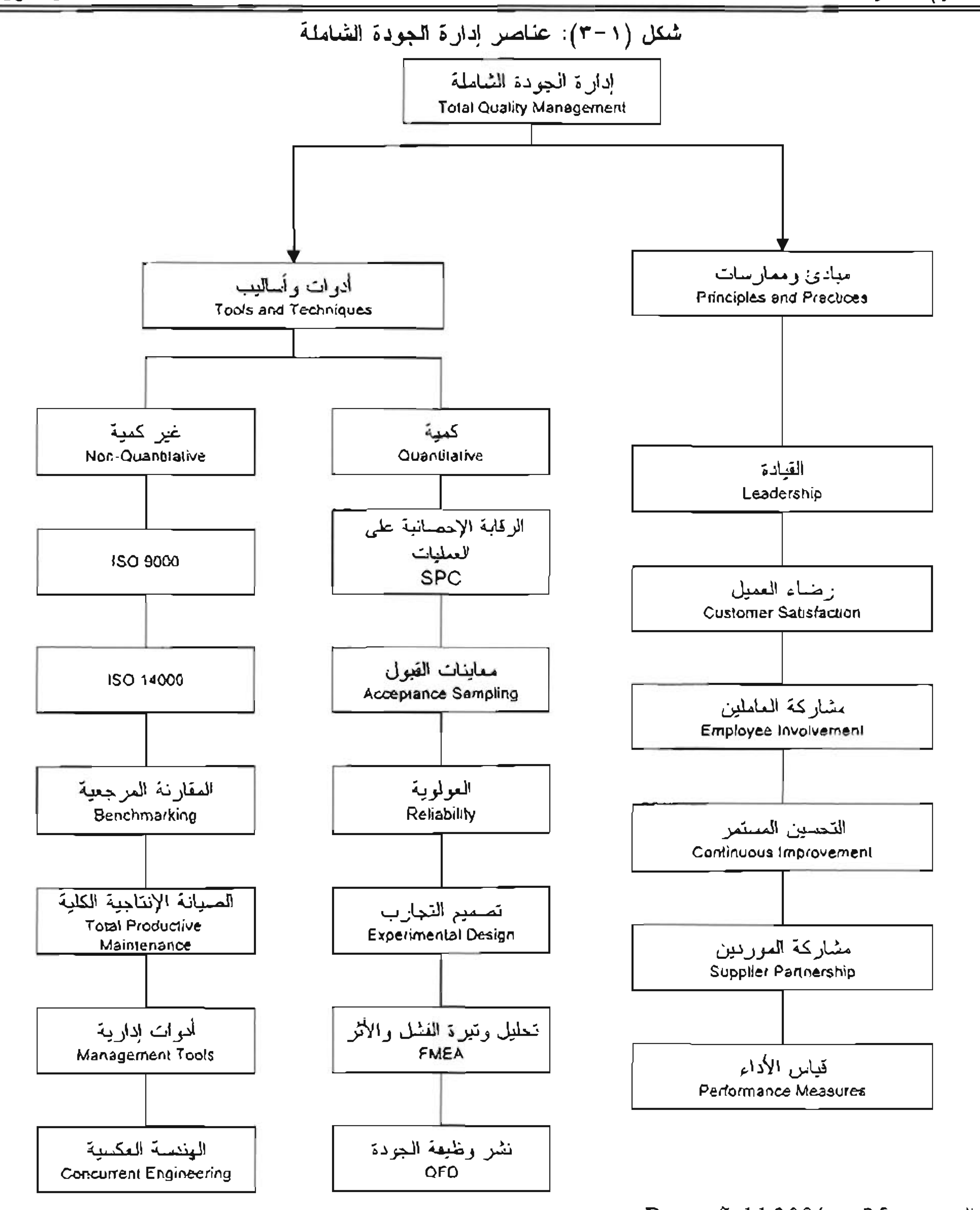
الأساليب والأدوات الكمية:

- الرقابة الإحصائية على العمليات (Statistical Process Control): هي مجموعة من الطرق الإحصائية وأدوات حل المشكلات تستخدم لمراقبة العمليات؛ بهدف تخفيض الاختلافات في مخرجاتها.
- معاينة القبول (Acceptance Sampling): مجموعة طرق إحصائية تستخدم أسلوب المعاينة لتحديد قبول أو رفض دفعات المواد الخام الواردة.
- العولية (Reliability): طريقة إحصائية لتحديد احتمال أن يؤدي المنتج الوظيفة المستهدفة بمستوى مرض لفترة زمنية محددة تحت شروط بيئية محددة.
- تصميم التجارب (Experimental Design): نماذج إحصائية تستخدم بهدف الوصول لتركيبة مثلى لمدخلات المنتج أو الخدمة التي تحقق الإنتاجية المثلى وأدنى تباين في الخصائص الأساسية.
- تحليل وتيرة الفشل والأثر(FMEA): أسلوب تحليلي يجمع بين التقنية والخبرة لتحديد وتيرة فشل المنتج أو العملية المتوقع والتخطيط لتجنب هذا الفشل.
- نشر وظيفة الجودة (Quality Function Deployment): نظام يتم فيه تحديد الأولويات للمنتج وفرص التحسين المستمر التي تزيد من رضا العميل. لذا يتم باستخدام هذا النظام ربط احتياجات ومتطلبات العميل (أو ما يُعرف بصوت الزبون/العميل) بتصميم وتطوير المنتجات والخدمات.

الأساليب والأدوات غير الكمية:

- سلسلتا المواصفات ISO 9000 وISO 14000: أصدرت المنظمة الدولية للتقييس (ISO) – منظمة غير حكومية – منذ إنشائها العديد من المواصفات في مجالات الهندسة الميكانيكية، والمواد الكيميائية، والمعادن، والصحة، والطب، والبيئة ونحو ذلك. وأصدرت المنظمة ضمن هذه المواصفات سلسلتي المواصفات ISO 9000 وISO 1400، السلسلة الأولى ذات علاقة بأنظمة إدارة الجودة والثانية بأنظمة إدارة البيئة.
- المقارنة المرجعية (Benchmarking): هي عملية مقارنة قياس أداء المنظمة بأداء أفضل منظمة منافسة ومماثلة من حيث النشاط. وتهدف هذه العملية إلى إنشاء معيار يتم مقارنة أداء المنظمة وفقاً له وتحديد نموذج لتعلم كيفية التحسين.
- الصيانة الإنتاجية الشاملة (Total Productive Maintenance): أسلوب يتم فيه الاستفادة من جميع العاملين في المنظمة للحصول على الاستخدام الأمثل للمعدات والآلات. وتعتبر عمليات الفحص اليومي للمعدات والآلات والتزييت ونحو ذلك من الأنشطة التي تضطلع بها معظم المنظمات الصناعية التي تنتهج هذا الأسلوب.
- أدوات إدارية (Management Tools): تشمل رسم التشابه (Affinity Diagram)، رسم العلاقات المتبادلة (Interrelationship Diagram)، رسم الشجرة (Tree Diagram)، ومصفوفات الأولويات (Prioritization Matrices)، ورسم المصفوفة (Matrix Diagram)، وخريطة قرارات العملية (Process Decision Chart) ، ورسم شبكة الأنشطة (Activity Network Diagram) (كوش هيو ١٤٢٢ ص ص ٢٩٤-٣٠٣).
- الهندسة العكسية (Concurrent Engineering): أسلوب يتم فيه استخدام فريق متعدد التخصصات للقيام بوضع تصور للمنتج وتصميمه والتخطيط لإنتاجه في وقت واحد. ويضم الفريق عادة التخصصات التالية: هندسة التصميم، التسويق، المشتريات، الجودة، الهندسة الصناعية، التمويل والعميل والموردين. ومن مزايا هذا الأسلوب سرعة تطوير المنتج، واحتياجه إلى تعديلات هندسية طفيفة، والحصول على إنتاجية عالية وذات جودة عالية، فضلاً عن قصر فترة دخول المنتج للسوق.

شكل (١-٣): عناصر إدارة الجودة الشاملة




المصدر: Besterfield 2001, p.25

**١-١-٥ فوائد الجودة:**

حققت العديد من الشركات نجاحاً كبيراً من خلال تطبيقها لمبادئ ومفاهيم إدارة الجودة الشاملة في أنشطتها. وتمثلت الفوائد التي جنتها الشركات التي طبقت مبادئ ومفاهيم الجودة بشكل كامل وسليم في تحسين أدائها بصورة عامة، وزيادة إنتاجيتها وزيادة جودة منتجاتها وسلعها. ومن الشركات العالمية التي حققت نجاحات كبيرة نذكر ما يلي: شركة كتربلر (Cateripllar)، شركة فورد الأمريكية (Ford USA) شركة زويركس (Xerox) وشركة الخطوط الجوية البريطانية (British Airways)، وشركة (IBM) وشركة بول ريفير للتأمين (Paual Rever Insurance) والبريد الملكي (Royal Mail) وغيرها. وفيما يلي أهم الفوائد المحققة من تجارب هذه الشركات (خضير كاظم حمود، ص ص ٧٨-٨١):

- خفض تكاليف الجودة.
- الاستفادة المثلى من الموارد المتاحة (خفض تكاليف الإنتاج، وخفض زمن دورة الإنتاج وزيادة الإنتاجية، وخفض عيوب الإنتاج).
- زيادة رضاء العاملين والعملاء وانخفاض شكاواهم.
- زيادة نصيب المنظمة في السوق.
- زيادة المبيعات والأرباح.
- الأساس للحصول على شهادات الأيزو(ISO ).

**١-٢ مصطلحات الإحصاء والجودة الأساسية:**

**١-٢-١ المجتمع والعينة:**

تعني كلمة **المجتمع** (Population) في علم الإحصاء جميع الوحدات أو المفردات التي تربطها خواص وسمات محددة تكون الظاهرة محل الدراسة. والمجتمع بهذا التعريف يمكن أن يكون مجتمعاً بشرياً، أو حيوانياً أو جمادات. فمثلاً قد نرغب في معرفة أسباب ارتفاع نسبة إنتاج وحدات معيبة في خط من خطوط الإنتاج؛ فإذا تم دراسة إنتاج يوم واحد من الخط سبب المشكلة، فالمجتمع هنا يتكون من جميع الوحدات المنتجة في هذا اليوم المحدد من هذا الخط. وكذلك عندما يريد باحث دراسة خاصية معينة لماركة محددة من السيارات في مدينة ما، فمجتمع الدراسة هنا يتكون من جميع السيارات من الماركة نفسها في تلك المدينة.

أما **العينة** (Sample) فهي جزء من المجتمع يتم اختيار وحداتها بطريقة عشوائية أو غير عشوائية، ومن المفترض أن تُمثل المجتمع محل الدراسة تمثيلاً صادقاً. وهناك اعتبارات عديدة تستدعي دراسة جزء من

المجتمع، منها: عامل الوقت، والتكلفة، وتعرض وحدات المجتمع في بعض الحالات للتلف، واستحالة دراسة جميع أفراد المجتمع في بعض الحالات.. إلخ.

ففي المثال السابق يمكن أخذ عينة عشوائية من إنتاج الخط ثم العمل على دراستها؛ وكذلك في مثال دراسة خاصية معينة لماركة محددة من السيارات، يمكن أخذ عينة عشوائية من السيارات ودراسة الخاصية المحددة. وفي حقل الجودة تلعب العينات دوراً أساسياً في مراقبة مخرجات العمليات، إذ يعتمد عليها اعتماداً أساسياً في إعداد خرائط المراقبة (Control Charts) ومعاينة القبول (Acceptance Sampling).

### ١-٢-٢ المعلمة وإحصاء العينة:

تسمى الخاصية التي يتم قياسها كمياً بإجراء حصر شامل ودقيق لمفردات المجتمع بالمعلمة (Parameter). فمثلاً إذا تم حساب نسبة الوحدات المعيبة من جميع الوحدات المنتجة من خط الإنتاج في يوم محدد، تعتبر هذه النسبة معلمة من معالم إنتاج هذا الخط. أما إحصاء العينة (Sample Statistic) فهو قيمة رقمية تصف خاصية معينة يتم قياسها كمياً من عينة ممثلة لمجتمع الدراسة، أي أن إحصاء العينة مُقدر لمعلمة المجتمع. ففي المثال السابق إذا تم حساب نسبة الوحدات المعيبة من عينة من إنتاج خط الإنتاج في اليوم المحدد، في هذه الحالة تسمى هذه النسبة المُقدرة بإحصاء العينة.

### ١-٢-٣ المتغيرات والخواص:

توجد طريقتان لقياس الأشياء، إحداها عن طريق العد (counting)، كعد الوحدات المعيبة من إنتاج سلعة ما في يوم محدد، والأخرى عن طريق القياس(measurement) باستخدام أداة قياس معلومة كاستخدام الميزان لمعرفة وزن وحدة منتجة مثلاً. وفي الإحصاء تسمى القياسات التي تنتج عن عملية العد بالقياسات المتقطعة أو الوثابة (Discrete Measurements) وتلك التي يتم الحصول عليها عن طريق القياس تسمى بالقياسات المتصلة أو المستمرة (Continuous Measurements).

ومن أمثلة القياسات المتقطعة: عدد الوحدات غير المطابقة، عدد الأخطاء المطبعية في صفحة كتاب، عدد مرات أعطال ماكينة في الشهر، عدد العيوب في متر مربع من قماش، ونحوها من العيوب. أما الوزن، الطول، الحجم، درجة الحرارة، المدة المستغرقة لأداء عمل محدد فهي أمثلة قليلة من عدد لا نهائي من القياسات المستمرة. وفي حقل الجودة، استخدم الرواد الأوائل مصطلحات مختلفة لوصف القياسات المتقطعة والمستمرة. حيث استُخدم مصطلح الخواص/الصفات (Attributes) للتعبير عن خاصية الجودة لوصف الوحدة المنتجة التي إما أن تكون مطابقة للمواصفات أو غير مطابقة للمواصفات الموضوعة لها. في حين يُستخدم مصطلح المتغيرات (Variables) للقياسات المتصلة كالوزن، والمتانة، والطول، والكثافة، ونحوها.

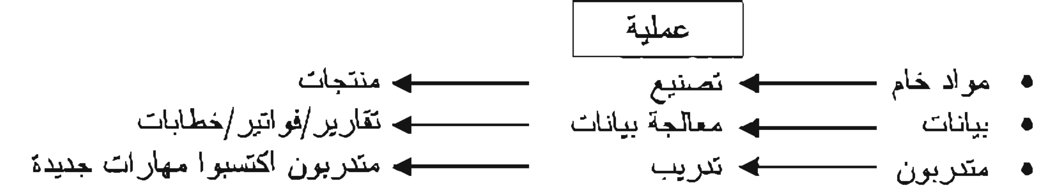
وتنقسم خرائط المراقبة المستخدمة في مراقبة العمليات حسب نوع البيانات إلى مجموعتين هما: خرائط المتغيرات (Variables Control Charts) وخرائط مراقبة الخواص (Attribute Control Charts). حيث تستخدم خرائط الوسط الحسابي، والمدى، والانحراف المعياري، والوسيط، والجمع التراكمي للانحرافات (CUSUM)، وخريطة الوسط الحسابي المرجح أسياً (EWMA) للمتغيرات. في حين تستخدم في حالة الخواص خرائط عدم المطابقة (خريطتا p و np) وخرائط عدد غير المطابقات (خريطتا c و u).

### ١-٢-٤ العملية (Process):

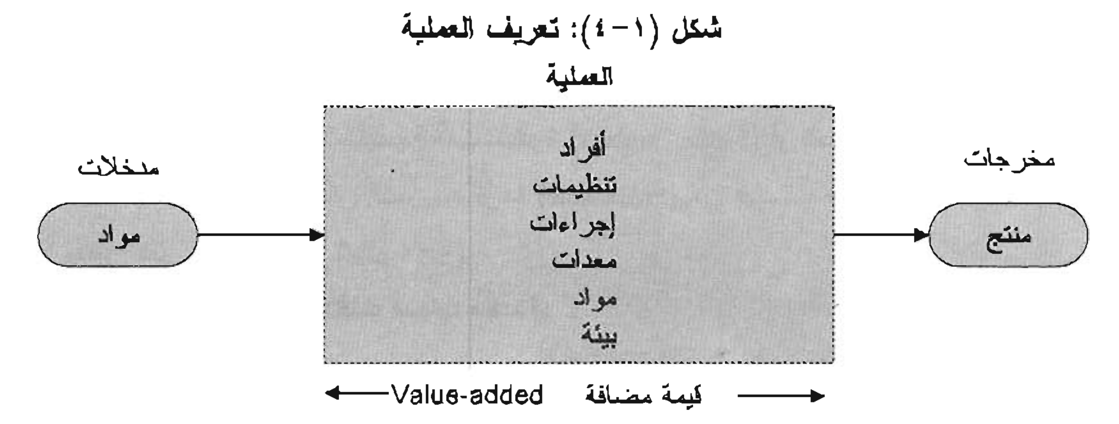
العملية هي سلسلة من الإجراءات يؤدي تنفيذها إلى تحقيق نتيجة محددة أو إنجاز هدف محـدد (جوزيـف جابلونسكي ١٩٩٦ ص ص ٦١-٦٤؛ Evans and Lindsay (2005)). ويعرف بيسيل (Bissel 1994 pp. 3-4) العملية على أنها أي نظام (صناعي أو إداري أو خدمي أو خلافه) يتكون من التسلسل التالي:

مدخلات (Input) ⟵ نشاط (Activity) ⟵ مخرجات (Output)

وبهذا التعريف تعتبر العملية منظومة متكاملة من الموارد (الأفراد والأموال وأساليب العمل،.. إلخ) التي تتضافر لتحويل المدخلات إلى مخرجات (انظر الشكل ١-٤). وباستخدام هذا التعريف يمكن النظر إلى أي مهمة نقوم بها على أنها جزء من عملية. وفيما يلي أمثلة لبعض العمليات:




**شكل (١-٤): تعريف العملية**




المصدر: Ziadi 1996 p. 25

### ١-٢-٥ مفهوم الاختلافات (Variations):

تتسم مخرجات أي عملية متكررة بالاختلافات. فمثلاً، لا يتوقع أن ينتج مصنع دواء ذا مواصفات محددة من حيث التركيب الكيميائي والوزن والتعبئة وحدات إنتاجية متماثلة تماماً في الساعة الواحدة أو حتى في الدقيقة الواحدة. فلا بد من وجود اختلافات في الوحدات المنتجة من حيث خواص الجودة المستهدفة مهما عظمت جودة التصميم ودقة الآلات المستخدمة وتماثل ظروف العمل (المواد الخام والعمال وخلافه).

كيف يتم القضاء على هذه الاختلافات؟ هذا السؤال هو الذي أسس لمراقبة الجودة (Quality Control). اكتشف الدكتور والتر شوهارت (Dr. Walter Shewhart)، الذي كان يعمل بمختبرات هاتف بيل الأمريكية (Bell Telephone Laboratories) باحثاً عن أسباب رداءة أجهزة الهواتف، أهمية الاختلافات في جودة المنتج النهائي. وقسم شوهارت الاختلافات في مخرجات أي عملية إلى اختلافات ترجع إلى أسباب عامة (Common Cause Variations) وتسمي أيضاً بأسباب الصدفة (Chance causes)، واختلافات ترجع إلى أسباب خاصة (Special Cause Variations) وتسمى أيضاً باختلافات أسباب محددة (Assignable causes). وفي عام ١٩٢٤م طوّر شوهارت نظرية خريطة المراقبة (Control Chart)؛ بهدف فهم وفصل مصادر الاختلافات. وفيما يلي نستعرض خصائص كل من اختلافات الأسباب العامة والخاصة:

- **اختلافات أسباب عامة:**

هي اختلافات متأصلة وملازمة لأي عملية وتعزى لأسباب كثيرة لا يمكن تحديدها أو تحديد مصادرها كما لا يمكن تجنبها وبالتالي هي جزء من النظام ولذلك تسمى أحياناً بأسباب النظام (System Causes). ومن أمثلة الأسباب العامة للاختلافات في بيئة الصناعة: ذبذبات الآلات، عدم ملاءمة الإجراءات، ضعف التصميم، عدم ملاءمة ظروف العمل (مثل الضوء، الضوضاء، الحرارة، الرطوبة)، ضعف الصيانة، عدم وضوح اجراءات التشغيل، عدم كفاية التدريب، إلخ. (Bissel 1994, p.102, Giltow, Oppenheim, Oppenheim and Levine, 2005, p.5) (http://www.anu.edu.au/nceph/surfstat/surfstat-home/5-1-2.html). وعندما تكون الأسباب العامة المصدر الوحيد للاختلافات تسمى العملية بالعملية المستقرة (Stable process) أو تحت المراقبة الإحصائية (In state of statistical control) ويمكن التنبؤ بمسارها (Predictable) لأن قياسات أية خاصية جودة تتبع توزيعاً إحصائياً لا يتغير عبر الزمن (انظر شكل ١-٥).

- **اختلافات أسباب خاصة أو اختلافات أسباب محددة:**

هي التي تحدث نتيجة لأحداث غير عادية وغير متوقعة؛ إلا أنه يمكن تحديدها وتجنبها أومعالجتها أوالتخلص منها. ومن أمثلة الأسباب الخاصة للاختلافات في بيئة الصناعة: غياب العامل أو نومه في أثناء العمل، تركيب آلات أو معدات جديدة، تغيير في طرق العمل، عطل في الحاسب الآلي، ارتفاع أو انخفاض حاد مفاجئ

في التيار الكهربائي، تغيير نوع المواد الخام، خطأ في إدخال البيانات .. إلخ (Bissel 1994, p.102). وقسم هكونز وأولويل (Hawkins and Olwell, 1988; pp.5-6) الأسباب الخاصة إلى أسباب عابرة (Transient Special Causes)، وهي الأسباب الخاصة التي تؤثر في العملية لفترة قصيرة ومن ثم تختفي وربما تظهر مرة أخرى، وأسباب مستمرة أو متواصلة (Persistent Special Causes) وهي التي يستمر تأثيرها في مخرجات العملية إلى حين كشفها.

وفي حالة وجود اختلافات أسباب خاصة تسمى العملية بالعملية غير المستقرة (Unstable process) أو خارج المراقبة الإحصائية (Out of statistical control) ولا يمكن التنبؤ بمسارها (Unpredictable)، (انظر شكل ١-٦).

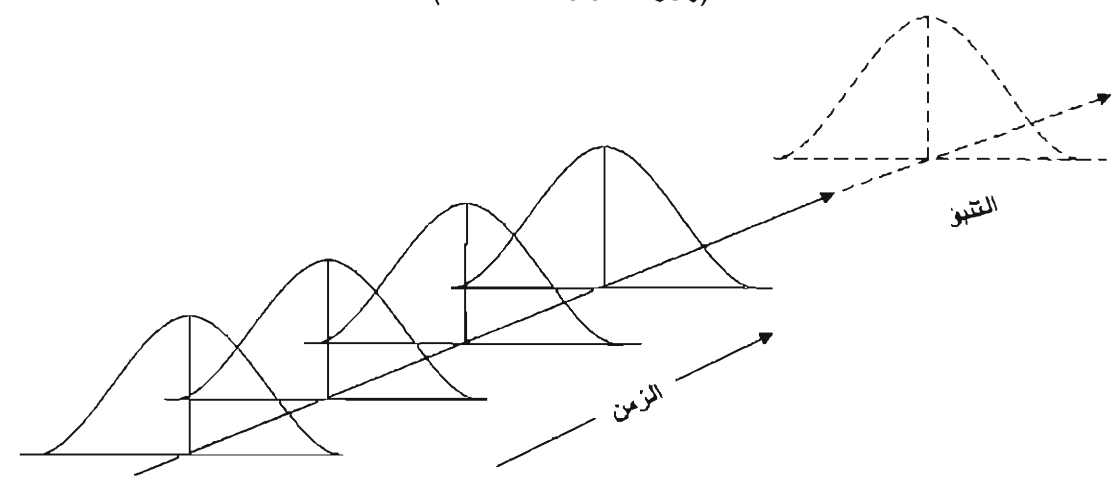
ولقد تم تطوير خرائط المراقبة لشوهارت للفصل بين مصدري الاختلافات (Scherkenbach, 1991 p.100) . فإذا كانت الاختلافات ناتجة عن أسباب عامة فقط، فإنها تعتبر مقبولة ومتوقعة. وأما إذا كانت ناتجة عن أسباب خاصة فلابد من تحديدها من أجل التخلص منها؛ لأن وجودها يؤدي إلى أن تكون مخرجات العملية غير متسقة وأن يكون المنتج النهائي أو الخدمة غير مطابقة للمواصفات. لذا اعتبر بعض الكتاب (Goetsch and Davis 2000 p.561) أن الاختلافات، لاسيما تلك الناتجة عن أسباب خاصة، في أي عملية هي أعداء الجودة. ولذلك عرف مونتجومري (Montgomery 2001, p.4) الجودة في إيجاز شديد بأنها تتناسب عكسياً مع الاختلافات (Quality is inversely proportional to variability) ؛ أي أن جودة المنتج أو الخدمة تزيد بخفض الاختلافات في خصائصه الرئيسة.

### جدول (١-١): مقارنة بين اختلافات الأسباب العامة والأسباب الخاصة

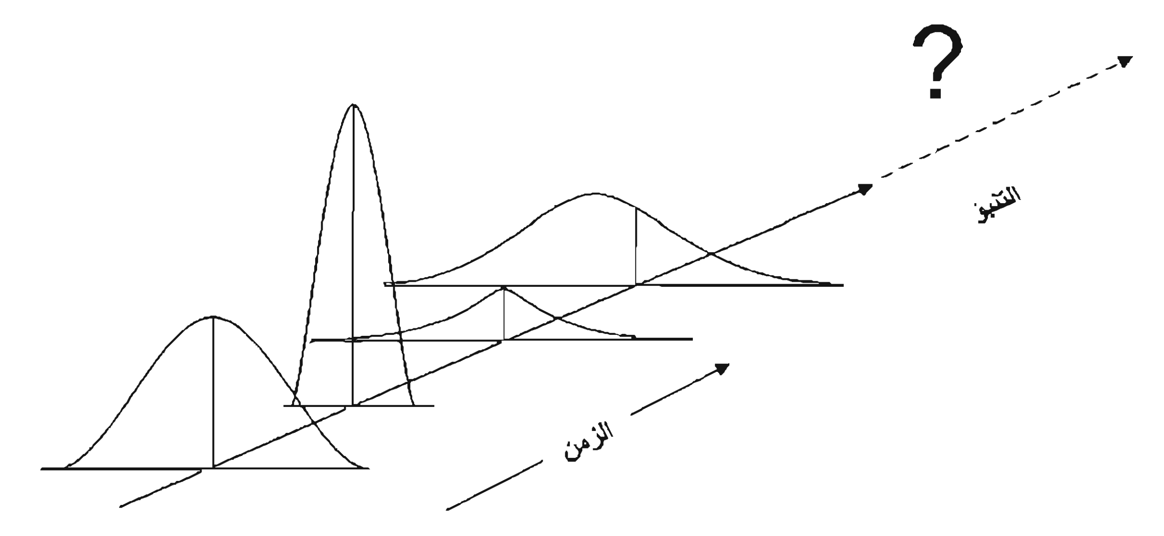
| اختلافات الأسباب العامة | اختلافات الأسباب الخاصة |
|---|---|
| • اختلافات عشوائية | • اختلافات غير عشوائية. |
| • عددها كبير وتأثيرها قليل في مخرجات العمليه. | • عددها قليل وتأثيرها كبير في مخرجات العملية. |
| • ملازمة لأى عملية ومن الصعوبة تحديدها. | • غير ملازمة للعملية ويمكن تحديدها. |
| • حدوثها ثابت إلى حد كبير. | • غير منتظمة الحدوث. |
| • يتطلب العمل على تخفيضها أو القضاء عليها تغييراً في تصميم نظام العملية. | • يمكن القضاء عليها دون الحاجة إلى تغيير النظام. |
| • تُستخدم لتكون أساساً لتحديد الأسباب الخاصة. | • تُستخدم خرائط المراقبة لتحديدها. |

المصادر: Bissel 1994 pp. 101-102 و Ziadi 1995 pp.129-139 و Joiner and Guadard 1990 pp. 29-37

شكل رقم (١-٥): عملية مستقرة: ثبات كل من الوسط الحسابي وتباين مخرجات العملية (وجود أسباب عامة فقط)




شكل رقم (١-٦): عملية غير مستقرة: عدم ثبات الوسط الحسابي وتباين مخرجات العملية (وجود أسباب خاصة)




### ١-٢-٦ حدود المواصفات:

كانت ولا تزال بعض الإدارات الهندسية في معظم الصناعات التقليدية تقوم بتحديد مواصفات المنتجات دون أن تشرك إدارات الإنتاج والعملاء، ظناً منها أن عملية التصميم عملية فنية بحتة لا يفهمها كثير من العملاء. غير أن هذا المفهوم قد تغير وبدأت إدارات بعض الشركات تدرك أهمية وضرورة إشراك العملاء والمشترين النهائيين للمنتج والسلعة في عملية التصميم. وتصمم في الوقت الحاضر معظم الشركات العالمية منتجاتها في ضوء احتياجات

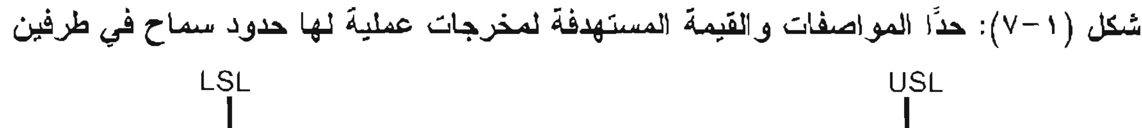
ومتطلبات وتوقعات العملاء. والتصميم هو ترجمة لهذه الاحتياجات والمتطلبات إلى مواصفات (Specification) قابلة للتنفيذ؛ وذلك بتعريف خصائص المنتج المختلفة ولكل من مكوناته بصورة دقيقة. ففي المجال الصناعي مثلاً يتم تحديد المقاييس المادية المطلوبة لمكونات المنتج التي تمثل خصائص الجودة المطلوبة التي يجب أن يكون عليها المنتج النهائي. وتعرف هذه المقاييس بمواصفات جودة المنتج. فمثلاً تقوم الجهة الفنية بمصنع خراطيم بتحديد مقاييس طول الخرطوم وقطره الداخلي والسُمك والمواد الخام ونحو ذلك.

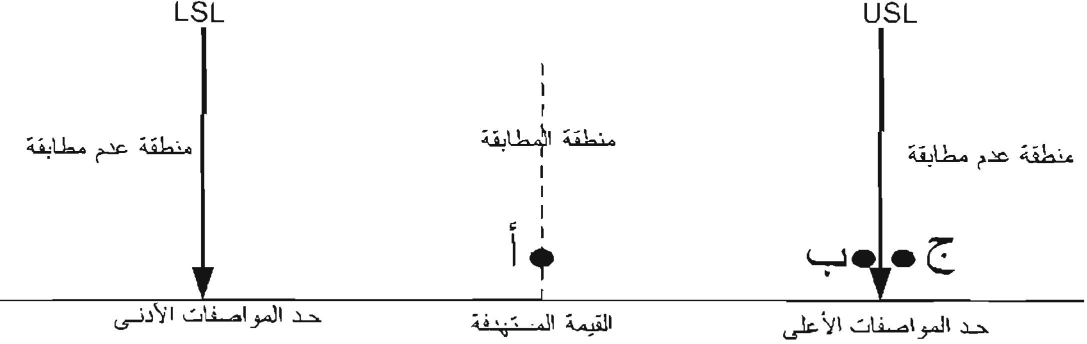
وتتحدد في مرحلة التصميم أيضاً القيمة المستهدفة (Target Value) أو القيمة الاسمية (Nominal Value) لكل خاصية من خواص أداء المنتج، كتحديد قطر الخرطوم الداخلي بـــ ٢ سم مثلاً وطوله بـــ ١٠ سم وسُمكه بـــ ٣ سم. ونظراً لاستحالة إنتاج وحدات مطابقة تماماً للقيم المستهدفة؛ يتم عادة تحديد فروق سماح (Tolerance) وفقاً لاستخدامات المنتج. وتحدد هذه الفروق المدى المقبول لخواص المنتج لأداء المهام المطلوبة. وتسمى القيمة العليا المسموح بها لخاصية الجودة بحد المواصفات العلوي (Upper Specification Limit) أو اختصاراً بـــ USL والقيمة الدنيا للسماح بحد المواصفات السفلي (Lower Specification Limit) أو اختصاراً بـــ LSL. وعندما تكون لخاصية الجودة حدًا مواصفات أعلى وأدنى يقال إن للخاصية حدي سماح في طرفين (Two-sided Tolerance). ويوضح الشكل (١-٧) حدي المواصفات والقيمة المستهدفة لمخرجات عملية لها حدود سماح في طرفين، حيث يلاحظ أن وحدتي المنتج "أ" و"ب" تطابقان المواصفات والوحدة "ج" غير مطابقة للمواصفات. ومن الأمثلة التي يتم فيها تحديد حدّي مواصفات كتحديد قيمة مستهدفة لقطر خرطوم بـــ ٢ سم وحدّى سماح (± ٠,٠٠٠٠٢ سم)؛ أي أن حد المواصفة العلوي هو (٢,٠٠٠٠٢) سم وحد المواصفة السفلي هو (١,٩٩٩٩٨) سم، إذ يتعين أن لا يزيد أو يقل قطر الخرطوم عن الحدين العلوي والسفلي على التوالي، وإلا فإنه لا يمكن تثبيت الخرطوم في مكانه. وفي بعض الحالات يوجد حد مواصفة واحد (سفلي أو علوي)، وفي هذه الحالة يقال إن للخاصية حد سماح في طرف واحد (One-Sided Tolerance) ، مثل أن يحدد مصنع ينتج حليب قليل الدسم أن لا تزيد نسبة الدسم على حد معين، ومثل أن يحدد مصنع الحد الأدنى لمتانة سلك بقيمة محددة. أما المنتج ذو المواصفات المحددة وفقاً لمقياس حاد، فلا يسمح فيه بفروق أو انحرافات عن تلك المواصفات، ويعتبر المنتج غير صالح في حالة وجود أي انحراف عن الخاصية.

وتسمى العملية التي تكون مخرجاتها في حدود المواصفات الموضوعة لها بالعملية القادرة (Capable Process)، أي قادرة على تحقيق ما هو مطلوب منها، وتلك التي تكون بعض مخرجاتها غير مطابقة للمواصفات بالعملية غيـــر القادرة (Incapable Process).

في المجال الخدمي يمكن وضع مواصفات الخدمة في مجالات مثل الصحة، والبريد، والفندقة، والتـــأمين، والأعمال المصرفية، والتجارية، وما إلى ذلك. ويتم تحديد مواصفة الخدمة عادة بحد أقصى لفترة الخدمة؛ مثال أن تحدد إدارة مستشفى فترة انتظار المريض لمقابلة الطبيب بأقل من نصف ساعة.

شكل (١-٧): حدّا المواصفات والقيمة المستهدفة لمخرجات عملية لها حدود سماح في طرفين




### ١-٢-٧ عدم المطابقة:

في مراحل الجودة الأولى كانت الوحدة المنتجة إما جيدة وإما رديئة. ثم تطور هذا التصنيف فأصبح يُستخدم مصطلح معيب (Defective) وغير معيب (Nondefective). وفي الوقت الحاضر يستخدم ممارسو الجودة ومنظروها مصطلحين أكثر دقةً يعكس اختلاف مستوى عيوب المنتج أو الخدمة، هما غير المطابق (Nonconforming) وعدم المطابقة (Nonconformity). فالوحدة المنتجة أو الخدمة التي لا تقابل مواصفة واحدة من المواصفات المحددة لها تسمى بغير المطابق. فمثلاً إذا كان حسب الموصفات أن ينتج مصنع خراطيم بطول ($2.50 \pm 0.1$) سم، فإن خرطوماً طوله (2.65) سم يعتبر غير مطابق. أما وحدة عدم المطابقة فهي الوحدة المنتجة أو الخدمة التي بها غير مطابق واحد أو أكثر. ويجب ملاحظة أن المنتج غير المطابق لا يكون بالضرورة غير صالح للاستخدام. فمثلاً إذا كان وزن عبوة كيس شاي أقل أو أكثر من مواصفة الوزن لا يؤثر ذلك في صلاحية استخدام الشاي إذا كانت خصائص الجودة الأخرى مطابقة. غير أنه في حالات أخرى يؤثر عدم المطابقة في صلاحية الاستخدام، مثال اختلاف مادة كيميائية في تركيب دواء عن الحد المسموح به. وفي هذه الحالة يسمى عدم المطابقة عيباً؛ لأن الوحدة أصبحت غير صالحة للاستخدام؛ ذلك لأن المنتج المعيب (Defective Product) هو الأكثر خطورة؛ فالمعيب هو المنتج أو الجزء غير القابل للاستخدام بسبب وجود عيب واحد أو أكثر فيه مثل إنتاج مسمار طوله أقل من الطول المسموح مما لا يمكن استخدامه للغرض المطلوب.

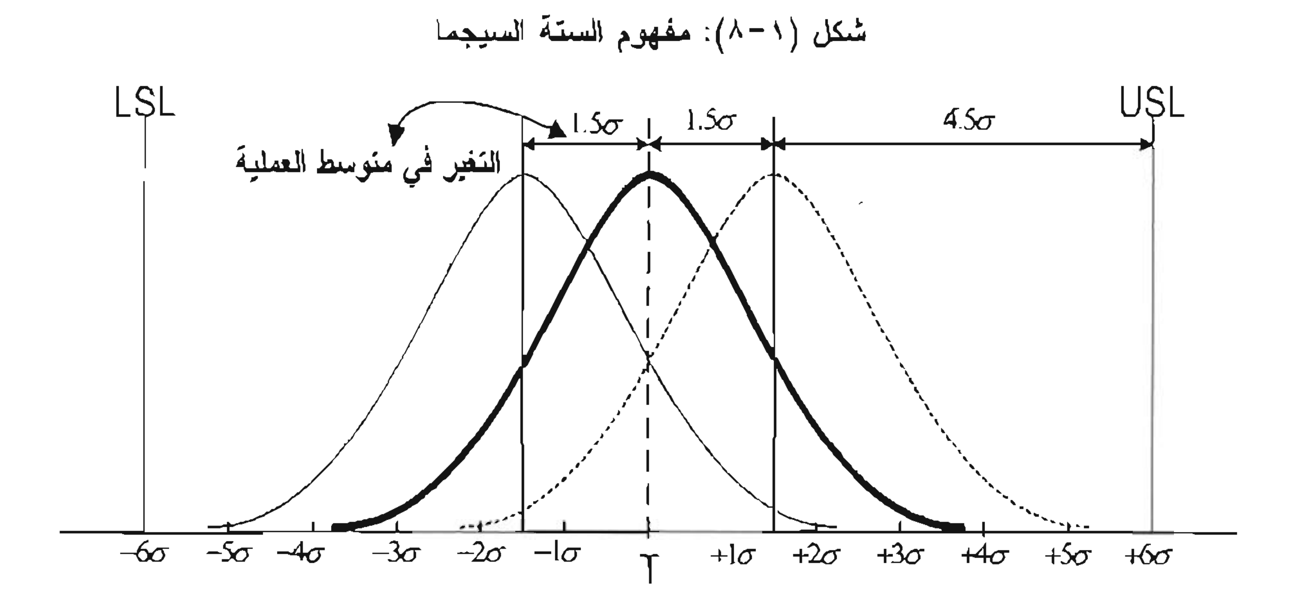
وقد قسم فارنم (Farnum, 1994 p. 8) العيب إلى: عيب حرج (Critical Defect) وهو العيب الذي ينتج عنه استخدام غير آمن، وعيب رئيس (Major Defect) وهو العيب الذي ينتج عنه عدم موثوقية في الاستخدام، وعيب طفيف (Minor defect) وهو الذي لا يتوقع أن يؤثر تأثيراً بدرجة كبيرة في استخدام المنتج.

كما يجب ملاحظة أن عملية تحديد عدم مطابقة منتج للمواصفات ليست بالأمر السهل. ولذا أشار ديمنج (Farnum, 1994 p. 9) إلى ضرورة وضع تعريفات إجرائية دقيقة ليتم على أساسها التفريق بين المطابقة وعدم المطابقة.

### ١-٢-٨ الستة سيجما (Six Sigma):

طوّرت شركة موتورولا (Motorola) في أواخر الثمانينيات الميلادية من القرن الماضي برنامجاً سُمي بالستة سيجما يهدف إلى تحقيق أعلى درجات الجودة في منتجاتها (Basu & Wright 2003, p.34). ويرمي هذا البرنامج إلى خفض الاختلافات في خصائص الجودة الرئيسة للمنتج إلى أقل حد ممكن. والستة سيجما مفهوم يمزج بين مدخلين هما: الإدارة والإحصاء. فمن مدخل الإدارة تعني الستة سيجما لمعظم المنظمات إستراتيجية للتحسين المستمر تهدف إلى تعظيم الربحية، وذلك بخفض الفاقد وخفض تكاليف الجودة وتحسين جميع العمليات التي تلبي احتياجات وتوقعات العملاء. وإحصائياً تعني الستة سيجما أن يكون معدل العيب (٣,٤) وحدة معيبة من كل مليون وحدة منتجة. واستُخدم مصطلح السيجما أو الانحراف المعياري (σ) لقياس التشتت حول الوسط الحسابي أو القيمة المستهدفة لمخرجات العمليات؛ أي أن يكون حدّا المواصفات على بعد ستة انحرافات معيارية من القيمة المستهدفة. وطُوّر مفهوم الستة سيجما على أساس أن يكون تباين خاصية الجودة في حدود (١,٥) انحراف معياري حول القيمة المستهدفة (الشكل ١-٨). وبذلك يكون احتمال إنتاج وحدة غير معيبة هو (٠,٩٩٩٩٩٦٦)، ويوضح الجدول (١-٢) نسب الوحدات المطابقة للمواصفات وعدد الوحدات المعيبة حسب حدي المواصفات بوحدات الانحراف المعياري.

شكل (١-٨): مفهوم الستة السيجما



جدول (١-٢): نسب الوحدات المطابقة للمواصفات وعدد الوحدات المعيبة حسب حدي المواصفات

| حدا المواصفات | نسبة الوحدات المنتجة المطابقة للمواصفات | عدد الوحدات المعيبة في كل مليون وحدة منتجة |
|---|---|---|
| $\pm 1\sigma$ | %30.23 | 697700 |
| $\pm 2\sigma$ | %60.13 | 608700 |
| $\pm 3\sigma$ | %93.32 | 66810 |
| $\pm 4\sigma$ | %99.3790 | 6210 |
| $\pm 5\sigma$ | %99.9767 | 233 |
| $\pm 6\sigma$ | %99.99966 | 3.4 |

## ١-٣ الرقابة الإحصائية على العمليات: تعريفها وأهدافها:

الرقابة الإحصائية على العمليات ((Statistical Process Control (SPC)) هي جزء من حقل الرقابة الإحصائية على الجودة (Statistical Quality Control) وتتكون من عدة طرق وأدوات إحصائية تستخدم لفهم وضبط ومراقبة وتحسين أداء العمليات (Woodall 2000, Dale 1999, p 367). ويعرفها جعفر وكيتس (Gaafar and Keats, 1992) بأنها أسلوب يستخدم في مراقبة وتقييم وتحليل العمليات بهدف التحسين المستمر للجودة والعولية والخدمة، وذلك بتقليل الاختلافات في العمليات. والرقابة الإحصائية على العمليات حسب تعريف جويتش وديفز(Goetsch and Davis, 2000, pp556-558) هي أداة إحصائية تستخدم لفصل الاختلافات الناتجة عن أسباب خاصة من الاختلافات الطبيعية أو العامة للقضاء على الأسباب الخاصة؛ وذلك لتأسيس وتحقيق الاتساق والتوافق في مخرجات العمليات بهدف تحسينها. ويعرفها مونتجومري (Montgomery 2001, p.154) بأنها مجموعة من أدوات حل المشكلات (Problem-solving tools) تستخدم لتحقيق استقرار العملية وتحسين قدرتها من خلال خفض الاختلافات.

تتكون الرقابة الإحصائية على العمليات من مجموعة طرق إحصائية وبيانية تعرف بأدوات حل المشكلات تستخدم في تقويم مخرجات العمليات لتحديد إمكانية قبولها. وتشمل بالإضافة لخرائط المراقبة - الأداة الأساسية - المدرج التكراري، ورسم الساق والورقة، ورسم السبب والأثر، ورسم باريتو، وقوائم التأكد، رسم تركيز العيب، والرسم المبعثر/ رسم الانتشار، وخريطة التدفق، وخريطة التغيرات الزمنية (انظر الجدول١-٣).

جدول (١-٣): طرق وأدوات الرقابة الإحصائية على العمليات

| الأداة / المرجع | Montgomery, 2005 | Besterfield, 2001 | Carey, 2003 |
|---|---|---|---|
| • خرائط المراقبة (Control charts) | √ | √ | √ |
| • المدرج التكراري (Histogram). | √ | √ | √ |
| • رسم الساق والورقة (Stem-Leaf Plot) | √ | | |
| • رسم السبب والأثر (Cause-and-effect Diagram). | √ | √ | |
| • رسم باريتو (Pareto Diagram). | √ | √ | √ |
| • قوائم التأكد (Check Sheets). | √ | √ | |
| • رسم تركيز العيب (Defect Concentration Diagram). | √ | | |
| • الرسم المبعثر / رسم الانتشار (Scatter Diagram). | √ | √ | √ |
| • خريطة التدفق /الخريطة الانسيابية (Flowchart). | | √ | √ |
| • خريطة التغييرات الزمنية (Run chart). | | | √ |

المصادر: Montgomery 2005, p.148 ، Carey 2003, p.xviii ، Besterfield 2001, p. 73

وتتلخص أهداف الرقابة الإحصائية على العمليات فيما يلي (Dale 1999, p.367):

- تحقيق استقرار العمليات.
- تحسين وخفض الاختلافات في مخرجات العمليات.
- تقييم أداء العملية.
- توفير معلومات لمساعدة الإدارة في صنع القرارات.

إن استخدامات طرق الرقابة الإحصائية على العمليات قد اتسعت في العقود الماضية الأخيرة فشملت مجالات القطاع الخدمي (البنوك،الصحة، التعليم، التأمين، الفندقة، صناعة الطيران الخ)، والزراعة والإنتاج الحيواني ونحو ذلك، بعد أن كانت مقصورة على ضبط العمليات الصناعية. وقسم ماكرثي وواسري (MacCarthy and Wasusri 2002) مجالات تطبيق طرق الرقابة الإحصائية إلى أربعة مجالات أساسية هي:

- تطبيقات هندسية وصناعية وبيئية.
- تطبيقات في مجال الرعاية الصحية.
- تطبيقات في القطاع الخدمي.
- تطبيقات إحصائية.

### ١-٤ استخدام الحاسب الآلي في الرقابة الإحصائية على العمليات:

يوجد في الوقت الحالي العديد من برامج الحاسب الآلي التي تستخدم في إجراء التحليل الإحصائي للرقابة الاحصائية على العمليات. ويمكن تقسيم هذه البرامج إلى ثلاث فئات أساسية هي:

١) برامج متخصصة في مراقبة الجودة إحصائياً (Statistical Quality Control) أو الرقابة الإحصائية على العمليات (SPC) مثل برامج: WinSPC و(www.winspc.com)، وPqsystems (www.pqsystems.com)، وInfinityQS (www.infinityqs.com).

٢) برامج تحليل إحصائي عامة تتضمن أدوات إحصائية خاصة بمراقبة الجودة، ومن أهمها ما يلي: برنامج SAS، وMINITAB ، وStatistica وStatgraphics، وSPSS.

٣) برامج الجداول الإلكترونية (Spreadsheets): وهي برامج ذات استخدامات عامة ومتعددة في معالجة البيانات. وتعد برامج لوتس (Lotus 123)، كواتروبرو (Quattro Pro)، وإكسل (Excel) من أفضل هذه البرامج، لما لها من إمكانات كبيرة في معالجة وعرض البيانات. وتستخدم الجداول الإلكترونية لإجراء العمليات الحسابية الرياضية والإحصائية والمالية والهندسية المختلفة من خلال مجموعات من الدوال الخاصة بكل مجال من هذه المجالات. كما تتيح هذه البرامج عمل رسومات بيانية متنوعة وعالية الجودة. وتتطلب الاستفادة من هذه البرامج في التحليل الإحصائي لمراقبة الجودة إلماماً يسيراً بها وبأساليب الرقابة الإحصائية على العمليات.

وفي هذا الكتاب تم التركيز على استخدام برنامج إكسل في معظم الأمثلة والتطبيقات؛ وذلك لما يلي: ١) وجود إصدارات عربية من البرنامج وسهولة الحصول عليه، ٢) تكامل برنامج إكسل مع برامج مايكروسوفت أوفيس الأخرى (Microsoft Office)؛ مما يساعد في سهولة إعداد التقارير، ٣) التحسن الكبير الذي طرأ في الإصدار الأخير للبرنامج (Microsoft Office Excel 2003) وذلك بتصويب أخطاء بعض الدوال الإحصائية في الإصدارات السابقة، مثل تصحيح خطأ احتساب الانحراف المعياري في حالة تحليل مشاهدات ذات قيم كبيرة[١].

٤) تميّز البرنامج بسهولة تعلمه الذي لا يتطلب إلماماً كبيراً بالحاسب الآلي.

وقد تم تطوير أوراق عمل (Spreadsheets) خاصة لرسم خرائط المراقبة، بحيث يمكن الاستفادة من هذه الأوراق في إعداد خرائط مراقبة باستخدام بيانات مختلفة عن الواردة في الأمثلة. وبالإضافة إلى استخدام برنامج إكسل، تم استخدام برامج SAS وMinitab لحساب بعض العمليات الحسابية المعقدة مثل حساب متوسط طول الدورة (ARL) لخريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً، ولمقارنة النتائج التي نحصل عليها باستخدام إكسل بنتائج هذه البرامج.

[١] انظر (Pottel 2004) للمزيد حول أخطاء بعض الدوال الإحصائية في برنامج إكسل (الإصدارات السابقة).

# الفصل الثاني

# مبادئ الإحصاء الوصفي ومبادئ الاحتمالات

يتطلب إعداد وتفسير خرائط المراقبة للمتغيرات والخواص الإلمام بالمفاهيم الأساسية لطرق الإحصاء الوصفي ومبادئ الاحتمالات. فإن خرائط المراقبة للمتغيرات تعتمد على مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي والوسيط) ومقاييس التشتت (المدى والانحراف المعياري والتباين). أما خرائط مراقبة الخواص فتعتمد على نظرية الاحتمالات وتحديداً على توزيعي ذي الحدين وبواسون. ويتم تفسير خرائط المراقبة باستخدام اختبارات مبنية على نظرية الاحتمالات. كما يعتمد تحليل قدرة العمليات ونظم القياس على حساب مقاييس النزعة المركزية والتشتت. لذا يهدف هذا الفصل إلى عرض مفاهيم وطرق الإحصاء والاحتمالات الأساسية بأسلوب سهل ومبسط للمساعدة في استيعاب موضوعات الفصول اللاحقة. ويتألف الفصل من جزأين هما: طرق الإحصاء الوصفي ومبادئ الاحتمالات.

## ٢-١ طرق الإحصاء الوصفي:

### ٢-١-١ مقاييس النزعة المركزية:

توجد ثلاثة مقاييس تستخدم لوصف تمركز المشاهدات(نقطة تجمع المشاهدات) تعرف بمقاييس النزعة المركزية، هي: الوسط الحسابي، والوسيط والمنوال. وفيما يلي نتناول مقياسي الوسط الحسابي والوسيط؛ نظراً لاستخدامهما في إعداد خرائط المراقبة للمتغيرات.

#### ٢-١-١-١ الوسط الحسابي:

يعتبر الوسط الحسابي(Arithmetic Mean) من أهم مقاييس النزعة المركزية وأوسعها استخداماً. والوسط الحسابي لعدد من المشاهدات هو مجموع قيم المشاهدات مقسوماً على عددها. ورياضياً يتم حساب الوسط الحسابي للعينة حسب الصيغة التالية:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (2\text{-}1)$$

حيث تكون: $x_i$ ترمز للمشاهدة رقم i، و $\bar{x}$ الوسط الحسابي، و $\sum_{i=1}^{n} x_i$ مجموع قيم مشاهدات العينة و n حجم العينة كما يتم حساب الوسط الحسابي للمجتمع (μ) باستخدام نفس معادلة الوسط الحسابي للعينة باستثناء استبدال n لحجم العينة بـ N لحجم المجتمع؛ إذ إن $\bar{x}$ (إحصاء العينة) مقدَّر متحيز لـ $\mu$ (معلمة المجتمع).

**الوسط الحسابي الكلي (Grand Mean):**

لرسم خريطة المراقبة للمتغيرات يتم عادة سحب عينات صغيرة الحجم على فترات زمنية متتالية تعرف بالمجموعات الجزئية (Subgroups). ولرسم خريطة الوسط الحسابي يتم حساب الوسط الحسابي لأي مجموعة رشيدة وحساب الوسط الحسابي الكلي للمجموعات الجزئية. والوسط الحسابي الكلي هو الوسط الحسابي لمتوسطات المجموعات الجزئية، ويتم حسابه لعدد g مجموعة جزئية حسب الصيغة التالية:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{g}\sum_{r=1}^{g}\bar{x}_r \qquad r = 1, 2, \dots, g \qquad (2\text{-}2)$$

حيث إن: $\bar{\bar{x}}$ الوسط الحسابي الكلي و $\bar{x}_r$ الوسط الحسابي للمجموعة الرشيدة رقم r

**بعض خواص الوسط الحسابي:**

١. يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة أو الشاذة (Extreme values) خاصة إذا كان عدد المشاهدات قليلاً. فمثلاً إذا كان لدينا سبع مشاهدات قيمها: ٢، ٣، ٤، ٤، ٦، ٧، ٣٠؛ فإن الوسط الحسابي لهذه المشاهدات؛ يساوي ٨. وواضح أن هذا الرقم لا يمثل تمركز المشاهدات لأنه أعلى من جميع قيم المشاهدات ما عدا المشاهدة المتطرفة (٣٠). فإذا تم حذف هذه المشاهدة المتطرفة، فإن الوسط الحسابي سيكون(4.33) وهو رقم ممثل لقيم المشاهدات التي حُسبت منه. وللتخلص من هذا العيب، يُستخدم أحياناً في مثل هذه الحالات ما يُعرف بالوسط الحسابي المُشذَّب (Trimmed Mean). والوسط الحسابي المشذب هو الوسط الحسابي العادي لمجموعة المشاهدات بعد حذف نسبة محددة (٥% إلى ١٠%) من المشاهدات ذات القيم الدنيا والعليا. فمثلاً لحساب الوسط المشذب لـ (٤٠) مشاهدة بعد حذف ١٠% منها، يتم أولاً ترتيب المشاهدات تصاعدياً أو تنازلياً ويتم حذف أول مشاهدتين (تمثل ٥% من المشاهدات) وآخر مشاهدتين، ومن ثم يتم حساب الوسط الحسابي لبقية المشاهدات (٣٦ مشاهدة). وعلى الرغم من أن الوسط الحسابي المشذب يعالج مشكلة القيم المتطرفة، إلا أنه لا يستخدم في مراقبة الجودة؛ ذلك لأن وجود مثل هذه القيم قد تكون مؤشراً لوجود سبب/أسباب خاصة تؤثر في مخرجات العملية.

٢. لحساب الوسط الحسابي يتم استخدام جميع قيم المشاهدات.

٣. مجموع انحرافات قيم المشاهدات عن الوسط الحسابي دائماً يساوي صفراً، أي:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$$

**٢-١-١-٢ الوسيط (Median):**

يعتبر الوسيط من أهم مقاييس النزعة المركزية ويقيس الموضع. والوسيط هو قيمة المشاهدة التي تتوسط المشاهدات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً. ويتم حسابه كما يلي:

- ترتيب المشاهدات تصاعدياً أو تنازلياً.
- إذا كان عدد المشاهدات فردياً فالوسيط هو قيمة المشاهدة التي ترتيبها $\left(\frac{n+1}{2}\right)$؛ أما إذا كان عدد المشاهدات زوجياً فالوسيط هو الوسط الحسابي لقيمتي المشاهدتين اللتين تتوسطان المشاهدات، أي الوسط الحسابي لقيم المشاهدة رقم $\left(\frac{n}{2}\right)$ والمشاهدة رقم $\left(\frac{n}{2}+1\right)$.

ومن أهم مزايا الوسيط أنه لا يتأثر بوجود القيم المتطرفة؛ ذلك لأنه مقياس موضع يعتمد على ترتيب المشاهدات. ولذلك يفضل أحياناً استخدام الوسيط على الوسط الحسابي في حالة وجود قيم متطرفة. غير أنه في حقل الجودة ربما تشير القيم المتطرفة إلى وجود سبب أو أسباب خاصة تؤثر في سلوك العملية.

**مثال (٢-١):**

في دراسة لأحد البنوك التجارية السعودية لتقدير فترة انتظار العميل لحين الحصول على الخدمة المطلوبة من موظف البنك خلال ساعات الذروة (من العاشرة صباحاً وإلى الساعة الثانية عشرة ظهراً)، تم أخذ عينة عشوائية قوامها عشرة عملاء في أحد الأيام من ثلاثة فروع للبنك وتسجيل فترات الانتظار بالدقائق كما موضح بالجدول (٢-١). احسب الوسط الحسابي لفترة انتظار العميل بالبنك لحين الحصول على الخدمة.

**جدول (٢-١): فترات انتظار العملاء بالدقائق لحين الحصول على الخدمات المطلوبة**

| الفرع "أ" | الفرع "ب" | الفرع "ج" |
|---|---|---|
| 18.5 | 16.0 | 16.3 |
| 17.3 | 19.5 | 16.4 |
| 16.0 | 15.5 | 16.0 |
| 17.5 | 20.5 | 16.0 |
| 16.0 | 21.5 | 16.0 |
| 13.5 | 15.0 | 16.0 |
| 17.3 | 17.4 | 17.5 |
| 14.5 | 18.3 | 17.0 |
| 14.4 | 18.0 | 17.5 |
| 15.5 | 19.0 | 17.0 |

المصدر: بيانات افتراضية

**الحل:**

الوسط الحسابي:

- الوسط الحسابي لفترة انتظار العميل بفرع البنك "أ"، ويرمز له بـــ ( $\bar{x}_1$ ):

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_{1i} = \frac{18.5+17.3+16.0+17.5+16.0+13.5+17.3+14.5+14.4+15.5}{10} = \frac{160.5}{10} = 16.05$$

أي أن متوسط فترة انتظار العميل لحين الحصول على الخدمة في فرع البنك "أ" يساوي (16.05) دقيقة.

- الوسط الحسابي لفترة انتظار العميل بفرع البنك "ب"، ويرمز له بـــ ( $\bar{x}_2$ ):

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_{2i} = \frac{16.0+19.5+15.5+20.5+21.5+15.0+17.4+18.3+18.0+19.0}{10} = \frac{180.7}{10} = 18.07$$

أي أن متوسط فترة انتظار العميل لحين الحصول على الخدمة في فرع البنك "ب" يساوي (18.07) دقيقة.

- الوسط الحسابي لفترة انتظار العميل بفرع البنك "ج"، ويرمز له بـــ ( $\bar{x}_3$ ):

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_{3i} = \frac{16.3+16.4+16.0+16.0+16.0+16.0+17.5+17.0+17.5+17.0}{10} = \frac{165.7}{10} = 16.57$$

- أي أن متوسط فترة انتظار العميل لحين الحصول على الخدمة في فرع البنك "ج" يساوي (16.57) دقيقة.

- الوسط الحسابي الكلي لفترة لفروع البنك الثلاثة ويرمز له بـــ ( $\bar{\bar{x}}$ ) ويـــتم حـــساب بحـــساب متوســـط المتوسطات الحسابية لفترات الانتظار بالفروع الثلاثة كما يلي:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{3}\sum_{r=1}^{3} \bar{x}_r = \frac{16.57+18.07+16.05}{3} = 16.90$$

أي أن متوسط فترة انتظار العميل لحين الحصول على الخدمة في فروع البنك الثلاثة يساوي (16.9) دقيقة.

**مثال (٢-٢):**

من بيانات المثال (٢-١) احسب وسيط فترة انتظار العميل بالبنك لحين الحصول على الخدمة في الفـــروع الثلاثة.

**الحل:**

- وسيط فترة انتظار العميل في فرع البنك "أ":

لحساب الوسيط يتم أولاً ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً كما يلي:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13.5 | 14.4 | 14.5 | 15.5 | **16.0** | **16.0** | 17.3 | 17.3 | 17.5 | 18.5 |

وبما أن حجم العينة عدد زوجي فإن الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين تتوسطان القيم وهما :(16) و(16)، أي أن الوسيط ( $\tilde{x}_1$) يساوي:

$$\tilde{x}_1 = \frac{16+16}{2} = 16$$

أي أن وسيط انتظار العميل في فرع البنك "أ" يساوي (١٦) دقيقة.

- وسيط فترة انتظار العميل في فرع البنك "ب":

لحساب الوسيط يتم أولاً ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً كما يلي:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 21.5 | 20.5 | 19.5 | 19.0 | 18.3 | 18.0 | 17.4 | 16.0 | 15.5 | 15.0 |

وبما أن حجم العينة عدد زوجي فإن الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين تتوسطان القيم وهما: (18.0) و(18.3)، أي أن الوسيط ( $\tilde{x}_2$) يساوي:

$$\tilde{x}_2 = \frac{18.3+18.0}{2} = 18.15$$

أي أن وسيط انتظار العميل في فرع البنك "ب" يساوي (١٨,١٥) دقائق.

- وسيط فترة انتظار العميل في فرع البنك "ج":

لحساب الوسيط يتم أولاً ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً كما يلي:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17.5 | 17.5 | 17.0 | 17.0 | 16.4 | 16.3 | 16.0 | 16.0 | 16.0 | 16.0 |

وبما أن حجم العينة عدد زوجي فإن الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين تتوسطان القيم وهما :(6.3) و(6.4)، أي أن الوسيط ( $\tilde{x}_3$) يساوي:

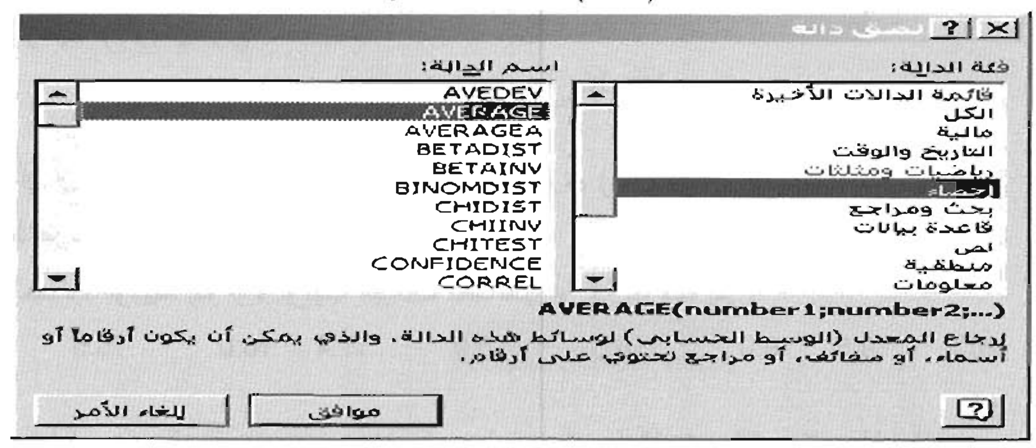
$$\tilde{x}_3 = \frac{16.3+16.4}{2} = 16.35$$

أي أن وسيط انتظار العميل في فرع البنك "ج" يساوي (16.35) دقائق.

### ٢-١-١-٣ مقاييس النزعة المركزية باستخدام إكسل:

١. إدخال البيانات الخام المراد تحليلها في ورقة عمل إكسل في أي عدد من الخلايا ويفضل أن تدخل بيانات أي متغير في عمود واحد.
٢. وضع المؤشر في الخلية المراد فيها إظهار النتيجة (قيمة المقياس كالوسط الحسابي مثلاً).
٣. اختر دالة مقياس النزعة المركزية المطلوب، إما كتابة أو اختر الدالة من قائمة إدراج، ثم الإحصاء الوصفي (انظر الشكل ٢-١).

شكل (٢-١): قائمة دوال الإحصاء



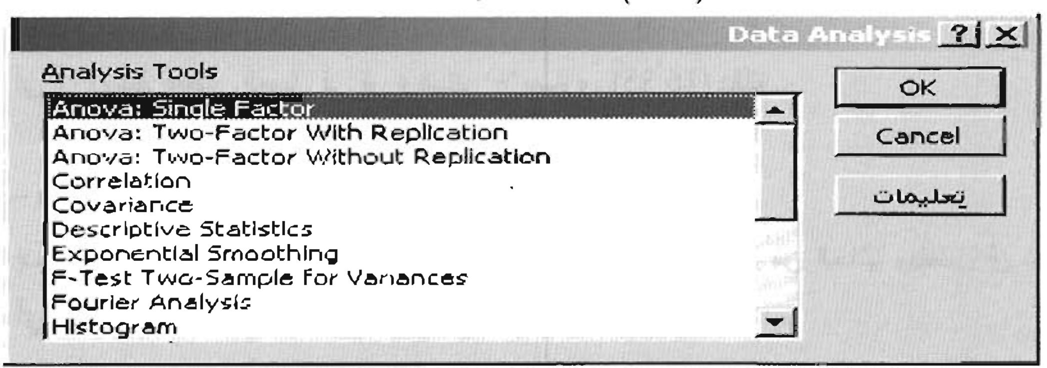

٤. فيما يلي أسماء بعض دوال مقاييس النزعة المركزية:

| مقياس النزعة المركزية | الدالة* |
|---|---|
| الوسط الحسابي | =average(___) |
| الوسط الحسابي المُشذَّب | =trimmean(__; النسبة) |
| الوسيط | =median(____) |

* "___" نطاق خلايا البيانات.

٥. كما يمكن استخراج مقاييس النزعة المركزية والتشتت باستخدام أدوات التحليل من قائمة أدوات (Tools) باختيار الإحصاء الوصفي (Descriptive statistics)، (انظر الشكل ٢-٢). ويتيح هذا الخيار استخراج مقاييس النزعة المركزية والتشتت.

شكل (٢-٢): قائمة خيارات أدوات التحليل




ويتيح هذا الخيار استخراج عدد كبير من مقاييس النزعة المركزية والتشتت. ويوضح الجدول (٢-٢) مخرجات مقاييس النزعة المركزية والتشتت باستخدام أدوات التحليل لبيانات أوزان القوارير لخطوط الإنتاج الثلاثة.

جدول (٢-٢): مخرجات مقاييس النزعة المركزية والتشتت باستخدام أدوات التحليل لبيانات فترات الانتظار (جدول ٢-١)

| فرع البنك "ج" | | فرع البنك "ب" | | فرع البنك "أ" | |
|---|---|---|---|---|---|
| 16.57 | Mean | 18.07 | Mean | 16.05 | Mean |
| 0.20 | Standard Error | 0.68 | Standard Error | 0.51 | Standard Error |
| 16.35 | Median | 18.15 | Median | 16.00 | Median |
| 16.00 | Mode | #N/A | Mode | 17.30 | Mode |
| 0.62 | Standard Deviation | 2.14 | Standard Deviation | 1.60 | Standard Deviation |
| 0.39 | Sample Variance | 4.60 | Sample Variance | 2.57 | Sample Variance |
| -1.46 | Kurtosis | -0.94 | Kurtosis | -1.02 | Kurtosis |
| 0.57 | Skewness | 0.05 | Skewness | -0.11 | Skewness |
| 1.50 | Range | 6.50 | Range | 5.00 | Range |
| 16.00 | Minimum | 15.00 | Minimum | 13.50 | Minimum |
| 17.50 | Maximum | 21.50 | Maximum | 18.50 | Maximum |
| 165.70 | Sum | 180.70 | Sum | 160.50 | Sum |
| 10 | Count | 10 | Count | 10 | Count |

ويعاب على استخدام خيار الإحصاء الوصفي من قائمة أدوات التحليل ما يلي:

- استخراج عدد كبير من مقاييس النزعة المركزية والتشتت بصورة ذاتية ربما لا يجد المحلل حاجة إلى معظمها.
- تكرار أسماء مقاييس النزعة بعدد المتغيرات التي تم تحليلها، كما يلاحظ في الجدول السابق، حيث لا توجد حاجة للعمودين الثالث والخامس؛ لأنهما تكرار للعمود الأول.

## ٢-١-٢ مقاييس التشتت:

### ٢-١-٢-١ أهمية قياس التشتت في مراقبة الجودة:

تركز برامج تحسين الجودة في معظم المنظمات على تقليل الاختلافات في مخرجات العمليات بغرض إنتاج وحدات مطابقة للمواصفات. وتعتمد مراقبة وضبط أي عملية على قياس وتقدير الاختلافات في مخرجاتها. وتستخدم خرائط المراقبة بصفة أساسية لتوضيح الاختلافات التي تحدث في النزعة المركزية والتشتت لخواص الجودة بهدف الفصل بين اختلافات الأسباب العامة والأسباب الخاصة. ومن أهم المقاييس التي تستخدم لقياس

الاختلافات هي ما يعرف بمقاييس التشتت (Dispersion Measures) ، ومن أهمها المدى، والانحراف المعياري، والتباين. ويتم إعداد خرائط مراقبة المتغيرات بحساب هذه المقاييس.

وتعتبر مقاييس التشتت من المقاييس الإحصائية المهمة والمكملة لوصف البيانات. وتستخدم هذه المقاييس لقياس مدى تشتت قيم البيانات عن بعضها. وترجع أهمية مقاييس التشتت إلى أنه قد تتساوى قيم المتوسطات لمجموعات مختلفة من البيانات إلا أن تشتتها قد يختلف كثيراً. فمثلاً نجد أن قيم الوسط الحسابي لمجموعات البيانات التالية متساوية:

أ) ٤ ، ٥ ، ٦ ،

ب) ٣ ، ٦ ، ٦ ،

ج) ٠ ، ٥ ، ١٠.

غير أن انتشار القيم حول وسطها الحسابي يختلف كثيراً من مجموعة إلى أخرى. فالمجموعة الأولى أكثر تجانساً من الثانية والثالثة. يتناول هذا الجزء أهم مقاييس التشتت ، وهي: المدى، والتباين والانحراف المعياري، ومعامل الاختلاف.

### ٢-١-٢-٢ المدى:

يعتبر المدى (Range) من أبسط مقاييس التشتت، وهو الفرق بين أكبر وأصغر قيمة مشاهدة. وبذلك يقيس المدى المسافة بين أصغر وأكبر قيمة. فإذا كان $x_{(n)}$ و $x_{(1)}$ هما أكبر وأصغر قيمتي مشاهدتين في مجموعة بيانات على التوالي، فإن المدي ، ويرمز له بـ $R$، يتم حسابه كما يلي:

$$R = x_{(n)} - x_{(1)} \qquad (2-3)$$

وللمدى عيبان هما: ١) أنه يتأثر بالقيم المتطرفة أوالشاذة في البيانات، و٢) تتحدد قيمته باستخدام مشاهدتين فقط بغض النظر عن عدد المشاهدات في العينة أو المجتمع. ولتجنب هذين العيبين يستخدم أحياناً ما يعرف بالمدى الربيعي (Interquartile Range) وهو الفرق بين الربيع الأول والربيع الثالث. ويصف المدى الربيعي التشتت لنصف المشاهدات التي تتوسط البيانات.

### ٢-١-٢-٣ التباين والانحراف المعياري:

يعتبر التباين (Variance) والانحراف المعياري (Standard Deviation) من أهم وأفضل مقاييس التشتت وأوسعها استخداماً في التحليل الإحصائي. والتباين هو متوسط مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي. أما الانحراف المعياري فهو الجذر التربيعي الموجب للتباين، أي أن التباين هو مربع الانحراف المعياري. ويقيس

الانحراف المعياري متوسط تشتت البيانات عن وسطها الحسابي بوحدة القياس الأصلية (رطل، متر، ساعة، ...) في حين يقيس التباين متوسط التشتت عن الوسط الحسابي بمربع وحدة القياس (رطل$^2$، متر$^2$، ساعة$^2$...). ولسهولة تفسير التشتت بالوحدات الأصلية؛ يُستخدم الانحراف المعياري بصفة غالبة لقياس الاختلافات في البيانات. وكلما كانت قيمة الانحراف المعياري كبيرة كان تشتت المشاهدات كبيراً وبعيداً عن وسطها الحسابي والعكس صحيح.

ويُستخدم الانحراف المعياري لوصف توزيع مشاهدات المتغيرات التي تتبع التوزيع الطبيعي. حيث يقع نحو (٦٨,٣%) من قيم مشاهدات المتغير الطبيعي ما بين $(\mu-\sigma)$ و$(\mu+\sigma)$؛ و(٩٥,٥%) من قيم المشاهدات تقع ما بين $(\mu-2\sigma)$ و$(\mu+2\sigma)$؛ و(٩٩,٧%) من قيم المشاهدات تقع ما بين $(\mu-3\sigma)$ و$(\mu+3\sigma)$، حيث إن $\sigma$ هو الانحراف المعياري للمجتمع و$\mu$ والوسط الحسابي للمجتمع (انظر الشكل ٢-١٣).

والانحراف المعياري للعينة، ويرمز له بـ S، لعدد n من المشاهدات هو الجذر التربيعي لمجموع انحرافات قيم المشاهدات عن وسطها الحسابي مقسوماً على (n-1)، أي أن:

$$s=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \qquad (2-4)$$

ويأخذ الانحراف المعياري قيماً موجبة ويساوي الصفر عندما تكون قيم البيانات متساوية.

### ٢-١-٢-٤ مقدرات الانحراف المعياري المستخدمة في خرائط المراقبة للمتغيرات:

على الرغم من أن التباين للعينة ($s^2$) مقدر غير متحيز (Unbiased Estimator) لتباين المجتمع ($\sigma^2$) إلا أن الانحراف المعياري للعينة (s) يعتبر مقدراً متحيزاً (biased estimator) إلى حد ما للانحراف المعياري للمجتمع ($\sigma$) (انظر Farnum 1994, p.65)، أي أن القيمة المتوقعة للانحراف المعياري للعينة لا تساوي الانحراف المعياري للمجتمع ( $E(s)\neq\sigma$ ). وتأخذ القيمة المتوقعة للانحراف المعياري للعينة الصيغة التالية:

$$E(s)=c_4\times\sigma$$

حيث إن $C_4$ ثابت ويأخذ الصغية التالية: $c_4=\left(\frac{2}{n-1}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]}$

وينخفض حجم التحيز بزيادة حجم العينة بحيث يمكن تجاهله في حالة العينات الكبيرة. أما في حالة العينات الصغيرة فيتم خفض التحيز بقسمة الانحراف المعياري للعينة على الثابت $C_4$. حيث يتم تقدير الانحراف المعياري ($\sigma$) حسب المعادلة التالية:

$$\hat{\sigma}=\frac{s}{c_4} \qquad (2-5)$$

ويعني S الانحراف المعياري العادي، و$C_4$ ثابت تختلف قيمه حسب حجم العينة (n) التي تعرف بالمجموعة الجزئية (Subgroup) (انظر الملحق ٧). ويلاحظ أن قيمة الثابت $C_4$ تقترب من الواحد الصحيح كلما زاد حجم العينة. وتستخدم المعادلة (2-5) في إعداد خريطة مراقبة الانحراف المعياري التي يتم مناقشتها في الفصل الرابع.

كما يستخدم المدى (*R*) أيضاً لتقدير الانحراف المعياري (σ) باستخدام الصيغة التالية:

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2} \qquad (2-6)$$

حيث إن R هو المدى و$d_2$ ثابت تزيد قيمها بزيادة حجم العينة (انظر الملحق ٧). وفي حالة تماثل توزيع البيانات (التوزيع الطبيعي) يكون هذا التقدير قريباً جداً لقيمة الانحراف المعياري (s). وتستخدم المعادلة (2.6) في رسم خريطة المدى (انظر الفصل الرابع).

وكذلك تستخدم العشيريات (Deciles) لتقدير الإنحراف المعياري في حالة تماثل توزيع البيانات، حسب الصغية التالية (Farnum 1994, p.65):

$$\hat{\sigma} = 0.39(D_9 - D_1) \qquad (2-7)$$

حيث إن $D_9$ العُشير التاسع و $D_1$ العُشير الأول.

### ٢-١-٢-٥ معامل الاختلاف:

معامل الاختلاف (Coefficient of Variation) هو مقياس للتشتت النسبي ويُستخدم لمقارنة تشتت متغيرين أو أكثر في إحدى الحالتين التاليين:

١. اختلاف وحدات قياس المتغيرات المراد مقارنة تشتتهما؛ كمقارنة تشتت الطول المقاس بالأمتار بالوزن المقاس بالجرام.

٢. وعندما تكون وحدة قياس المتغيرات نفسها ولكن يوجد اختلاف في قيم الوسط الحسابي؛ كمقارنة تشتت أوزان معجون أسنان تم إنتاجه من ثلاثة خطوط إنتاج (أ، ب، وج) في مصنع ما.

ومعامل الاختلاف العينة، ويرمز له بـ CV، هو نسبة الانحراف المعياري إلى الوسط الحسابي، أي أن:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \qquad (2-8)$$

وعند مقارنة تشتت متغيرين أو أكثر، فإن أصغر قيمة معامل اختلاف من بين قيم معاملات الاختلاف يدل على أن هذا المتغير أقل تشتتاً.

### ٢-١-٢-٦ مقاييس التشتت والرقابة الإحصائية للعمليات:

تُعدُّ خريطة المراقبة – وهي الأداة الأساسية في الرقابة الإحصائية للعمليات – تمثيلاً بيانياً لإحدى خصائص جودة منتج أو خدمة ما تُستخدم للتمييز بين اختلافات الأسباب الخاصة والأسباب العامة. ولإعداد خريطة الوسط الحسابي والمدى مثلاً، يتم أخذ عينات من مخرجات العملية وحساب إحصاءات الوسط الحسابي والمدى لهذه العينات. ويتم حساب حدود المراقبة باستخدام معادلات تعتمد على مقاييس النزعة المركزية والتشتت وحجم العينة. كما تعتمد المسافة بين الخط المركزي للخريطة وكل من حد المراقبة العلوي والسفلي على حجم العينة وقيمة مقياس التشتت (المدى أو الانحراف المعياري). وتستخدم مقاييس التشتت في جميع أنواع خرائط المراقبة.

**مثال (٢-٣):**

الجدول (٢-٣) يعرض أسعار الأسهم لثلاث شركات سعودية خلال الفترة من الأول من مارس وحتى ٢١ من مارس ٢٠٠٤م. احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لأسعار الأسهم لكل شركة، ثم احسب معامل الاختلاف لأسعار الأسهم لكل شركة؟ أي من الشركات الثلاثة أسعار أسهمها أكثر استقراراً خلال هذه الفترة؟

**جدول (٢-٣): أسعار الأسهم لثلاث شركات سعودية***

**(سعر الإقفال بالريال السعودي)**

| التاريخ | الشركة السعودية للصناعات الدوائية والمستلزمات الطبية | شركة الاتصالات السعودية | الشركة السعودية للفنادق والمناطق السياحية |
|---|---|---|---|
| ١- مارس -٢٠٠٤م | 160.50 | 464.00 | 104.25 |
| ٢- مارس -٢٠٠٤م | 162.50 | 465.00 | 104.00 |
| ٣- مارس -٢٠٠٤م | 161.75 | 464.50 | 104.00 |
| ٤- مارس -٢٠٠٤م | 161.50 | 465.75 | 103.75 |
| ٦- مارس -٢٠٠٤م | 162.50 | 469.00 | 104.50 |
| ٧- مارس -٢٠٠٤م | 162.25 | 476.00 | 105.50 |
| ٨- مارس -٢٠٠٤م | 161.00 | 474.50 | 105.00 |
| ٩- مارس -٢٠٠٤م | 163.75 | 475.00 | 113.25 |
| ١٠- مارس -٢٠٠٤م | 164.50 | 474.00 | 115.00 |
| ١١- مارس -٢٠٠٤م | 164.25 | 473.00 | 114.25 |

| التاريخ | الشركة السعودية للصناعات الدوائية والمستلزمات الطبية | شركة الاتصالات السعودية | الشركة السعودية للفنادق والمناطق السياحية |
|---|---|---|---|
| ١٣- مارس -٢٠٠٤م | 168.50 | 467.00 | 114.75 |
| ١٤- مارس -٢٠٠٤م | 166.00 | 471.00 | 112.00 |
| ١٥- مارس -٢٠٠٤م | 164.00 | 471.25 | 112.25 |
| ١٦- مارس -٢٠٠٤م | 166.00 | 462.00 | 114.00 |
| ١٧- مارس - ٢٠٠٤م | 165.50 | 465.25 | 113.00 |
| ١٨- مارس -٢٠٠٤ م | 170.50 | 474.00 | 113.50 |
| ٢٠- مارس -٢٠٠٤م | 168.50 | 472.50 | 112.50 |
| ٢١- مارس -٢٠٠٤م | 172.00 | 464.00 | 112.25 |

* المصدر: مركز بخيت للاستشارات المالية (http://www.bfasaudi.com)

**الحل:**

- الانحراف المعياري لأسعار الأسهم :

لحساب الانحراف المعياري يتم أولاً حساب الوسط الحسابي لأسعار أسهم أي شركة من الشركات الثلاث ثم حساب مربع انحرافات قيم المشاهدات عن أوساطها الحسابية كما موضح بالجدول (٢-٤). وفيما يلي قيم الانحراف المعياري لأسعار الأسهم للشركات الثلاثة:

- الانحراف المعياري ($s_1$) لأسعار أسهم الشركة السعودية للصناعات الدوائية والمستلزمات الطبية:

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{18}(x_{1i}-\bar{x}_1)^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{187.375}{18-1}} = 3.32$$

أي أن الانحراف المعياري لأسعار أسهم الشركة يساوي (٣,٣٢) ريالات.

- الانحراف المعياري ($s_2$) لأسعار أسهم شركة الاتصالات السعودية:

$$s_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{18}(x_{2i}-\bar{x}_2)^2}{n_2-1}} = \sqrt{\frac{364.6007}{18-1}} = 4.63$$

أي أن الانحراف المعياري لأسعار أسهم الشركة يساوي (٤,٦٣) ريالات.

- الانحراف المعياري ($s_3$) لأسعار أسهم الشركة السعودية للفنادق والمناطق السياحية:

$$s_3 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{18}\left(x_{3i} - \bar{x}_3\right)^2}{n_3 - 1}} = \sqrt{\frac{353.1563}{18-1}} = 4.56$$

أي أن الانحراف المعياري لأسعار أسهم الشركة يساوي (٤,٥٦) ريالات.

جدول (٢-٤): مجاميع انحرافات قيم المشاهدات عن أوساطها الحسابية

| | الدوائية $(x_{1i} - \bar{x}_1)^2$ | الاتصالات $(x_{2i} - \bar{x}_2)^2$ | الفنادق $(x_{3i} - \bar{x}_3)^2$ |
|---|---|---|---|
| | 18.0625 | 28.2965 | 31.6406 |
| | 5.0625 | 18.6576 | 34.5156 |
| | 9.0000 | 23.2270 | 34.5156 |
| | 10.5625 | 12.7409 | 37.5156 |
| | 5.0625 | 0.1020 | 28.8906 |
| | 6.2500 | 44.6298 | 19.1406 |
| | 14.0625 | 26.8382 | 23.7656 |
| | 1.0000 | 32.2687 | 11.3906 |
| | 0.0625 | 21.9076 | 26.2656 |
| | 0.2500 | 13.5465 | 19.1406 |
| | 14.0625 | 5.3798 | 23.7656 |
| | 1.5625 | 2.8243 | 4.5156 |
| | 0.5625 | 3.7270 | 5.6406 |
| | 1.5625 | 53.5743 | 17.0156 |
| | 0.5625 | 16.5604 | 9.7656 |
| | 33.0625 | 21.9076 | 13.1406 |
| | 14.0625 | 10.1159 | 6.8906 |
| | 52.5625 | 28.2965 | 5.6406 |
| المجموع | 187.3750 | 364.6007 | 353.1563 |

**معامل الاختلاف:**

معامل الاختلاف هو نسبة الانحراف المعياري للوسط الحسابي. الجدول التالي يوضح قيم معاملات الاختلاف لأسعار أسهم الشركات الثلاث.

| المقياس | الشركة السعودية للصناعات الدوائية والمستلزمات الطبية | شركة الاتصالات السعودية | الشركة السعودية للفنادق والمناطق السياحية |
|---|---|---|---|
| **الانحراف المعياري** | 3.32 | 4.63 | 4.56 |
| **الوسط الحسابي** | 164.75 | 469.32 | 109.88 |
| **معامل الاختلاف** | 2.02% | 0.99% | 4.15% |

ويستشف من قيم معاملات الاختلاف، أن أسعار أسهم شركة الاتصالات السعودية أكثر استقراراً من أسعار أسهم شركتي الدوائية والفنادق؛ لأن معامل الاختلاف لأسعار أسهم الاتصالات أقل من معاملي الاختلاف للشركتين الأخريين. كما يتضح من النتائج أن أسعار أسهم الشركة السعودية للفنادق والمناطق السياحية هي الأكثر تذبذباً مقارنة بأسعار أسهم الشركتين الأخريين.

### ٢-١-٢-٧ مقاييس التشتت باستخدام إكسل:

- إدخال البيانات الخام المراد تحليلها في ورقة عمل إكسل في أي عدد من الخلايا ويفضل أن تدخل بيانات أي متغير في عمود واحد كما سبق ذكره.
- وضع المؤشر في الخلية المراد فيها اظهار النتيجة.
- كتابة اسم دالة مقياس التشتت المطلوب، إما كتابة مباشرة أو اختر دالة من قائمة إدراج، ومن ثم إحصاء. وفيما يلي أسماء بعض دوال مقاييس التشتت المهمة:

| مقياس التشتت | الدالة* |
|---|---|
| الانحراف المعياري | =stdev(___) |
| التباين | =var(___) |

* "___" نطاق خلايا البيانات

- كما يمكن استخراج مقاييس النزعة المركزية والتشتت باستخدام أدوات التحليل من قائمة أدوات (Tools) باختيار الإحصاء الوصفي (Descriptive statistics). ويتيح هذا الخيار استخراج مقاييس النزعة المركزية والتشتت كما سبق شرحه.

**مثال (٢-٤):**

من بينات المثال (٢-١) احسب مقدر الانحراف المعياري لفترة انتظار العملاء في فرع البنك "أ" باستخدام المعادلتين (5-2) و(6-2).

**الحل:**

لحساب مقدر الانحراف المعياري حسب المعادلتين (5-2) و(6-2) تم أولاً حساب الانحراف المعياري العادي والمدى لقيم البيانات. فبلغ الانحراف المعياري العادي لفترة انتظار العملاء (١,٦٠٤٣٣٤) والمدى (٥) دقائق. وباستخدام المعادلة (5-2) نحصل على مقدر الانحراف المعياري كما يلي:

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{s_1}{c_4} = \frac{1.604334}{0.9727} = 1.624431$$

وإن قيمة الثابت $C_4$ لعينة حجمها (١٠) تساوي (٠,٩٧٢٧). كما نحصل على مقدر الانحراف المعياري باستخدام المعادلة (6-2) كما يلي:

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{R}{d_2} = \frac{5}{3.078} = 1.649362$$

حيث إن قيمة الثابت $d_2$ لعينة حجمها (١٠) تساوي (٣,٠٧٨).

## ٢-٢ مبادئ الاحتمالات:

تقوم نظرية خريطة المراقبة على أسس وقواعد الاحتمالات. كما يتم تفسير خرائط المراقبة باستخدام اختبارات مبنية على نظرية الاحتمالات. لذا يهدف هذا الجزء إلى عرض مبادئ الاحتمالات بشكل مبسط لأهميتها في إعداد وتفسير خرائط المراقبة.

### ٢-٢-١ نظرية الاحتمالات:

تُستخدم كلمة الاحتمال للتعبير عن حالة عدم التأكد من حدوث شيء معين. فمثلاً كثيراً ما نتحدث عن احتمال عدم إقلاع الطائرة في ميعادها إذا هبت عاصفة من الأتربة، واحتمال سقوط الأمطار إذا ما تلبدت السماء بالسحب، واحتمال فوز فريق ما على آخر إذا كان إعداد الفريق جيداً وكانت نتائج مبارياته الأخيرة إيجابية،... إلخ. ويتم أحياناً التعبير عن هذه الاحتمالات كمياً. فمثلاً نقرر أن احتمال إقلاع الطائرة في ميعادها حاصل بنسبة (٣٠%)، واحتمال أن تسقط الأمطار مساء اليوم (٩٠%)، واحتمال الحصول على وحدة معيبة من أحد خطوط الإنتاج بمصنع ما هو (٦%)، واحتمال استلام شحنة من سلعة ما مطابقة للمواصفات تماماً (٩٥%)، وهكذا. ولكي نعرّف الاحتمال (Probability) ، نبدأ أولاً باستعراض بعض المصطلحات المهمة المرتبطة بنظرية الاحتمالات:

**التجربة العشوائية (Random Experiment):**

هي أي عملية نعلم جميع نتائجها الممكنة، غير أننا لا نستطيع التنبؤ بهذه النتائج. فمثلاً إذا أُلقي حجر نرد (Die) فإننا لا نستطيع أن نتنبأ بأن يكون السطح العلوي الرقم ١ أو ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦. وكذلك إذا أُلقيت قطعة نقود لا نستطيع أن نتنبأ بأن السطح العلوي لها سيكون صورة (Head) أو كتابة (Tail). وهنا يُلاحظ أن كلاً من التجربتين – إلقاء حجر النرد أو قطعة النقود – تجربة عشوائية؛ لأننا نعلم النتائج الممكنة لكل تجربة منهما دون أن نتمكن من التنبؤ بأي نتيجة منهما.

**فضاء العينة (Sample Space):**

هو مجموع النواتج الممكنة لتجربة عشوائية. فمثلاً إذا رمزنا للصورة بـ (H) والكتابة بـ (T)، فإن فضاء العينة (S) لتجربة إلقاء قطعة النقود مرة واحدة هو:

$$S = \{H,T\}$$

وكذلك إذا أُلقيت ثلاث قطع نقود فإن فضاء العينة لهذه التجربة هو:

$$S = \{ HHH,\ HHT, HTT, TTT, THT, THH, TTH, HTH\}$$

وكذلك إذا أُلقي حجر نرد فإن فضاء العينة لهذه التجربة هو:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

**الحدث (Event):**

هو أي مجموعة جزئية (subset) من فضاء العينة. فمثلاً إذا أُلقي حجر نرد، فإن حدث ظهور رقم زوجي (Even) هو: $A = \{2, 4, 6\}$

و**الحدث العشوائي البسيط** هو نتيجة إجراء تجربة معينة مرة واحدة فقط، فمثلاً إذا أُلقي حجر نرد فإن حدث ظهور الرقم "٦" يمثل حدثاً بسيطاً. و**الحدث المركب** يتكون من حدثين بسيطين أو أكثر. أما الحدث المستحيل هو الحدث الذي لا يقع كحدث ظهور الرقم "٧" في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة. والحدث المؤكد هو الحدث الذي يحتوي على جميع عناصر فضاء العينة.

- **جبر الأحداث:**

– **متمم الحدث:**

إذا كان A حدثاً في فضاء العينة S فإن $A^c$ هو الحدث الذي يتكون من عناصر فضاء العينة S التي لا تنتمي إلى A ، ويرمز إلى عدم وقوع الحدث $A^c$ ويسمى متمم الحدث A. فمثلاً إذا أُلقي حجر نرد، فإن حدث عدم ظهور رقم زوجي هو:

$$A^c = S - A = \{1,2,3,4,5,6\} - \{2,4,6\} = \{1,2,3\}$$

- اتحاد حدثين: إذا كان A و B حدثين في فضاء العينة، فإن $A \cup B$ هو الحدث الذي يتكون من عناصر A أو B أو الاثنين معاً.
- تقاطع حدثين: إذا كان A و B حدثين في فضاء العينة، فإن $A \cap B$ هو الحدث الذي يتكون من العناصر المشتركة بين A و B ويُرمز لوقوع الحدثين معاً.
- الفرق بين حدثين: $A-B=A \cap B^c$ هو الحدث الذي يتكون من عناصر A والتي لا تنتمي إلى B، ويرمز لوقوع A وعدم وقوع B.
- اتحاد عدة أحداث: إذا كان هناك n من الأحداث $(A_1, A_2,...,A_n)$ فإن $A_1 U A_2 U A_3 U...A_n$ هو الحدث الذي يتكون من عنصر واحد على الأقل من الأحداث $A_1, A_2,...,A_n$ ويرمز لوقوع حدث واحد على الأقل من هذه الاحداث.
- تقاطع عدة أحداث: إذا كان هناك n من الأحداث $(A1, A2,...,An)$ فإن $A1 \cap A2 \cap A3 \cap ...An$ هو الحدث الذي يتكون من العناصر المشتركة بين الأحداث $A1, A2,...,An$ ويرمز لوقوع جميع هذه الأحداث معاً.
- حدثان متنافيان: يسمى الحدثان A وB حدثين متنافين إذا كان وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر، مثال ذلك حدثا ظهور عدد زوجي وظهور عدد فردي في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة.

- **تعريف الاحتمال:**
  - **التعريف التقليدي (Classical Definition):**

إذا تساوت فرص وقوع جميع الأحداث البسيطة، فإن احتمال وقوع حدث ما يساوي عدد الأحداث البسيطة المكونة للحدث مقسوماً على العدد الكلي لجميع الأحداث البسيطة. فإذا رمزنا إلى عدد النتائج الممكنة (مجموع الأحداث البسيطة) في تجربة عشوائية بـــ N وعدد النتائج التي نحصل عليها نتيجة الحدث E بـــ n ، فإن احتمال الحدث E هو:

$$P(E) = \frac{n}{N} \qquad (2\text{-}9)$$

حيث إن n عدد جميع النتائج المواتية للحدث E ، وN عدد جميع عناصر الفئة الشاملة.

**مثال (٢-٥):**

إذا ألقيت قطعة نقود مرة واحدة، فما احتمال ظهور الصورة؟

**الحل:**

فضاء العينة هو: $S = \{H, T\}$ أي أن N=2 و n=1 ، يمكن - إذن أن يكون - احتمال حدوث الصورة هو:

$$P(E) = ½$$

**مثال (٢-٦):**

إذا ألقي حجر نرد مرة واحدة، فما احتمال ظهور عدد زوجي؟

**الحل:**

فضاء العينة هو $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6,\}$، أي أن $N=6$ وحدث ظهور رقم زوجي هو $E=\{2, 4, 6\}$ أي أن $n=3$ ، وعليه يكون - إذن - احتمال الحدث (ظهور عدد زوجي) هو: $P(E) = 3/6 = 1/2$

**مثال (٢-٧):**

في أحد الموانئ، تم فحص شحنة تتألف من (٥٠٠) لمبة نيون فوجد (٢٠) منها غير مطابقة للمواصفات، فإذا تم سحب لمبة واحدة من هذه الشحنة عشوائياً، فما احتمال أن تكون غير مطابقة للمواصفات؟

**الحل:**

احتمال سحب لمبة واحدة غير مطابقة هو:

$$P(E) = 20/500 = 0.04$$

- **الاحتمال التجريبي (Experimental Probability):**

يتم أحياناً إجراء تجارب نتائجها غير محددة. فمثلاً ينتج وحدات إنتاجية بمواصفات محددة، فإذا تم إنتاج وحدة غير مطابقة للمواصفات تعتبر الوحدة معيبة ويتم إصلاحها أو التخلص منها. وباعتبار هذه العملية تجربة نتائجها مجموعات أحداث غير محددة من الوحدات المطابقة وغير المطابقة للمواصفات، فإنه لا يمكن استخدام الاحتمال التقليدي لحساب احتمال إنتاج وحدة غير مطابقة؛ لأن البسط والمقام عددان غير محددين. ففي هذه الحالة يتم استخدام الاحتمال التجريبي الذي يتم حسابه كما يلي:

إجراء التجربة عدد N مرة.

حساب عدد مرات حدوث الحدث E ويرمز له بـ n

ومن ثم حساب الاحتمال التجريبي ($P_{exp}$):

عدد مرات حدوث الحدث مقسوماً على عدد مرات إجراء التجربة

$$P_{exp}(E) = \frac{n}{N} \quad (2-10)$$

**مثال (٢-٨):**

يقوم قسم الجودة بأحد مصانع الأقلام بأخذ عينات عشوائية من إنتاج كل يوم للتأكد من مطابقتها للمواصفات. وتم في أحد الأيام أُخذ عينة عشوائية حجمها (٨٠) قلماً من إنتاج المصنع في ذلك اليوم ووُجد منها (٨) أقلام غير مطابقة للمواصفات، فما احتمال انتاج قلم غير مطابق للمواصفات؟

**الحل:**

بما أن عملية الإنتاج عملية مستمرة، يتم في هذا المثال استخدام الاحتمال التجريبي لحساب احتمال إنتاج قلم غير مطابق للمواصفات كما يلي:

$$P_{exp}(E) = 8/80 = 0.1$$

**مسلمات نظرية الاحتمالات** (Probability Axioms):

إذا كان E حدثاً جزئياً من فضاء العينة (S) فإن احتمال الحدث P(E) يتمتع بالمسلمات التالية:

- إن احتمال وقوع حدث ما يقع ما بين الصفر والواحد الصحيح، أو ما يمكن التعبير عن بالمتباينة التالية:

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

- احتمال فراغ العينة يساوي الواحد الصحيح ، $P(S) = 1$.
- إذا كان A و B حدثين متنافيين (Mutually Exclusive Events)، فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ويمكن تعميم هذه المسلمة في حالة جمع أكثر من حدثين متنافيين ($E_1, E_2, \ldots, E_n$) كما يلي:

$$P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_n) = P(E_1) + P(E_2) + \ldots + P(E_n)$$

إذا كان فضاء العينة S يحتوي على n عنصر ($s_1, s_2, \ldots, s_n$) فإن مجموع احتملات العناصر يساوي الواحد الصحيح:

$$\sum_{i=1}^{n} P(s_i) = 1$$

- **نظريات أولية مشتقة من مسلمات نظرية الاحتمال:**

نظرية ١: إذا كان $A^c$ حدث متمم للحدث A فإن: $P(A^c) = 1 - P(A)$

نظرية ٢: احتمال الحدث المستحيل (ϕ) يساوي صفراً، أي أن $P(\phi) = 0$.

نظرية ٣: إذا كان A وB حدثين في فضاء العينة ، فإن احتمال وقوع أحد الحدثين أو كليهما يساوى احتمال وقوع الحدث A زائداً احتمال وقوع الحدث B ناقصا احتمال وقوعهما معاً، أي:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**مثال (٢-٩):**

أنتجت إحدى الشركات ١٠٠ سيارة، وبعد فحصها تبين أن ١٢ منها بها عيب في الأنوار الأمامية و١٥ منها بها عيب في الأنوار الخلفية و٨ منها بها عيب في الأنوار الأمامية والخلفية معاً. فإذا تم سحب سيارة عشوائياً من هذه المجموعة، فما احتمال ١) أن تكون بها عيب في الأنوار الأمامية؟ ٢) أن تكون بها عيب في الأنوار الخلفية؟ ٣) أن تكون بها عيب في الأنوار الأمامية أو الخلفية؟ ٤) أن تكون خالية من هذه العيوب؟

**الحل:**

إذا رمزنا لحدث العيب في الأنوار الأمامية بـــ $F$ والخلفية بـــ $R$ فإن:

١) احتمال أن تكون السيارة بها عيب في الأنوار الأمامية، $P(F) = 12/100 = 0.12$

٢) احتمال أن تكون السيارة بها عيب في الأنوار الخلفية، $P(R) = 15/100 = 0.15$

٣) احتمال أن تكون السيارة بها عيب في الأنوار الأمامية أو الخلفية ،

$$P(F \cup R) = P(F) + P(R) - P(F \cap R) = \frac{12}{100} + \frac{15}{100} - \frac{8}{100} = \frac{19}{100} = 0.19$$

٤) احتمال أن تكون السيارة خالية من هذه العيوب ،

$$1 - P(F \cup R) = 1 - 0.19 = 0.81$$

- **الاحتمال المشروط (Conditional Probability):**

إذا كان $A$ و$B$ حدثين في فضاء عينة، وكان احتمال وقوع $B$ أكبر من الصفر، فإن احتمال وقوع الحدث $A$ بشرط وقوع الحدث $B$ هو:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad (2\text{-}11)$$

**مثال (٢-١٠):**

ألقي حجرا نرد (die) في رمية واحدة، فإذا كان ظهور السطح العلوي لأحدهما على الأقل أكبر من الرقم ٣، فما احتمال ظهور الرقم ٦ لأي منهما؟

**الحل:**

إذا رمزنا لحدث ظهور رقم أكبر من ٣ لأي من الزهرين بـــ $E_1$ وحدث ظهور الرقم ٦ لأي منهما بـــ $E_2$ ، فإن احتمال وقوع $E_2$ بشرط وقوع $E_1$ هو (انظر الشكل ٢-٣):

$$P(E_2|E_1) = P(E_2 \cap E_1)/P(E_1) = 11/36 \div 27/36 = 11/27 = 0.41$$

شكل (٢-٣): فضاء العينة لتجربة إلقاء حجري نرد

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1, 1 | 2, 1 | 3, 1 | 4, 1 | 5, 1 | 6, 1 |
| 1, 2 | 2, 2 | 3, 2 | 4, 2 | 5, 2 | 6, 2 |
| 1, 3 | 2, 3 | 3, 3 | 4, 3 | 5, 3 | 6, 3 |
| 1, 4 | 2, 4 | 3, 4 | 4, 4 | 5, 4 | 6, 4 |
| 1, 5 | 2, 5 | 3, 5 | 4, 5 | 5, 5 | 6, 5 |
| 1, 6 | 2, 6 | 3, 6 | 4, 6 | 5, 6 | 6, 6 |

S

$E_1$

$E_2$

**مثال (٢-١١):**

يقوم مصنع لتعبئة دقيق القمح بإنتاج عبوات متعددة (١ كيلوجرام، ٢ كيلوجرام، ٥ كيلوجرام) من ثلاثة خطوط إنتاج. ومن ضمن عملية الإنتاج يتم وزن العبوات المنتجة آلياً، وتصنف العبوة المنتجة إما إلى مطابقة لكمية الدقيق حسب المواصفة أو زائدة الكمية أو ناقصة الكمية. الجدول التالي يوضح عدد الوحدات المنتجة من الثلاثة خطوط في أحد الأيام. فما احتمال اختيار عبوة ناقصة الوزن إذا تم سحبها من خط الإنتاج "ب"؟

| كمية الدقيق في العبوة | عدد الوحدات المنتجة | | | |
|---|---|---|---|---|
| | خط الإنتاج "أ" | خط الإنتاج "ب" | خط الإنتاج "ج" | المجموع |
| زائدة الوزن | 300 | 350 | 450 | 1100 |
| في حدود المواصفة | 6500 | 8000 | 7000 | 21500 |
| ناقصة الوزن | 800 | 750 | 200 | 1750 |
| المجموع | 7600 | 9100 | 7650 | 24350 |

**الحل:**

إذا رمزنا لحدث انتاج وحدة ناقصة الوزن بـ $A_3$ وحدث إنتاج وحدة من خط الانتاج "ب" بـ $R_2$ ، فإن احتمال اختيار عبوة ناقصة الوزن إذا تم سحبها من خط الإنتاج "ب" (احتمال وقوع $A_3$ بشرط وقوع $R_2$) هو:

$$P\left(A_3 | R_2\right) = \frac{P(A_3 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{750}{24350} \div \frac{9100}{24350} = \frac{750}{9100} = 0.082$$

أي أن احتمال اختيار عبوة ناقصة الوزن إذا تم سحبها من خط الإنتاج "ب" هو (٠,٠٨٢).

- **الأحداث المستقلة:**

إذا كان احتمال وقوع الحدث A لا يعتمد على وقوع أو عدم وقوع الحدث B، فيقال إن الحدثين A وB حدثان مستقلان، أي إذا كان:

$$P(A \cap B)=P(A).\,P(B) \qquad (2\text{-}12)$$

**مثال (٢-١٢):**

إذا تم إلقاء قطعتي نقود فما احتمال ظهور صورة على القطعة الأولى وكتابة على القطعة الثانية؟

**الحل:**

إذا رمزنا لحدث ظهور الصورة للقطعة الأولى بـــ $E_1$ وظهور الكتابة على الثانية بـــ $E_2$ ، فإن الحدثين مستقلان وعليه:

$$P(E_1 \cap E_2)=P(E_1).\,P(E_2)=0.5\times0.5=0.25$$

## ٢-٢-٢ المتغيرات العشوائية ودوال الاحتمال:

- **المتغير العشوائي (Random Variables):**

إذا تم تقسيم فضاء العينة S على n من الأحداث المتنافية والشاملة $(E_1, E_2,...,E_n)$ ، فإن المتغير $x$ الذي يأخذ n قيمة رقمية تناظر كل منها حدثاً واحداً من هذه الأحداث يسمى متغيراً عشوائياً. فمثلاً في تجربة إلقاء قطعة نقود إذا افترضنا أن المتغير $x$ يمثل عدد مرات ظهور الصورة، فإن المتغير $x$ يأخذ القيمة (١) عند ظهور الصورة والقيمة (٠) عند ظهور الكتابة. لذا يسمى المتغير $x$ متغيراً عشوائياً؛ لأنه يأخذ قيماً مختلفة حسب نتيجة تجربة عشوائية.

وينقسم المتغير العشوائي إلى **متغير عشوائي متقطع/وثاب** (Discrete random variable) **ومتغير عشوائي مستمر** (Continuous random variable). والمتغيرالعشوائي المتقطع هو الذي يأخذ قيماً منفصلاً بعضها عن بعض، مثال ذلك عدد الوحدات المعيبة التي تنتجها آلة كل يوم. والمتغير العشوائي المستمر هو الذي يأخذ أي قيمة تقع في نطاق تغيره سالبة كانت أم موجبة، كسرية أم صحيحة كمتغيرات الوزن، والطول، والعمر، والحجم.. ونحوها.

## دالة كثافة الاحتمال لمتغير عشوائي متقطع أو وثاب:

دالة كثافة الاحتمال (Probability Density Funtion (pdf)) لمتغير عشوائي متقطع X أو وثاب، ويرمز لها بـ P(X=x) هي دالة تعطي احتمالات لكل القيم المختلفة التي يأخذها المتغير. وتأخذ دالة كثافة الاحتمال إحدى الصيغتين التاليتين:

* جدول توزيع احتمالي ويتكون من قيم المتغير العشوائي X واحتمالات مناظرة لكل قيمة من قيم المتغير. ويجب أن تكون قيمة أي احتمال ما بين الصفر والواحد الصحيح وأن يكون مجموع الاحتمالات مساوياً للواحد الصحيح.
* شكل دالة رياضية لتحديد الاحتمالات المقابلة لكل قيم X.

### مثال (٢-١٣) دالة كثافة احتمال في الصورة الجدولية:

فضاء العينة في تجربة إلقاء قطعتي نقود هو: (صورتان، كتابتان، صورة وكتابة، كتابة وصورة). فإذا كان المتغير X يمثل عدد الصور في هذه التجربة، فإن X يأخذ القيمة (٠) في حالة عدم ظهور صورة والقيمة (١) في حالة ظهورة صورة واحدة والقيمة (٢) في حالة ظهور صورتين. وإذا رمزنا للصورة بـ H والكتابة بـ T كما سبق، يمكن حساب الاحتمالات التالية:

احتمال عدم ظهور صورة: $P(X=0) = P(T).P(T) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

احتمال ظهور صورة واحدة: $P(X=1) = P(H.T) + P(T.H) = \frac{1}{2}$

احتمال ظهور صورتين: $P(X=2) = P(H).P(H) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

وبما أن مجموع الاحتمالات يساوي واحداً صحيحاً فإن المتغير X متغير عشوائي متقطع. والجدول التالي يوضح التوزيع الاحتمالي للمتغير X:

| X | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| P(X=x) | ¼ | ½ | ¼ |

### مثال (٢-١٤) لدالة كثافة احتمال على شكل دالة:

إذا كان X متغيراً يأخذ القيمة ٢ باحتمال $\frac{1}{4}(\frac{3}{4})^{r}$ لقيم ٢ ( ٠، ١، ٢، ...)، فإنه يمكن كتابة هذه الاحتمالات في صيغة الدالة التالية:

$$P(X=x) = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{x} \qquad \text{for } x = 0, 1, 2, \ldots, \infty$$

ويتضح من الدالة أن مجموع الاحتمالات لقيم X يساوي الواحد الصحيح، أي أن:

$$\sum_{x=0}^{\infty} P(X=x) = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \ldots = 1$$

وبالتالي X متغير عشوائي متقطع دالة كثافة احتماله تأخذ صيغة الدالة.

### دالة كثافة الاحتمال لمتغير عشوائي مستمر:

دالة كثافة الاحتمال لمتغير عشوائي مستمر X هي دالة تعطي احتمالات لكل قيم المدى التي يأخذها المتغير. وتكون دالة كثافة الاحتمال المتغير المستمر في صيغة دالة يرمز لها بـ f(x) وعند تكاملها (Integration) في مدى محدد لقيم x تعطي احتمال أن يقع المتغير العشوائي في هذا المدى المحدد. ويجب أن يكون تكامل دالة كثافة الاحتمال في المدى الذي يأخذه قيم المتغير يساوي واحداً صحيحاً.

### مثال (٢-١٥):

للمتغير المستمر X دالة الاحتمال التالية:

$$f(x) = \tfrac{1}{4}(2x+3) \qquad \text{for } 0 \le X \le 1$$

أثبت أن هذه الدالة دالة كثافة احتمال ثم احسب احتمال أن يأخذ المتغير X قيمة تساوى أو تزيد من الصفر وتقل أو تساوي نصف الواحد الصحيح ( P(0≤X≤½) ).

**الحل:**

**أولاً: إثبات أن الدالة دالة كثافة احتمال.**

حساب التكامل المحدود في مدى الصفر والواحد الصحيح، حيث:

$$\int_{all\ x} f(x)dx = \int_0^1 \frac{1}{4}(2x+3)dx = \frac{1}{4}\left[x^2+3x\right]_0^1 = 1$$

حساب الاحتمال في مدى (P(0≤X≤¼ مثلاً، يتم بتكامل الدالة في المدى (٠ و¼) كما يلي:

$$P(0 \le X \le \frac{1}{4}) = \int_0^{1/4} \frac{1}{4}(2x+3)dx = \frac{1}{4}\left[x^2+3x\right]_0^{\frac{1}{4}} = \frac{13}{64}$$

ولأن تكامل الدالة $f(x) = \frac{1}{4}(2x+3)$ في مدى الصفر والواحد الصحيح مساو للواحد الصحيح، وتكامل الدالة في مدى (0 و¼) أكبر من الصفر، أي أن $f(x) \ge 0$ ، فإن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمال.

**ثانياً : حساب ( $P(0 \le X \le ½)$ ).**

لحساب احتمال ( $P(0 \le X \le ½)$ ) تم تكامل الدالة في المدى (٠ و½) كما يلي:

$$P(0 \le X \le \frac{1}{2}) = \int_{0}^{1/2} \frac{1}{4}(2x+3)dx = \frac{1}{4}\left[x^2 + 3x\right]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{7}{16}$$

توجد توزيعات احتمالية متقطعة/وثابة ومستمرة عديدة، إلا أننا سنقتصر على دراستنا للتوزيعات الاحتمالية التي لها تطبيقات خاصة في الرقابة الإحصائية على العمليات. والتوزيعات التي سيتم دراستها تباعاً هي: توزيع ذى الحدين، وتوزيع بواسون، والتوزيع الطبيعي.

## ٢-٢-٣ توزيع ذى الحدين:

يعتبر توزيع ذى الحدين (Binomial Distribution) من أهم التوزيعات المتقطعة/الوثابة، وهى توزيعات لها أهمية خاصة في خرائط مراقبة الخواص. ويخص هذا التوزيع التجارب التي لها نتيجتان فقط، هما حدوث حدث معين أو عدم حدوثه، مثل منتج مطابق أو غير مطابق للمواصفات، ظهور الصورة أو الكتابة عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة، نجاح طالب في الامتحان أو إخفاقه، إقلاع الطائرة في ميعادها أو عدم إقلاعها في الميعاد، وهكذا.

ويسمى ظهور الحدث المعين في مثل هذه التجارب بالنجاح (Sucess) ويحدث باحتمال (P)، وعدم ظهور الحدث بالفشل (Failure) ويحدث باحتمال $(1-p)$. وعند تكرار التجربة عدة مرات سيتم في كل مرة إما الحصول على حدث النجاح باحتمال p وإما الفشل باحتمال $(1-p)$. والمتغير العشوائي X الذي يمثل عدد مرات النجاح في أحداث مستقلة يتبع توزيع ذى الحدين، وله دالة كثافة احتمال تأخذ الصيغة التالية:

$$P(X = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad 0 \le p \le 1 \qquad x = 0,1,2,\ldots,n \qquad (2\text{-}13)$$

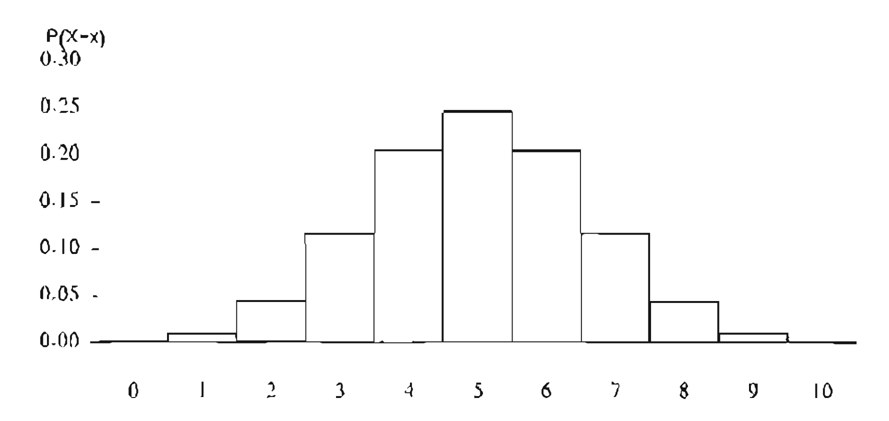
**حيث إن:**

$n$ = عدد مرات التجارب، $x$ = عدد مرات النجاح، $n$-$x$ = عدد مرات الفشل،

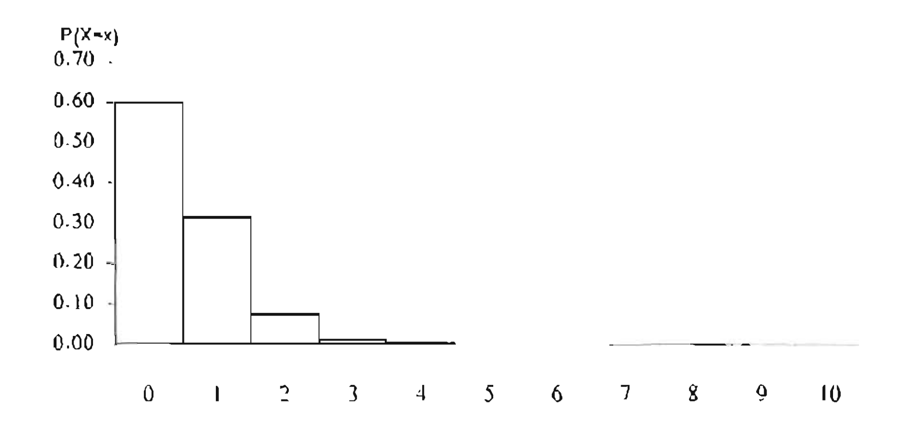
$p$ = احتمال النجاح ، و $1$-$p$ احتمال الفشل، و $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \ldots \times 1$

ويتحدد شكل منحنى توزيع ذى الحدين بحسب قيم معلمتي التوزيع $n$ و $p$ (الأشكال ٢-٤، و٢-٥، و٢-٦). فإذا كان احتمال النجاح يساوي (P=0.5) يكون شكل منحنى التوزيع متماثلاً مهما كانت قيمة n (شكل ٢-٤). في حين يكون الشكل ملتوياً إذا كانت قيمة احتمال النجاح مختلفة عن ($P \neq ½$) ، وذلك بافتراض ثبات عدد مرات التجارب (n). كما يقترب شكل المنحنى إلى التماثل إذا كانت قيمة n كبيرة جداً وتقترب من ما لانهاية حتى لو اختلفت قيمة احتمال النجاح عن (½).

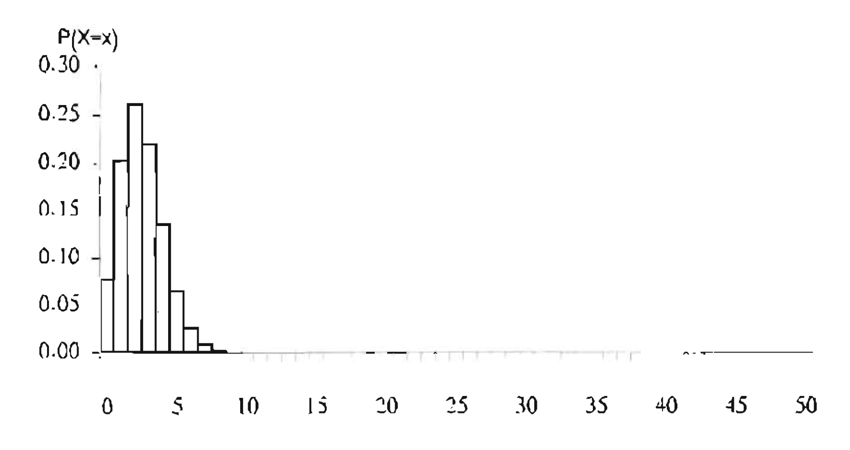
شكل (٢-٤): شكل توزيع ذى الحدين (n=10, p=0.5)




شكل (٢-٥): شكل توزيع ذى الحدين (n=10, p=0.05)




شكل (٢-٦): شكل توزيع ذى الحدين (n=50, p=0.05)



**مثال (٢-١٦):**

من سجلات بيانات البريد الممتاز تبين أن (٩٥%) من الرسائل المرسلة تصل إلى المرسل إليهم في خلال (٢٤) ساعة. فإذا تم اختيار (٣) رسائل عشوائياً من بين رسائل البريد الممتاز، احسب الاحتمالات التالية:

- احتمال أن تصل رسالتان خلال (٢٤) ساعة؟.
- احتمال عدم وصول أي رسالة خلال (٢٤) ساعة؟.

**الحل:**

احتمال أن تصل رسالتان خلال (٢٤) ساعة:

من المعطيات (n=3, p=0.95, x=2) يتم حساب الاحتمال كما يلي:

$$P(X=2)=\binom{3}{2}(0.95)^2(1-0.95)^1 = 0.135375$$

أي أن احتمال أن تصل رسالتان من ثلاث رسائل مختارة عشوائياً هو (٠,١٣٥).

كما يمكن الحصول على النتيجة نفسها باستخدام الدالة التالية في برنامج إكسل:

=BINOMDIST(2;3;0.95;FALSE)

احتمال عدم وصول أي رسالة خلال (٢٤) ساعة:

من المعطيات (n=3, p=0.95, x=0) يتم حساب الاحتمال كما يلي:

$$P(X=0)=\binom{3}{0}(0.95)^0(1-0.95)^3 = 0.000125$$

أي أن احتمال عدم وصول أي رسالة من الرسائل الثلاث هو (٠,٠٠٠١٢٥).

**مثال (٢-١٧):**

في إحصائية لأحد المستشفيات الحكومية بلغت نسبة الولادة القيصيرية (١٨%) من إجمالي الولادات فيها. فإذا وصلت المستشفى (٨) حالات ولادة، فاحسب الاحتمالات التالية:

- احتمال أن تكون حالتان منها ولادة قيصرية؟
- احتمال أن يكون على الأقل حالة واحدة قيصرية؟

**الحل:**

- احتمال أن تكون هناك حالتان ولادة قيصرية:

بفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد الولادات القيصرية وبعلم أن n=8 و P=0.18 إذن:

$$P(X=2)=\binom{8}{2}(0.18)^2(0.82)^6 = 0.28$$

أي أن احتمال أن تكون حالتان ولادة قيصرية من الحالات الثمان هو (٠,٢٨).

- احتمال أن يكون على الأقل حالة واحدة قيصيرية:

$$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-\binom{8}{0}(0.18)^0(0.82)^8=1-0.2044=0.7956$$

وهذا يعني أن احتمال أن تكون حالة واحدة قيصرية على الأقل من بين الحالات الثمان هو (٠،٨) تقريباً، وهو احتمال كبير.

**مثال (٢-١٨):**

تنتج إحدى الشركات مسامير، ويتم شحنها للزبائن في شكل دفعات، حجم الدفعة يساوي ألف مسمار. وللتأكد من مطابقة الوحدات المنتجة للمواصفات، يقوم قسم الجودة في الشركة بأخذ عينة عشوائية قوامها (١٠) مسامير من كل دفعة جاهزة للشحن لفحصها. فإذا وُجدت ثلاثة مسامير فأكثر في العينة غير مطابقة للمواصفات ترفض الدفعة وتعاد لمخازن الشركة. فإذا عُلم أن (١٠%) من المسامير المُنتجة معيبة، فأوجد نسبة الدفعات التي سيتم رفضها؟

**الحل:**

بفرض أن المتغير العشوائي X عدد المسامير المعيبة وبعلم أن n=10 و P=0.1 إذن:

$$P(X=x)=\binom{10}{x}0.1^x 0.9^{10-x}$$

واحتمال رفض الدفعة هو:

$$P(X\geq 3)=1-[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)]$$
$$=1-\left\{\binom{10}{0}0.1^0 0.9^{10}+\binom{10}{1}0.1^1 0.9^9+\binom{10}{2}0.1^2 0.9^8\right\}=0.07$$

أي أن (٧%) من الدفعات سيتم رفضها.

**مثال (٢-١٩):**

إذا كان (٧%) من إنتاج أحد مصانع لُعب الأطفال معيباً، وتم سحب عشر لُعب من إنتاج المصنع فما احتمال أن تكون بينها أ) لعبتان معيبتان، ب) كلها معيبة ، ج) أقل من لعبتين معيبتين.

**الحل:**

بفرض أن المتغير العشوائي X عدد المسامير المعيبة وبعلم أن n=10 و P=0.07 إذن:

$$P(X=x)=\binom{10}{x}0.07^x 0.93^{10-x}$$

أ) احتمال ان تكون هناك لُعبتان معيبتان هو:

$$P(X=2)=\binom{10}{2}0.07^2\ 0.93^8=\ 0.123$$

ب) احتمال أن تكون كلها معيبة هو:

$$P(X=10)=\binom{10}{10}0.07^{10}\ 0.93^{0}=0.07^{10}\approx 0.0000$$

ج) احتمال أن يكون هناك أقل من لعبتين معيبتين هو:

$$P(X=0)+P(X=1)=\binom{10}{0}0.07^{0}\ 0.93^{10}+\binom{10}{1}0.07^{1}\ 0.93^{9}=0.484+0.364=0.848$$

**مثال (٢-٢٠):**

قدرت إحدى الدراسات نسبة عملاء أحد البنوك الذين يستخدمون أجهزة الصراف لتسديد فواتير الخدمات بـ (٣٠%) من إجمالي عملاء البنك. فإذا تم اختيار (٢٠) عميلاً عشوائياً، فما احتمال أن يكون نصفهم يستخدمون أجهزة الصراف لتسديد فواتير الخدمات.

**الحل:**

بفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد الذين يستخدمون جهاز الصراف، وبما أن $n=20$ و $P=0.3$، إذن:

$$P(X=10)=\binom{20}{10}0.3^{10}0.7^{10}=0.0308$$

أي أن احتمال أن يكون (١٠) عملاء يستخدمون جهاز الصراف الآلي لتسديد فواتير الخدمات من (٢٠) عميلاً تم اختيارهم عشوائياً هو (٠,٠٣٠٨).

- **متوسط وتباين توزيع ذى الحدين:**

إذا كان المتغير X متغيراً عشوائياً يتبع توزيع ذى الحدين، فإن المتوسط أو القيمة المتوقعة ويرمز لها بـ (E(X)) يساوي حاصل ضرب عدد مرات التجربة $(n)$ في احتمال النجاح $p$ ، أي أن:

$$E(x)=np \qquad (2\text{-}14)$$

وتباين المتغير هو:

$$\sigma^2=np(1-p) \qquad (2\text{-}15)$$

**مثال (٢-٢١):**

في دراسة عن انضباط الموظفين في العمل بأحد الأجهزة الحكومية، وجد أن ما نسبته (١٩%) من موظفي الجهاز يباشرون عملهم بعد بداية الدوام بربع ساعة. فإذا تم اختيار عينة عشوائية قوامها (٤٠) موظفاً من موظفي الجهاز، فما العدد المتوقع أن يباشر عمله بعد ربع ساعة من بداية الدوام في أي يوم من الأيام؟ احسب الانحراف المعياري.

**الحل:**

من المعطيات $n=40$ و $p=0.19$ ، إذن:

العدد المتوقع أن يباشر عمله بعد ربع ساعة من بداية الدوام $= E(x)=n.p=40\times 0.19=7.6$

والانحراف المعياري= $\sigma = \sqrt{n \times p \times (1-p)} = \sqrt{40 \times 0.19 \times 0.81} = 2.48$

أي أنه من المتوقع أن يتأخر نحو (٨) موظفين عن بداية الدوام بانحراف معياري قدره (٢،٤٨).

## ٢-٢-٤ توزيع بواسون:

لاستخدام توزيع ذي الحدين يجب عد مرات النجاح وعد مرات الفشل. غير أنه في حالات أخرى يمكننا عد مرات النجاح دون أن نتمكن أحياناً من عد مرات الفشل. فمثلاً يمكننا عد عدد العيوب في قطعة قماش مساحتها ١٠ أمتار مربعة ولكن لا نستطيع عد عدم وجود العيوب في القطعة. ففي مثل هذه الحالات يُستخدم توزيع بواسون (Poisson Distribution) الذي يهتم بعدد حالات النجاح في الوحدة، والتي تعرف بوحدة الفحص (Inspection unit) في حقل الجودة. وبصورة عامة يهتم التوزيع بالتجارب التي تتولد مشاهداتها في وحدات زمنية (ثانية، دقيقة، يوم، أسبوع، شهر، إلخ) أو وحدات مكانية (متر مربع، صفحة كتاب،...) أو وحدات طولية أو وحدات حجم. ولمتغير توزيع بواسون شرطان، هما: ١) ندرة الحدث: يشترط أن يكون متوسط عدد مرات وقوع الحدث في الوحدة صغيراً بالنسبة لعدد المحاولات التي يمكن أن تسفر عن وقوع الحدث، ٢) أن يكون وقوع الأحداث عشوائياً. وفيما يلي أمثلة لمتغيرات عشوائية تتبع توزيع بواسون:

- عدد شكاوى العملاء في أسبوع.
- عدد المكالمات الهاتفية التي تصل إلى مكتب في فترة زمنية ثابتة؛ ساعة مثلاً.
- عدد الأخطاء المطبعية في صفحة كتاب.
- عدد مرات أعطال ماكينة في يوم أسبوع.
- عدد الرسائل المفقودة في بريد في يوم محدد في إحدى المدن.
- عدد مرضى الحالات الإسعافية في مستشفى ما.
- عدد حوادث السيارات في يوم ما في إحدى المدن.
- عدد العيوب في ١٠٠٠ متر مربع من قطعة قماش.
- عدد الحفر في كيلومتر على طريق مرصوف.

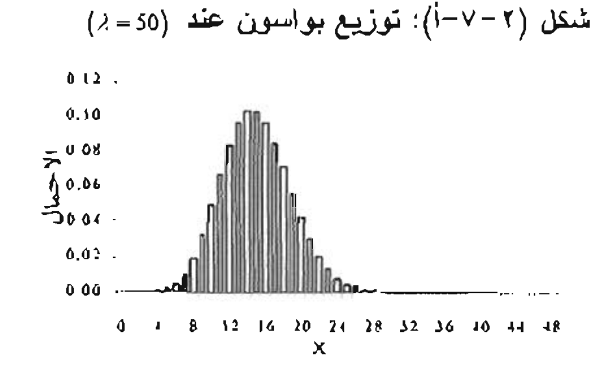
- **دالة كثافة احتمال توزيع بواسون:**

بفرض أن λ ترمز للعدد المتوقع لحالات النجاح في الوحدة وأن X متغير عشوائي يرمز لعدد حالات النجاح الممكنة، فإن دالة احتمال توزيع بواسون هي:

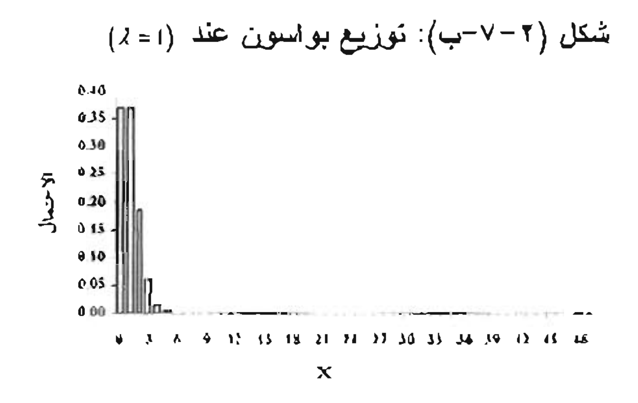
$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots \qquad (2\text{-}16)$$

حيث e تساوي ٢,٧١٨٢٨ تقريباً ، وللتوزيع معلمة واحدة فقط ( λ) تحدد شكل منحنى الدالـة. ويقتـرب شكل التوزيع إلى التماثل إذا كانت قيمة المعلمة كبيرة ويكون ملتوياً كلما كانت قيمة λ صغيرة (الشكل ٢-٧).

شكل (٢-٧-أ): توزيع بواسون عند (λ = 50)




شكل (٢-٧-ب): توزيع بواسون عند (λ = 1)




## المتوسط والانحراف المعياري لتوزيع بواسون:

المتوسط والانحراف المعياري لتوزيع بواسون يساوي λ والجذر التربيعي لـ λ على التوالي، أي أن:

$$E(x) = \lambda \qquad \sigma_X = \sqrt{\lambda}$$

## مثال (٢-٢٢):

بعد مراجعة كتاب يحتوي على ٢٠٠ صفحة وجد أن به ٤٠٠ خطأ مطبعي، فإذا تم اختيار صفحة واحـدة عشوائياً من الكتاب، فاحسب الاحتمالات التالية:

- احتمال عدم وجود أخطاء مطبعية في الصفحة المختارة.
- احتمال أن تحتوي الصفحة المختارة على ٣ أخطاء مطبعية.
- احتمال أن تحتوي الصفحة المختارة على أكثر من خطأين مطبعيين.

**الحل:**

احتمال عدم وجود أخطاء مطبعية في الصفحة المختارة:

بما أن متوسط عدد الأخطاء في الصفحة يساوي ٢ $\left(\lambda = \frac{400}{200} = 2\right)$، فإن احتمال عدم وجود أخطاء مطبعية $(x = 0)$ يتم حسابه كما يلي:

$$P(X = 0) = \frac{e^{-2}2^{0}}{0!} = 0.135$$

كما يمكن حساب الاحتمال باستخدام برنامج إكسل على النحو التالي:

=POISSON(0;2;false) = 0.135335

احتمال أن تحتوي الصفحة المختارة على ٣ أخطاء مطبعية:

$$P(X=3)=\frac{e^{-2}2^{3}}{3!} = 0.180$$

احتمال أن تحتوي الصفحة المختارة أكثر من خطأين مطبعيين:

$$P(X>2) = 1 - P(X\leq 2) = 1 - [P(X=0)+ P(X=1)+ P(X=2)]$$
$$P(X>2) = 1- 0.135 - 0.271 - 0.271 = 0.323$$

**مثال (٢-٢٣):**

في تقرير لمركز الحاسب الآلي بأحد الأجهزة الحكومية بلغ متوسط عدد مرات أعطال الجهاز الرئيسي (الخادم Server) في الشهر ثلاثة أعطال. بافتراض أن عدد الأعطال متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون، فاحسب الإحتمالات التالية:

- احتمال عدم حدوث أعطال في الجهاز الرئيسي في الشهر.
- احتمال حدوث أربعة أعطال في الجهاز الرئيسي في الشهر.
- احتمال حدوث أقل من ٤ أعطال في الشهر.

**الحل:**

بفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد مرات الأعطال في الجهاز الرئيسي في الشهر، يتم حساب الاحتمالات أعلاه كما يلي:

- احتمال عدم حدوث أعطال في الجهاز الرئيسي هو:

$$P(X=0)=\frac{e^{-3}3^{0}}{0!}=0.04978$$

إذن احتمال عدم حدوث أعطال في الجهاز الرئيسي في الشهر (٠,٠٤٩٧)؛ وهذا يعني أنه يوجد احتمال ضعيف جداً أن لا تحدث أعطال في الجهاز الرئيسي بالمركز.

- احتمال حدوث أربعة أعطال في الجهاز الرئيسي في الشهر هو:

$$P(X=4)=\frac{e^{-3}3^{4}}{4!}=0.168$$

إذن احتمال احتمال حدوث أربعة أعطال في الجهاز الرئيسي في الشهر هو (٠,١٦٨).

- احتمال حدوث أقل من ٤ أعطال في الشهر:

$$P(X<4)=P(X\leq 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$$
$$= 0.0498+0.1494+0.2240+0.2240 = 0.6472$$

إذن احتمال حدوث أقل من ٤ أعطال في الشهر هو (٠,٦٤٧٢).

**مثال (٢-٢٤):**

من بيانات سابقة لآلة تنتج شريطاً معدنياً لُوحظ وجود عيب واحد في المتوسط في كل ٢٤٠ متراً. فإذا كان حدوث العيب عشوائياً، فاحسب الاحتمالات التالية: أ) احتمال وجود عيبين في شريط طوله ٣٠ متراً، ب) احتمال عدم وجود عيوب في شريط طوله ١٢٠ متراً.

**الحل:**

بفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد العيوب في الشريط، يتم حساب الاحتمالات أعلاه كما يلي:

- بما أن وحدة الطول ٣٠ متراً، فإن متوسط عدد العيوب يساوي ⅛ عيب في ٣٠ متراً، فإن احتمال وجود عيبين في شريط طوله ٣٠ متراً هو:

$$P(X=2)=\frac{e^{-0.125}0.125^2}{2!}=0.00689$$

إذن احتمال وجود عيبين في شريط طوله ٣٠ متراً من إنتاج الآلة يساوي (٠,٠٠٧).

- بما أن متوسط عدد العيوب في شريط طوله ١٢٠ متراً يساوي ½، فإن احتمال عدم وجود عيوب في شريط طوله ١٢٠ متراً هو:

$$P(X=0)=\frac{e^{-0.5}0.5^0}{0!}=0.6065$$

إذن احتمال عدم وجود عيوب في شريط طوله ١٢٠ متراً من إنتاج الآلة يساوي (٠,٦١).

**مثال (٢-٢٥):**

بلغ معدل عدد المطالبات (التعويضات المالية) عن خسائر حوادث السيارات في إحدى شركات التأمين الأهلية بالرياض (٢٧٠) مطالبة في الشهر الواحد. بافتراض أن عدد المطالبات متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون، فاحسب الاحتمالات التالية:

- احتمال أن يبلغ عدد المطالبات (١٠) في يوم واحد.
- احتمال أن يزيد عدد المطالبات على (٧) مطالبات في اليوم.
- احتمال عدم استلام أي مطالبات في اليوم.

**الحل:**

احتمال أن يبلغ عدد المطالبات (١٠) في يوم واحد:

بما أن متوسط عدد المطالبات في اليوم يساوي ٩ $(\lambda=\frac{270}{30}=9)$ و X يساوي (١٠)، فإن احتمال أن يبلغ عدد المطالبات (١٠) في يوم واحد هو:

$$P(X=10)=\frac{e^{-9}9^{10}}{10!}=0.11858$$

احتمال أن يزيد عدد المطالبات عن (٧) مطالبات في اليوم:

$$P(X>7) = 1 - P(X \le 7) = 1 - [P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)]$$

$$P(X>7) = 1 - \sum_{x=0}^{7} \frac{e^{-9}9^{x}}{x!} = 1-0.324=0.676$$

احتمال عدم استلام أي مطالبات في اليوم هو:

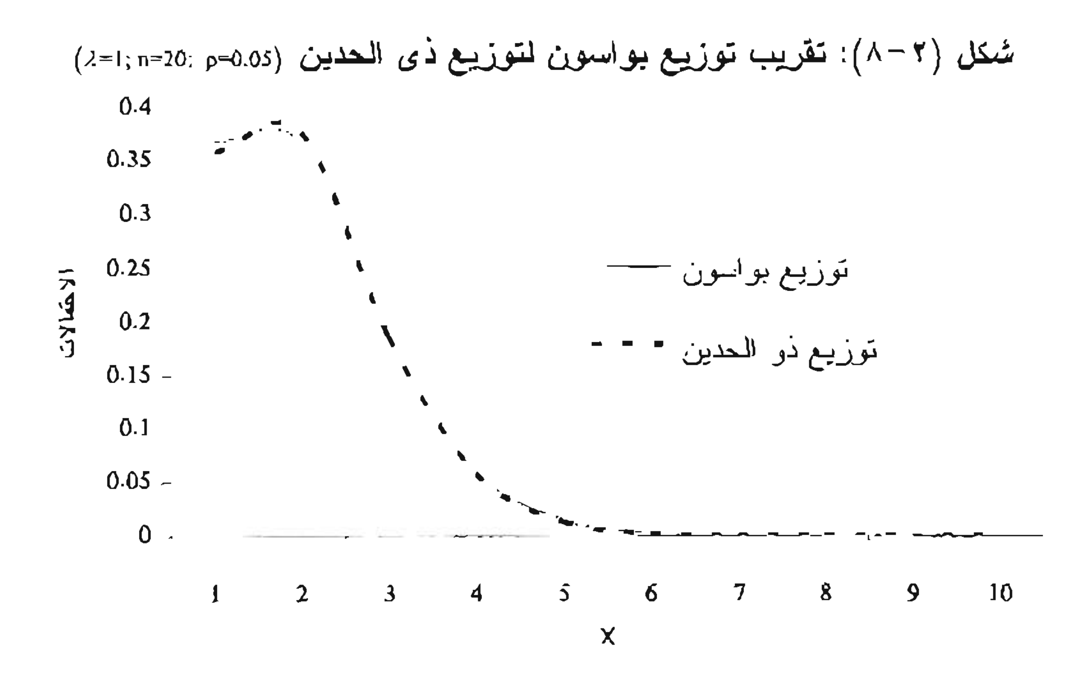
$$P(X=0) = \frac{e^{-9}9^{0}}{0!} = 0.0001234$$

أي أن احتمال عدم استلام أي مطالبات في اليوم هو (٠,٠٠٠١٢).

## تقريب توزيع بواسون لتوزيع ذى الحدين:

إذا كانت قيمة $n$ كبيرة (أكبر من ٢٠) وقيمة $p$ صغيرة (أصغر من أو يساوي ٠,٠٥) في توزيع ذى الحدين، فإنه يمكن استخدام توزيع بواسون $(\lambda = np)$ ليكون مقرباً لحساب احتمالات توزيع ذى الحدين (Strait 1989, p. 121) (أنظر الشكل ٢-٨). كما أنه ينظر إلى هذا التقريب في الماضي – قبل ظهور الحاسابات الآلية والبرامج المتقدمة – على أنه يساعد في تبسيط حساب احتمالات ذى الحدين خاصة إذا كان عدد التجارب (n) كبيراً.

شكل (٢-٨): تقريب توزيع بواسون لتوزيع ذى الحدين $(\lambda=1;\ n=20;\ p=0.05)$



**مثال (٢-٢٦):**

إذا عُلم أن إحدى الحالات تنتج مسامير معيبة بنسبة (١,٥%)، فما احتمال وجود مسمارين معيبين فأكثر في دفعة تتألف من (١٠٠) مسمار من إنتاج الآلة؟.

**الحل:**

**أولاً: باستخدام توزيع بواسون:**

متوسط المعيب يساوي ١,٥ ($\lambda = 100 \times 0.015 = 1.5$) .

المطلوب حساب احتمال وجود مسمارين معيبين فأكثر في دفعة تتألف من ١٠٠ مسمار من إنتاج الآلة، أي:

$$P(X \geq 2) = 1 - [P(X=0)+P(X=1)]$$
$$P(X \geq 2) = 1 - 0.22313 - 0.334695 = 0.4422$$

إذن احتمال وجود مسمارين معيبين على الأقل في دفعة تتألف من (١٠٠) مسمار من إنتاج الآلة هو (٠,٤٤٢٢).

**ثانياً: الحل باستخدام توزيع ذي الحدين:**

المطلوب حساب احتمال وجود مسمارين معيبين فأكثر في دفعة تتألف من ١٠٠ مسمار من إنتاج الآلة ، أي:

$$P(X \geq 2) = 1 - [P(X=0)+P(X=1)]$$
$$P(X \geq 2) = 1 - 0.2206 - 0.3359 = 0.4434$$

إذن احتمال وجود مسمارين معيبين فأكثر في دفعة تتألف من (١٠٠) مسمار من إنتاج الآلة هو (٠,٤٤٣٤). ويلاحظ تقارب قيمتي الاحتمال باستخدام أي من التوزيعين؛ مما يشير إلى أن توزيع بواسون يمكن استخدامه ليصبح مقرباً لتوزيع ذي الحدين في حالة توافر شروط التقريب.

**٢-٢-٥ التوزيع الطبيعي (The Normal Distribution):**

يعتبر التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية استخداماً في التحليل الإحصائي؛ لأنه يمثل كثيراً من الظواهر الطبيعية. الوزن، والطول، والقطر، والعمر، والمتانة، والدخل، الاستهلاك، ... إلخ أمثلة كثيرة لمتغيرات لا حصر لها تتبع التوزيع الطبيعي. ويسمى التوزيع الطبيعي بتوزيع جاوس نسبة إلى مكتشفه كارل جاوس (Carl Friedrich Gauss). ويُعرف هذا التوزيع بواسطة دالة كثافة الاحتمال (Probability Density Function (pdf)) التي تأخذ الصيغة التالية:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \qquad \text{for } -\infty < \mu < +\infty \quad \sigma > 0 \quad (2\text{-}17)$$

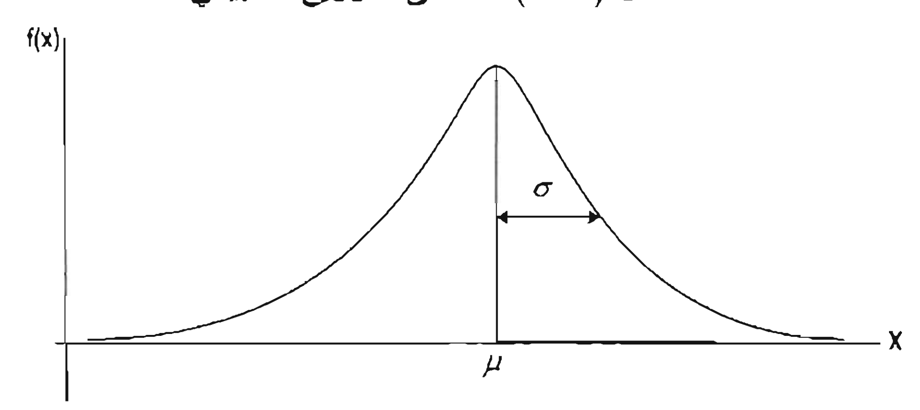
حيث إن μ و $\sigma^2$ هما معلمتا التوزيع ويمثلان الوسط الحسابي وتباين التوزيع على التوالي وe قيمة ثابتة تساوي تقريباً (٢,٧١٨٢٨)، وπ قيمة ثابتة تساوي تقريباً (٣,١٤٥٩)، و$x$ المتغير العشوائي المتصل

الطبيعي ويأخذ قيماً ما بين سالب ما لا نهاية إلى موجب ما لا نهاية.

## بعض خصائص التوزيع الطبيعي:

١) لمنحنى الدالة قمة واحدة ويشبه شكل الجرس ومتماثل حول الوسط الحسابي μ، ويمتد طرفاه نظرياً إلى ما لا نهاية (من −∞ إلى +∞) تدريجياً ولا يلتقيان مع الإحداثي الأفقي (الشكل ٢−٩).

**شكل (٢−٩): منحنى التوزيع الطبيعي**

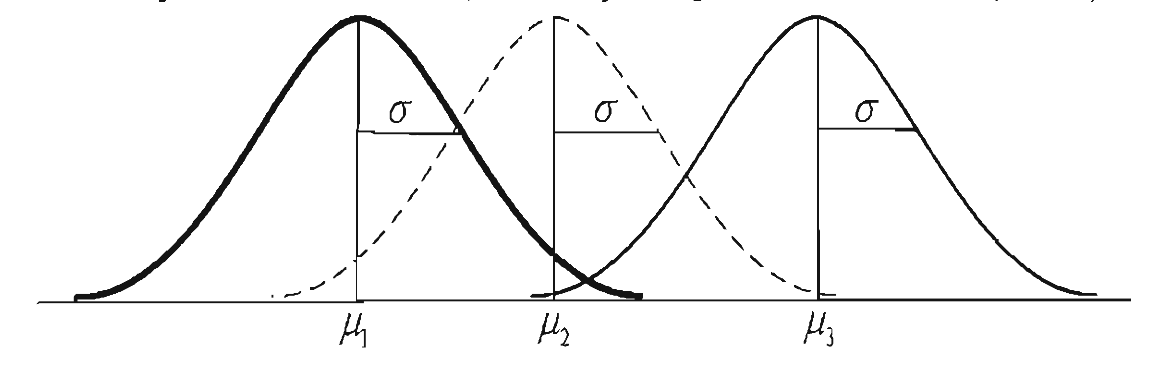



٢) مساحة المنطقة الواقعة بين هذا المنحنى والمحور X تساوي الواحد الصحيح، أي:

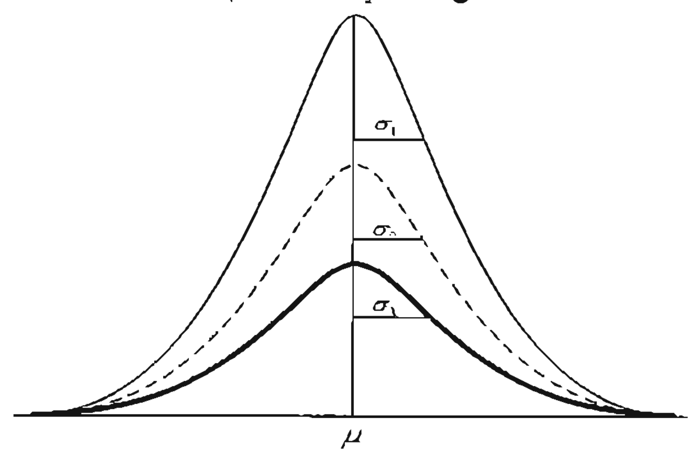
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = 1 \qquad (2\text{-}18)$$

٣) المعلمة μ (الوسط الحسابي) تحدد الموضع في حين تحدد المعلمة $\sigma^2$ (التباين) شكل التوزيع (انظر الشكلين ٢−١٠ و٢−١١).

**شكل (٢−١٠): ثلاثة منحنيات لتوزيع طبيعي لثلاث قيم مختلفة للوسط الحسابي وتباين ثابت**



شكل (٢-١١): ثلاثة منحنيات لتوزيع طبيعي لثلاث قيم مختلفة للتباين ووسط حسابي ثابت




٤) توزيع المساحة المحصورة تحت المنحنى على المحور الأفقي على النحو التالي:

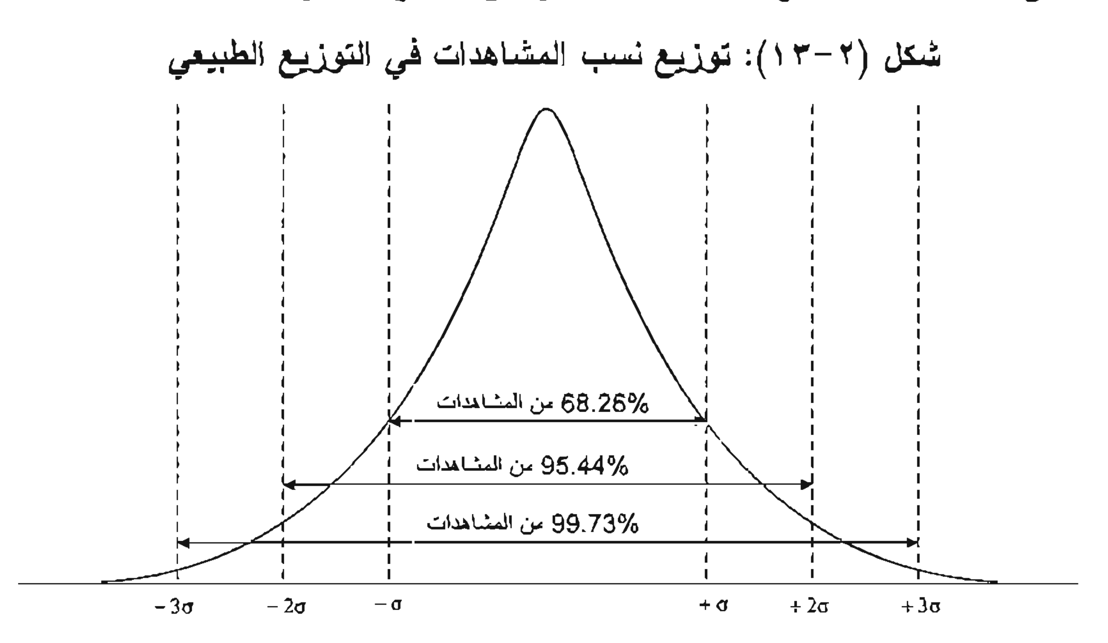
(٦٨,٢٦%) من قيم المتغير العشوائي المتصل تقع ما بين $\mu+\sigma$ و $\mu-\sigma$

(٩٥,٤٤%) من قيم المتغير العشوائي المتصل تقع ما بين $\mu+2\sigma$ و $\mu-2\sigma$

(٩٩,٧٣%) من قيم المتغير العشوائي المتصل تقع ما بين $\mu+3\sigma$ و $\mu-3\sigma$

ويوضح الشكل (13-2) توزيع نسب المشاهدات التي تتبع التوزيع الطبيعي بيانياً.

شكل (٢-١٣): توزيع نسب المشاهدات في التوزيع الطبيعي



**التوزيع الطبيعي المعياري (The Standard Normal Distribution):**

إذا كان X متغيراً عشوائياً طبيعياً بوسط حسابي يساوي μ وتباين يساوي $\sigma^2$، فإن المتغير Z حيث

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1) \qquad (2\text{-}19)$$

يتبع أيضاً التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي الصفر وانحراف معياري أو تباين يساوي الواحد الصحيح. ويعرف هذا المتغير بالمتغير الطبيعي المعياري. وتمثل قيمة Z المسافة بين أية قيمة محددة لـ X والوسط الحسابي μ مقاساً بوحدات الانحراف المعياري σ. وللتوزيع الطبيعي المعياري خصائص التوزيع الطبيعي نفسها باستثناء أن الوسط الحسابي يساوي صفراً والتباين يساوى واحداً صحيحاً. ويلاحظ أن الغالبية العظمى (٩٩,٧٣%) من قيم المتغير الطبيعي المعياري تقع بين −٣ و+٣، أي أن أعلى قيمة يأخذها المتغير هي ٣ تقريباً وأقل قيمة هي −٣ تقريباً. ويستخدم التوزيع الطبيعي المعياري لحساب الاحتمالات للقيم المختلفة للمتغير العشوائي الذي يتبع التوزيع الطبيعي، حيث يتطلب ذلك تحويل قيم المتغير العشوائي إلى قيم معيارية (Standardized values). ويرمز لدالة توزيع المتغير الطبيعي المعياري (Z) بـ $\Phi(x)$ حيث

$$\Phi(x) = P(Z < x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)} dx \qquad (2\text{-}20)$$

ويوجد جدول يعطي احتمالات وقوع المتغير المعياري (Z) في مدى معين (ملحق ١). كما يمكن استخدام برنامج إكسل أو أي برنامج إحصائي (مثلاً Minitab أو SAS) لحساب هذه الاحتمالات.

**مثال(٢−٢٧):**

ينتج مصنع دقيق قمح في عبوات زنة العبوة ٢,٥ كيلوجرام. فإذا كانت أوزان العبوات تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي (٢٥٠٠) جرام وانحرافه المعياري (٤٠) جراماً، وتم اختيار عبوة واحدة عشوائياً، فما احتمال أن يكون وزنها: أ) أقل من ٢٤٥٠ جراماً، ب) أكبر من ٢٦٠٠ جرام؟

**الحل:**

أ) احتمال أن يكون وزن العبوة أقل من ٢٤٥٠ جراماً:

− بفرض أن X يرمز لوزن العبوة، فإن:

$$x \sim N(2500, 1600)$$

− حساب القيمة Z (انظر الشكل ٢−١٤):

$$Z = (X-\mu)/\sigma$$

$$Z = (2450-2500)/40=-1.25$$

− وباستخدام جدول التوزيع الطبيعي في الملحق (١) يتم حساب الاحتمال كما يلي:

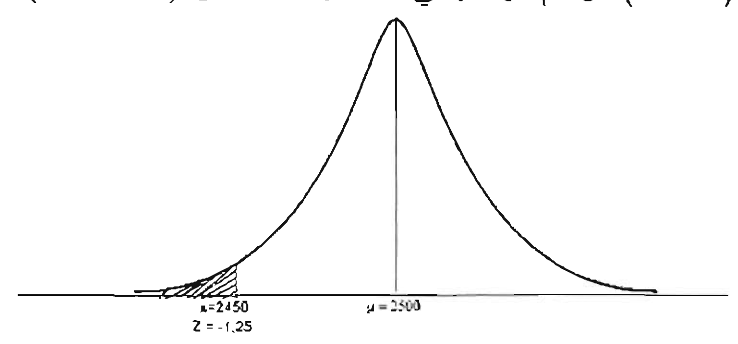
$$P(X \le 2450) = \Phi[-1.25] = 0.1056$$

- كما يمكن استخدام الدالة التالية من برنامج إكسل لحساب الاحتمال:

=normsdist(standardize(2450;2500;40))

أي أن احتمال أن يكون وزن العبوة أقل من (٢٤٥٠) جراماً يساوى (٠,١٠٦)، أو أن نسبة إنتاج العبوات التي تقل وزنها عن (٢٤٥٠) جراماً هي (١٠,٦%).

**شكل (٢-١٤): رسم توضيحي لحساب الاحتمال $P(X \le 2450)$**




ب): احتمال وزن العبوة أكبر من ٢٦٠٠ جرام:

- حساب القيمة Z (انظر شكل ٢-١٥):

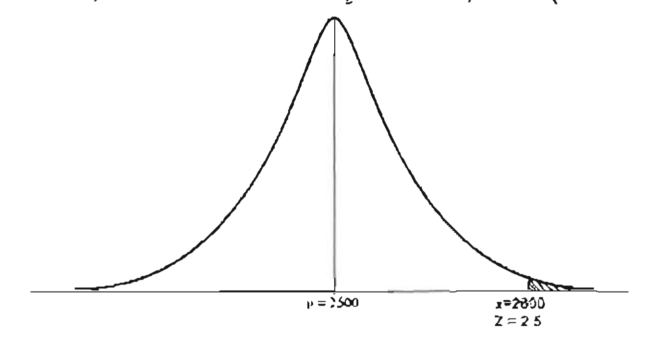
$$Z = (X-\mu)/\sigma$$
$$Z = (2600-2500)/40=2.5$$

- وباستخدام الجدول يتم حساب الاحتمال كما يلي:

$$P(X \ge 2600) = 1-\Phi[2.5] = 0.00621$$

أي أن احتمال أن يزيد وزن العبوة من (٢٦٠٠) جرام يساوى (٠,٠٠٦)، أو أن نسبة إنتاج عبوات يزيد وزنها من (٢٦٠٠) جرام هي (٠,٦%).

**شكل (٢-١٥): رسم توضيحي لحساب الاحتمال $P(X \ge 2600)$**




**مثال (٢-٢٨):**

**مثال (٢-٢٨):**

تنتج إحدى الآلات نوعاً من المسامير تتبع أطوالها توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي ٣,٠ سم وانحراف معياري ٠,٠١ سم. أوجد نسبة المسامير التي أطوالها:

تزيد على ٣,٠٢ سم.
تقل عن ٣,٠١٠٥ سم.
تراوح ما بين ٢,٩٩ سم و ٣,٠١ سم.

**الحل:**

أ) احتمال إنتاج مسامير تزيد أطوالها على ٣,٠٢ سم:

- بفرض أن X يرمز لطول المسمار، فإن:

$$x \sim N(3.0, 0.0001)$$

- حساب القيمة Z (انظر شكل ٢-١٦):

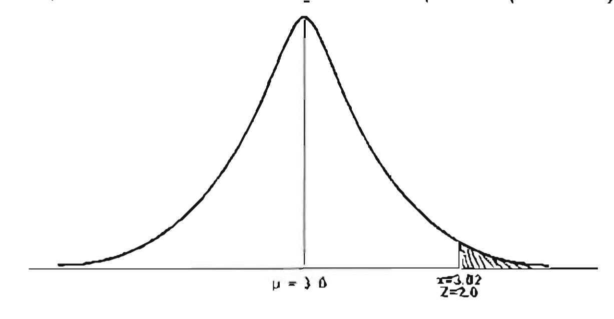
$$Z = (X-\mu)/\sigma$$
$$Z = (3.02-3.0)/0.01 = 2.0$$

- وباستخدام الجدول يتم حساب الاحتمال كما يلي:

$$P(X \geq 3.02) = 1 - \Phi[2.0] = 1-0.97724 = 0.02276$$

أي أن نسبة إنتاج المسامير التي تزيد أطوالها على ٣,٠٢ سم هي (٢,٣%).

**شكل (٢-١٦): رسم توضيحي لحساب الاحتمال $P(X \geq 3.02)$**




ب) احتمال إنتاج مسامير تقل أطوالها عن ٣,٠١٠٥ سم:

- حساب القيمة Z (انظر شكل ٢-١٧):

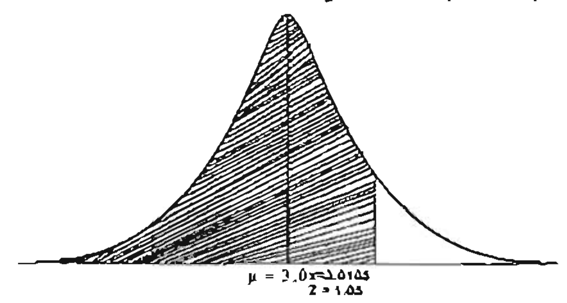
$$Z = (X-\mu)/\sigma$$
$$Z = (3.0105-3.0)/0.01=1.05$$

- وباستخدام الجدول يتم حساب الاحتمال كما يلي:

$$P(X \leq 3.0105)= \Phi[1.05] = 0.85314$$

أي أن نسبة إنتاج مسامير تقل أطوالها عن ٣,٠١٠٥ سم هي ٨٥,٣%.

**شكل (٢-١٧): رسم توضيحي لحساب الاحتمال $P(X \leq 3.0105)$**

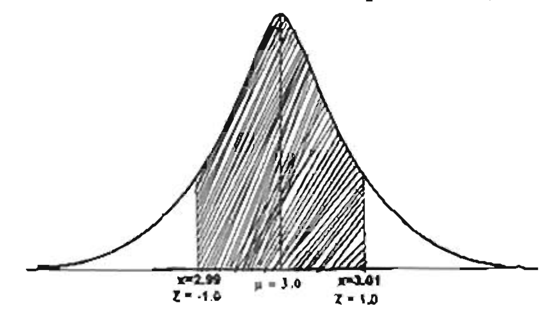



ج) احتمال إنتاج مسامير تُراوح أطوالها ما بين ٢,٩٩ سم و٣,٠١ سم (انظر الشكل ٢-١٨):

$$P(2.99 \leq X \leq 3.01) = P(X \leq 3.01) - P(X \leq 2.99)$$
$$= \Phi[1.0] - \Phi[-1.0]$$
$$= 0.8415 - 0.1587 = 0.6828$$

أي أن احتمال إنتاج مسامير تُراوح أطوالها ما بين ٢,٩٩ سم و٣,٠١ سم هو ٠,٦٨٢٨؛ أي أن نسبة إنتاج مسامير تُراوح أطوالها ما بين ٢,٩٩ سم و ٣,٠١ سم هي ٦٨,٢٦%.

**شكل (٢-١٨): رسم توضيحي لحساب الاحتمال $P(2.99 \leq X \leq 3.01)$**




**مثال (٢-٢٩):**

ينتج مصنع مياه شرب منتجة في قوارير سعة نصف لتر بمواصفات كيميائية محددة من بينها معدل الفلورايد (Fluoride) المذاب في الماء. حيث حُدد بأن يكون الفلورايد المذاب في الماء ما بين ٠,٦ مليجرام (milligram) في اللتر الواحد و٠,٧ مليجرام في اللتر (٠,٦٥±٠,٠٥). ومن بيانات الإنتاج لفترات سابقة وُجد أن الفلورايد المذاب في الماء في القارورة يتبع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي ٠,٦٣ مليغرام للتر وانحراف معياري ٠,٠٢ مليغرام. فما نسبة الوحدات المنتجة المطابقة لمواصفة الفلورايد؟

**الحل:**

- بفرض أن المتغير X يرمز للفلورايد في الماء ، إذن:

$$x \sim N(0.63, 0.0004)$$

- المطلوب حساب احتمال إنتاج قوارير يزيد معدل الفلورايد فيها على الحد الأعلى للمواصفات (USL) واحتمال إنتاج قوارير يقل معدل الفلورايد فيها عن الحد الأدنى (LSL)، أي حساب الاحتمال $P(LSL \le X \le USL)$ (انظر الشكل ٢-١٩):

**أولاً: احتمال إنتاج قوارير يزيد معدل الفلورايد فيها على الحد الأعلى:**

$$P(X > USL) = P[Z > (USL-\mu)/\sigma]$$
$$= P[Z > (0.7-0.63)/0.02] = P(Z > 3.5)$$
$$= 1 - P(Z < 3.5) = 1 - \Phi[3.5] = 1 - 0.999767$$
$$= 0.000232673$$

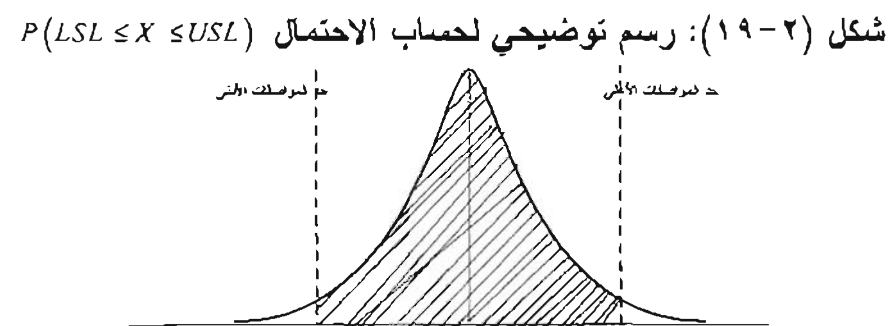
أي أن ما نسبته (٠,٠٢%) من إنتاج القوارير يزيد معدل الفلورايد فيها على الحد الأعلى للمواصفات.

**ثانياً: احتمال إنتاج قوارير يقل معدل الفلورايد فيها الحد الأدنى:**

$$P(X < USL) = P[Z < (USL-\mu)/\sigma]$$
$$= P[Z=(0.6 - 0.63)/0.02] = P(Z < -1.5)$$
$$= \Phi[-1.5] = 0.066807$$

أي أن ما نسبته (٦,٦٨%) من إنتاج القوارير يقل معدل الفلورايد فيها على الحد الأدنى للمواصفات. وبذلك يكون نسبة غير المطابقة للمواصفات (٦,٧%) من إنتاج القوارير، أي أن (٩٣,٣%) من الإنتاج مطابق للمواصفات.

**شكل (٢-١٩): رسم توضيحي لحساب الاحتمال** $P(LSL \le X \le USL)$




**مثال (٢-٣٠):**

ترغب إدارة مصنع لمصابيح كهربائية في تحديد الحد الأدنى من عمر المصباح الجديد ليكون فترة ضمان. ومن بيانات الاختبارات وجد أن عمر المصباح يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي (٧١٣) يوماً وانحراف

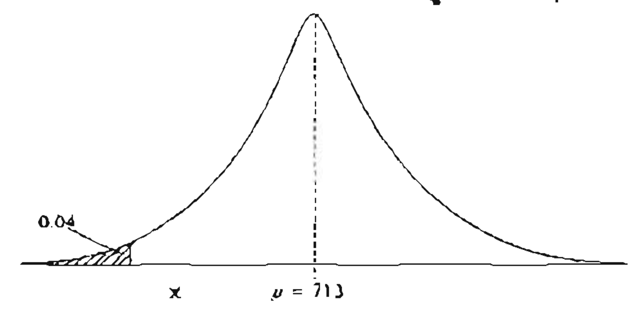
معياري يساوي (٢٣) يوماً. وترغب إدارة المصنع في تحديد الحد الأدنى بحيث لا تستبدل أكثر من (٤%) من المصابيح المباعة لزبائنها خلال فترة الضمان. احسب فترة الضمان التي يجب أن تعلنها إدارة المصنع لزبائنها؟.

**الحل:**

يوضح الشكل (٢-٢٠) رسماً توضيحياً لحساب القيمة المعيارية المقابلة للاحتمال (0.04). وبفرض أن X يرمز لعمر المصباح، يتم حساب القيمة المعيارية Z حيث :

$$Z = (X-\mu)/\sigma$$
$$Z = (X-713)/23$$

**شكل (٢-٢٠): رسم توضيحي لحساب القيمة المعيارية المقابلة للاحتمال (0.04)**




ومن جدول التوزيع الطبيعي المعياري أو باستخدام برنامج إكسل نجد القيمة المعيارية التي تقابل الاحتمال (٠,٠٤) هي (-1.751)، لذا فإن:

$$X = 23\times-1.751+713 = 672.73$$

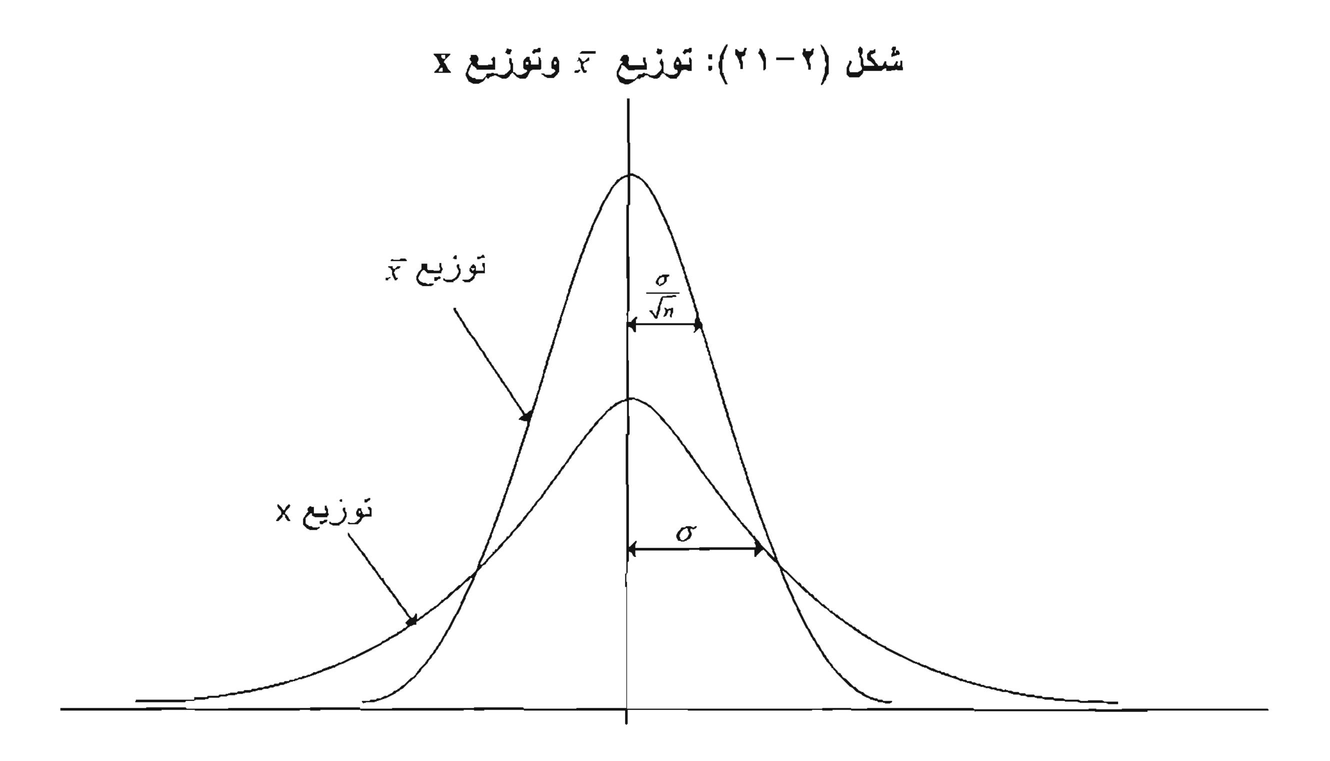
وبالتالي فإن إدارة المصنع يمكن أن تضمن المصباح لفترة (٦٧٣) يوماً وتتوقع أن تستبدل ٤% من المصابيح المباعة في فترة تقل عن (٦٧٣) يوماً.

## توزيع المعاينة لمتوسط العينة لمتغير يتبع التوزيع الطبيعي:

**نظرية:**

إذا كان توزيع المجتمع طبيعياً بوسط حسابي يساوي μ وانحراف معياري يساوي σ ($X \sim N(\mu,\sigma^2)$)، فإن توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$ يكون طبيعياً بوسط حسابي يساوي الوسط للمجتمع ($\mu_{\bar{X}} = \mu$) وانحراف معياري يساوي الانحراف المعياري للمجتمع مقسوماً على الجذر التربيعي لحجم العينة $\left(\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. ويوضح الشكل (٢-٢١) توزيع $\bar{X}$ وتوزيع X.

**شكل (٢-٢١): توزيع $\bar{x}$ وتوزيع x**



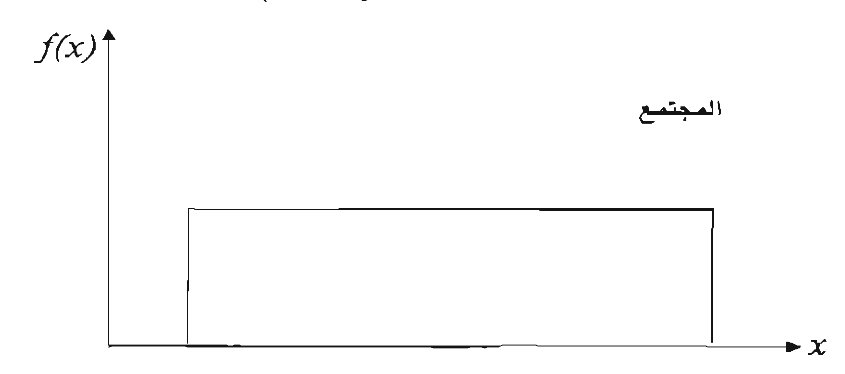

**نظرية النهاية المركزية (Central Limit Theorem):**

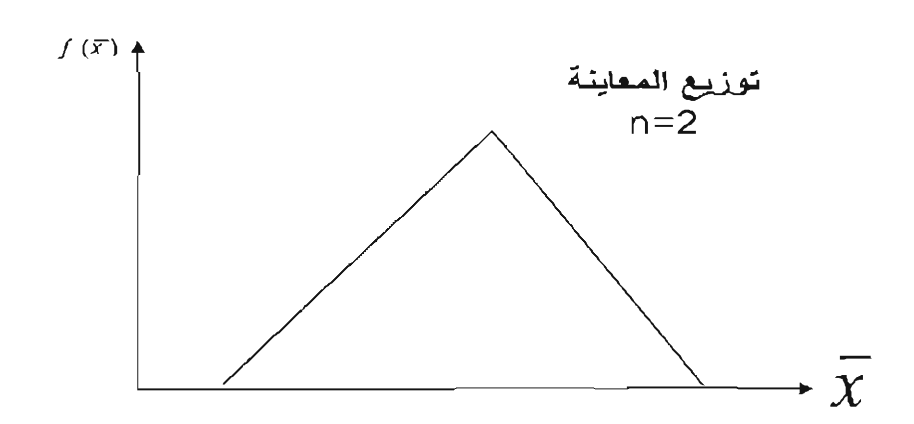
"إذا تم سحب عينات عشوائية حجم كل منها ($n$) مشاهدة من مجتمع وسطه الحسابي محدود ويساوي (μ) وانحرافه المعياري محدود أيضاً ويساوي (σ) ، فإن توزيع متوسطات العينات ($\bar{x}$) يقترب من التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي الوسط للمجتمع ($\mu_{\bar{x}} = \mu$) وانحراف معياري يساوي الانحراف المعياري للمجتمع مقسوماً على الجذر التربيعي لحجم العينة ($\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) ، وذلك بصرف النظر عن التوزيع الأصلي للمجتمع إذا كان حجم العينات كبيراً بدرجة كافية".

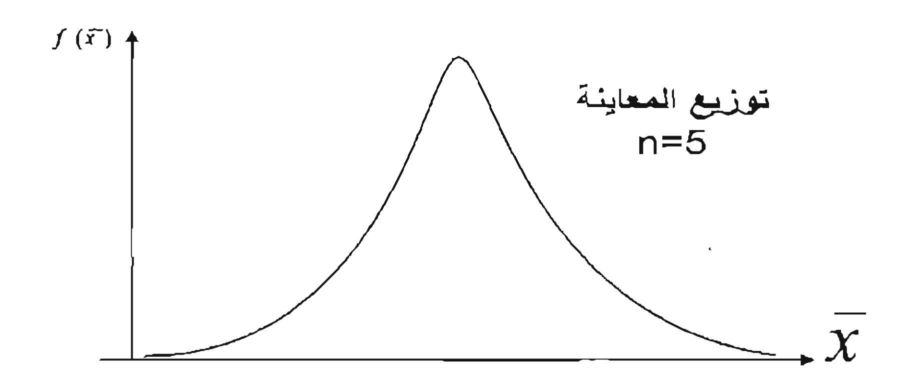
ويعتمد حجم العينة على شكل توزيع المجتمع، فإذا كان المجتمع متماثلاً (Symmetric) فإن حجم عينة في حدود مشاهدتين إلى أربع مشاهدات يكون كافياً ليقترب توزيع المعاينة للتوزيع الطبيعي. وأما إذا كان توزيع المجتمع ملتوياً أو غير منتظم فيتم عادة اختيار حجم عينة كبيراً ليقترب توزيع المعاينة للتوزيع الطبيعي. ويوضح الشكلان (٢-٢٢) و(٢-٢٣) أثر حجم العينة فى شكل توزيع المعاينة لمجتمعين أحدهما مستطيل والآخر ملتو.

شكل (٢-٢٢): أثر حجم العينة فى توزيع المعاينة لمجتمع مستطيل

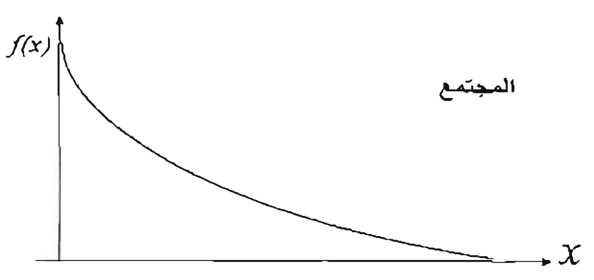
(Rectangular Distribution)

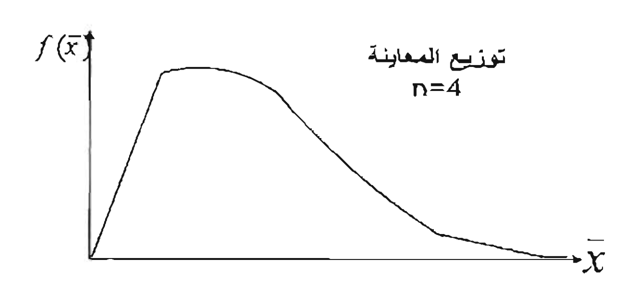


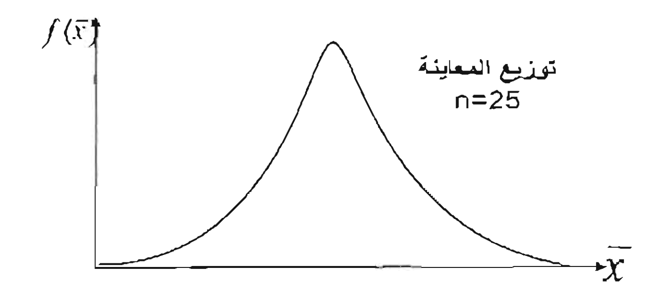



شكل (٢-٢٣):أثر حجم العينة في توزيع المعاينة لمجتمع ملتو (Skewed Distribution)




**مثال (٢-٣١):**

ينتج أحد المصانع زيتاً للطعام في عبوة (٢,٢٥) لتر. وتعتبر إدارة الشركة أن كمية الزيت في العبوة من خصائص الجودة الأساسية التي تحافظ عليها؛ إذ لا يرغب المصنع في بيع عبوات ناقصة الكمية لكسب ثقة زبائنها ولا يرغب في الوقت نفسه في زيادة الكمية لتجنب التكلفة الزائدة. ومن سجلات الشركة وُجد أن كمية الزيت في العبوة تتوزع حسب التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٢,٢٥) وانحراف معياري (٠,٠٣) لتر. وفي إطار نشاط الرقابة على الجودة، تم أخذ عدة عينات عشوائياً حجم كل منها (20) عبوة من أحد خطوط الإنتاج ووجد أن المتوسط الكلي لكمية الزيت في العبوة الواحدة في العينات المأخوذة يساوي (٢,٢٦٣) لتر. فهل تنتج الشركة عبوات زائدة الكمية؟ أو بمعنى آخر هل خطأ المعاينة (٢,٢٦٣-٢,٢٥=٠,٠١٣ لتر) غير عادي؟

**الحل:**

بفرض أن X يرمز لكمية الزيت في العبوة، يتم حساب القيمة المعيارية Z حيث :

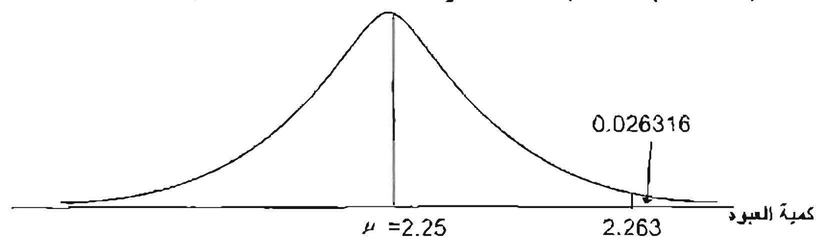
$$Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{2.263-2.25}{0.03/\sqrt{20}}=1.94$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي المعياري (أو باستخدام برنامج إكسل) يتم حساب الاحتمال كما يلي (شكل ٢-٢٤):

$$P(X\geq 2.263)= 1-\Phi\,[1.94] = 1-0.973684=0.026316$$

أي أن الشركة تنتج ما نسبته (٢,٦%) من العبوات كمياتها أكثر من (٢,٢٥) لتر.


**شكل (٢-٢٤): رسم توضيحي لحساب الاحتمال P(X≥2.263)**




## ٢-٢-٦ تقريب توزيع ذي الحدين إلى التوزيع الطبيعي:

يقترب شكل توزيع ذي الحدين إلى منحنى التوزيع الطبيعي إذا كانت قيمة احتمال النجاح (p) بعيدة من الصفر أو بعيدة من الواحد الصحيح و/أو إذا كان حجم العينة (n) كبيراً. لذا يستخدم التوزيع الطبيعي ليكون تقريباً لتوزيع ذي الحدين إذا كانت قيمة كل من {np} و{np(1-p)}، أكبر من (٥). ووضع الشرط الأول لضمان أن تكون قيمة احتمال النجاح (p) بعيدة من الصفر والشرط الثاني لضمان أن تكون قيمة (p) ليست قريبة من الواحد الصحيح.

ولاستخدام التوزيع الطبيعي يتم تبديل متغير توزيع ذي الحدين (X) بمتغير عشوائي طبيعي، Y فرضاً، بوسط حسابي (np) وانحراف معياري ($\sqrt{np(1-p)}$). ثم يتم إيجاد الاحتمالات بحساب قيمة Z المعيارية حيث

$$Z=\frac{Y-np}{\sqrt{np(1-p)}} \qquad (2\text{-}20)$$

وفي الحالات التي يكون فيها حجم العينة صغيراً يتم إجراء عملية تصحيح تعرف بتصحيح الاستمرارية (Continuity correction) ذلك بتحويل متغير ذي الحدين المتقطع إلى متغير متصل/مستمر.

**مثال (٢-٣٢):**

من بيانات فترة سابقة لإنتاج مصنع للمبات النيون وجد أن نسبة المعيب (٢٥%)، فإذا اختيرت عينة عشوائية قوامها (٣٠) لمبة، فما احتمال وجود أكثر من (٩) لمبات معيبة؟

**الحل:**

بما أن (n=30) و (p=0.25) فإن:

$$np = 30\times0.25 = 7.5$$

$$np(1-p) = 30\times0.25\times0.75 = 5.625$$

وبما أن قيمة كل من {np} و{np(1-p)} أكبر من (٥) فإنه يمكن استخدام التوزيع الطبيعي ليكون تقريباً لتوزيع ذي الحدين، ثم يتم حساب احتمال وجود أكثر من (٩) لمبات معيبة من عينة حجمها (٣٠) كما يلي:

$$P(X>9) = P(X\geq10) = 1-P(X<10)$$

$$= 1-P\left(Z<\frac{9.5-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$= 1-P\left(Z<\frac{9.5-7.5}{\sqrt{30\times0.25\times0.75}}\right)$$

$$=1-0.8004=0.19953$$

والآن باستخدام توزيع الحدين يتم احتمال وجود أكثر من (٩) لمبات معيبة كما يلي:

$$p(X>9)=1-\{P(X=0)+P(X=1)+...+P(X=9)\}$$

$$=1-\left\{\binom{25}{0}0.3^0+0.7^{25}+\binom{25}{1}0.3^1+0.7^{24}+...+\binom{25}{9}0.3^9+0.7^{16}\right\}$$

$$=1-0.8106=0.1894$$

ويلاحظ من هذه النتائج أن قيمتي الاحتمال متقاربة؛ (0.19953) و(0.1894) على التوالي.

## ٢-٢-٧ رسم الاحتمال الطبيعي (Normal Probability Plot):

يستخدم رسم الاحتمال الطبيعي للكشف عن مدى تبعية متغير ما للتوزيع الطبيعي. ورسم الاحتمال هو شكل انتشار بين قيم المتغير والدرجات المعيارية المقابلة لها. وتتلخص طريقة رسم الاحتمال الطبيعي في الخطوات التالية:

* يتم أولاً ترتيب قيم مشاهدات المتغير تصاعدياً ، أي :

$$X_{(1)},X_{(2)},X_{(3)},...,X_{(n)}$$

حيث يشير الدليل السفلي بين القوسين (i) على الترتيب و(n) عدد المشاهدات؛ أي أن $X_{(1)}$ هي أصغر مشاهدة و $X_{(n)}$ هي أكبرها.

* حساب الدرجات الطبيعية (Normal Scores) على النحو التالي:

- حساب النسب التراكمية* المناظرة لقيم المشاهدات بعد ترتيبها كما يلي:

$$\left(\frac{i-0.375}{n+0.25}\right) \qquad i=1,2,3,\ldots,n$$

حيث إن i هو ترتيب المشاهدة وn عدد المشاهدات.

-حساب الدرجات المعيارية ($N_i$) بإيجاد معكوس دالة التوزيع التراكمي ( Inverse Cumulative distribution function of the standard normal distribution) وذلك باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري (ملحق ٢)، أي حساب:

$$N_i = \Phi_i^{-1}\left(\frac{i-0.375}{n+0.25}\right) \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (2\text{-}21)$$

كما يستخدم أيضاً التقريب التالي لحساب الدرجات المعيارية (Rayan and Joiner, 1976):

$$N_i \simeq 4.91\left[\left(\frac{i-0.375}{n+0.25}\right)^{0.14}-\left\{1-\left(\frac{i-0.375}{n+0.25}\right)\right\}^{0.14}\right] \quad i=1,2,\ldots,n \qquad (2\text{-}22)$$

* رسم شكل انتشار قيم مشاهدات المتغير مع الدرجات الطبيعية ($N_i$) المقابلة لها. فإذا بدا من الشكل أن النقط تقع تقريباً على خط مستقيم دل ذلك على أن المتغير يتبع التوزيع الطبيعي. وأما إذا أظهر الشكل خلاف ذلك فإننا نشك في تبعية المتغير للتوزيع الطبيعي.

**معامل الارتباط الخطي البسيط بين المتغير والدرجات الطبيعية:**

يتم قياس العلاقة الخطية بين المتغير (X) والدرجات المعيارية (N) بحساب معامل الارتباط الخطي البسيط. ويتم استخدام معادلة الارتباط لبيرسون ($r_Q$) كما يلي:

$$r_Q = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(N_i-\bar{N})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(N_i-\bar{N})^2}} \qquad (2\text{-}23)$$

**ملحوظات:**

- معامل الارتباط الخطي بين أي متغير والدرجات المعيارية للمتغير هو حالة خاصة لمعامل الارتباط الخطي لبيرسون الذي سيتم دراسته في الفصل الثالث، الجزء (٣-٦) بشيء من التفصيل، باعتباره إحدى أدوات الجودة.

*يستخدم بعض الكُتّاب النسب التراكمية التالية: $\frac{(i-0.33)}{(n+0.33)}$، $\frac{(i-0.3)}{(n+0.4)}$، $\frac{(i-0.5)}{n}$

(Toit,Steyn & Stumpf, 1986, pp 40-45, Fillinen 1975, Looney and Gulledge , 1985)

- يأخذ معامل الارتباط الخطي بين أي متغير والدرجات المعيارية للمتغير قيماً موجبة $(r_Q \geq 0)$؛ لأن قيم المشاهدات الكبيرة لها درجات معيارية كبيرة والعكس صحيح.
- إذا كان حجم معامل الارتباط قريباً والواحد الصحيح دل ذلك على تبعية المتغير للتوزيع الطبيعي. ولاختبار معنوية معامل الارتباط بين المتغير والدرجات المعيارية يوجد جدول خاص بذلك. انظر الملحق (٦).

**مثال (٢-٣٣):**

ينتج أحد المصانع الأهلية دواء شراب في قوارير عبوة (٢٠٠) مل. وتوضيح البيانات التالية كميات الدواء لعينة عشوائية من القوارير تم أخذها من إنتاج أحد الأيام.

| | | |
|---|---|---|
| 200.8 | 203.7 | 201 |
| 193.5 | 204.7 | 205.8 |
| 198.7 | 208.6 | 203.6 |
| 203.4 | 195.4 | 206.6 |
| 205.4 | 200.9 | 200 |
| 196.3 | 196.5 | 197.7 |
| 197.3 | 202.5 | 200.8 |
| 195.2 | 209 | 206.3 |
| 198.3 | 194.9 | 198.7 |
| 206.4 | 206.5 | 202.1 |

استخدم رسم الاحتمال الطبيعي للتأكد من تبعية هذه البيانات للتوزيع الطبيعي. ثم احسب الارتباط الخطي البسيط بين الدرجات المعيارية وقيم المشاهدات؟

**الحل:**

لرسم الاحتمال الطبيعي تم اتباع الخطوات التالية:

١. تم ترتيب الأوزان تصاعدياً ثم إضافة حقل للترتيب.

٢. تم حساب النسب التراكمية المقابلة للترتيب، فمثلاً النسبة التراكمية للمشاهدة الأولى تم حسابها كما يلي:

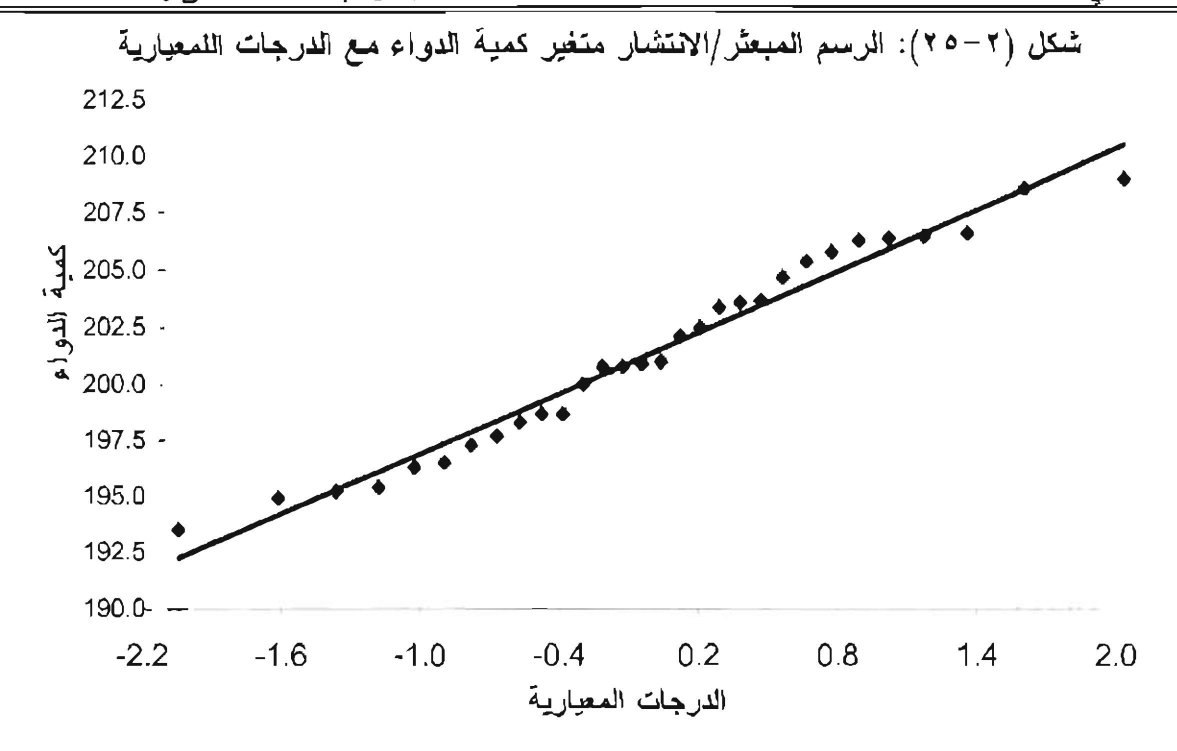
$$=\left(\frac{i-0.375}{n+0.25}\right)=\left(\frac{1-0.375}{30+0.25}\right)=0.0207$$

٣. تم حساب الدرجات المعيارية، فمثلاً الدرجة المعيارية للمشاهدة الأولى تم حسابها كما يلي:

$$N_1 = \Phi^{-1}(0.0207)=-2.0403$$

٤. تم رسم الرسم المبعثر الانتشار لمتغير الوزن مع الدرجات المعيارية المقابلة وتم حساب معامل الارتباط الخطي البسيط بين المتغيرين.

شكل (٢-٢٥): الرسم المبعثر/الانتشار متغير كمية الدواء مع الدرجات اللمعيارية




**رسم الاحتمال الطبيعي:**

يظهر من الرسم المبعثر لأوزان القوارير والدرجات المعيارية (شكل ٢-٢٥) أن معظم النقاط تقع تقريباً على خط مستقيم؛ مما يشير إلى أن متغير الوزن يتبع التوزيع الطبيعي.

اختبار الارتباط :

يستخدم الارتباط لاختبار الفرضية التالية:

**فرض العدم** ($H_0$): المتغير يتبع التوزيع الطبيعي.

**الفرض البديل** ($H_1$): المتغير لا يتبع التوزيع الطبيعي.

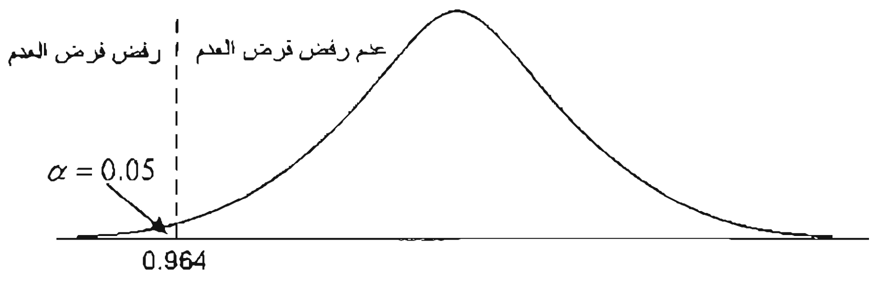
ومن بيانات الجدول (٢-٤) تم حساب معامل الارتباط الخطي البسيط بين أوزان القوارير والدرجات المعيارية والذي بلغ (٠,٩٨٧). وبما أن قيمة المعامل أكبر من القيمة الحرجة عند مستوى معنوية (٥%) وحجم عينة (٣٠) والبالغ (٠,٩٦٤) فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم الذي ينص على أن المتغير يتبع التوزيع الطبيعي (انظر الشكل (٢-٢٦).

جدول (٢-٤): حساب النسب التراكمية والدرجات المعيارية لمتغير كمية الدواء

| كمية الدواء (مل) | الترتيب | النسبة التراكمية | الدرجة المعيارية |
|---|---|---|---|
| 193.50 | 1 | 0.0207 | -2.0403 |
| 194.90 | 2 | 0.0537 | -1.6098 |
| 195.20 | 3 | 0.0868 | -1.3609 |
| 195.40 | 4 | 0.1198 | -1.1758 |
| 196.30 | 5 | 0.1529 | -1.0241 |
| 196.50 | 6 | 0.1860 | -0.8929 |
| 197.30 | 7 | 0.2190 | -0.7755 |
| 197.70 | 8 | 0.2521 | -0.6680 |
| 198.30 | 9 | 0.2851 | -0.5677 |
| 198.70 | 10 | 0.3182 | -0.4728 |
| 198.70 | 11 | 0.3512 | -0.3820 |
| 200.00 | 12 | 0.3843 | -0.2942 |
| 200.80 | 13 | 0.4174 | -0.2087 |
| 200.80 | 14 | 0.4504 | -0.1246 |
| 200.90 | 15 | 0.4835 | -0.0414 |
| 201.00 | 16 | 0.5165 | 0.0414 |
| 202.10 | 17 | 0.5496 | 0.1246 |
| 202.50 | 18 | 0.5826 | 0.2087 |
| 203.40 | 19 | 0.6157 | 0.2942 |
| 203.60 | 20 | 0.6488 | 0.3820 |
| 203.70 | 21 | 0.6818 | 0.4728 |
| 204.70 | 22 | 0.7149 | 0.5677 |
| 205.40 | 23 | 0.7479 | 0.6680 |
| 205.80 | 24 | 0.7810 | 0.7755 |
| 206.30 | 25 | 0.8140 | 0.8929 |
| 206.40 | 26 | 0.8471 | 1.0241 |
| 206.50 | 27 | 0.8802 | 1.1758 |
| 206.60 | 28 | 0.9132 | 1.3609 |
| 208.60 | 29 | 0.9463 | 1.6098 |
| 209.00 | 30 | 0.9793 | 2.0403 |



**شكل (٢-٢٦): منطقتا قبول ورفض فرض العدم عند مستوى معنوية (٥%)**




## رسم الاحتمال الطبيعي في بعض برامج الإحصاء:

يتم في بعض برامج الإحصاء، مثل SPSS وSAS، رسم الاحتمال الطبيعي (Q-Q Plot) بإجراء شكل الانتشار بين قيم المتغير الفعلية والقيم المتوقعة (الشكل ٢-٢٧). حيث يتم حساب القيم المتوقعة باستخدام الصيغة التالية:

$$\hat{x}_i = \bar{x} + s \times N_i \qquad (2.25)$$

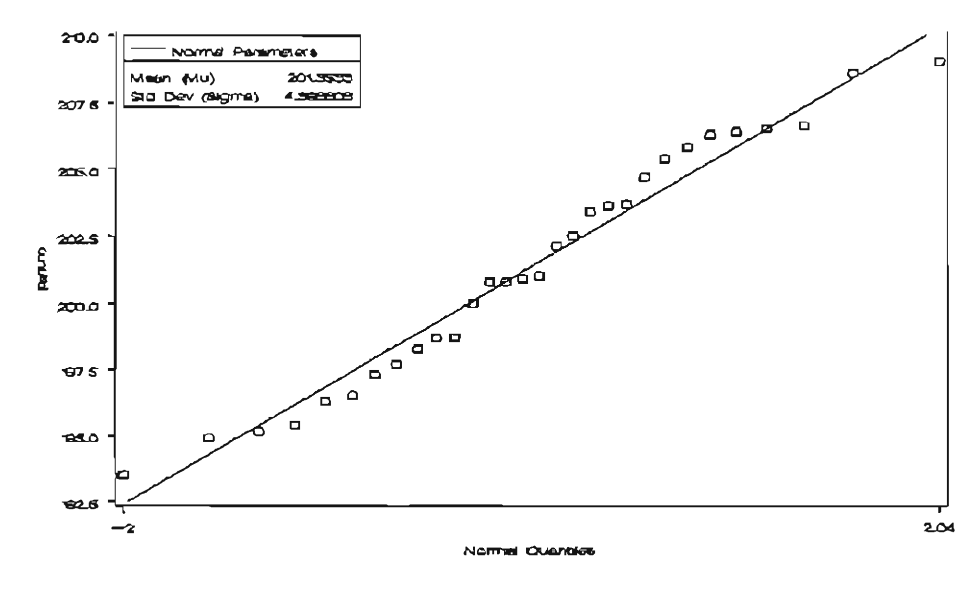
حيث إن:

$\bar{x}$ الوسط الحسابي للمتغير

s الانحراف المعياري للمتغير

$N_i$ الدرجة المعيارية للمشاهدة رقم i.

**شكل (٢-٢٧): رسم الاحتمال الطبيعي (Q-Q Plot) باستخدام برنامج ساس (SAS)**



## ٢-٣ الاستدلال الإحصائي (مفاهيم أولية):

ينقسم الاستدلال الإحصائي (Statistical Inference) إلى موضوعين رئيسين هما: التقدير الإحصائي (Estimation) واختبار الفروض (Hypothesis testing). وفي التقدير الإحصائي يتم تقدير معالم المجتمع المجهولة باستخدام عينات تسحب عشوائياً من المجتمع المراد تقدير معالمه. وأما في اختبار الفروض فإنه يتم التوصل إلى قرار بشأن قبول أو رفض فرض إحصائي حول معلمة أو معالم مجهولة، وذلك أيضاً باستخدام بيانات من عينة مسحوبة من المجتمع. يتناول هذا الجزء بإيجاز المفاهيم الأولية للتقدير واختبارات الفروض.

### ٢-٣-١ مفهوم التقدير:

ينقسم التقدير الإحصائي إلى **تقدير النقطة** (Point estimation) و**تقدير الفترة** (Interval Estimation). وفي تقدير المعالم بنقطة يتم حساب قيمة واحدة فقط لتقدير المعلمة، كأن يُستخدم متوسط فترة انتظار عملاء أحد البنوك لحين الحصول على الخدمة البنكية المطلوبة من عينة عشوائية من عملائها ليصبح تقديراً لمتوسط فترة الانتظار لجميع عملاء البنك. ومن الطبيعي أن التقدير بنقطة لأي معلمة لا نتوقع فيه أن يقدر تلك المعلمة بدون خطأ، أي لا نتوقع أن يكون تقدير أي معلمة مطابقاً تماماً لقيمة المعلمة المطلوب تقديرها. فمن المثال السابق لا يتوقع أن يكون متوسط فترة الانتظار مساوياً تماماً لمتوسط فترة الانتظار فيما لو تم حسابه من جميع عملاء البنك أفراد المجتمع، أي أن:

**المتوسط الحقيقي (المجتمع =μ ) = متوسط العينة ( $\bar{x}$ ) + خطأ (Error)**

لذا نرغب في تحديد مدى يتوقع أن تقع قيمة المعلمة داخله وهذا المدى يسمى التقدير بفترة (Interval estimation) ، وتقع المعلمة داخل حدود الفترة بدرجة ثقة أو احتمال يحدد ذلك. فمثلاً بدلاً من استخدام متوسط فترة الانتظار( $\bar{x}$ )، (١٣) دقيقة مثلاً، كتقدير نقطة لمتوسط الانتظار الحقيقي (μ) تُستخدم فترة ثقة لذلك كأن يقال بأن متوسط فترة الانتظار يقع ما بين (١٠) دقيقة و(١٦) دقيقة بدرجة ثقة ٩٥% مثلاً، وبلغة الاحتمالات يعني أن :

$$P(10 \leq \mu \leq 16) = 0.95$$

### ٢-٣-٢ مفهوم اختبارات الفروض:

الفرض الإحصائي (Statistical hypothesis) هو ادعاء حول معلمة من معالم المجتمع المجهولة، ويتم التحقق من صحته بإجراء اختبار الفروض (Hypothesis testing). ويتطلب إجراء الاختبار صياغة واضحة وموجزة للاختبار. وفيما يلي أمثلة لبعض الفروض:

- متوسط فترة انتظار المراجع لإحدى الدوائر الحكومية إلى حين تلقي الخدمة المطلوبة لا يقل عن (٢٠) دقيقة.
- يوجد اختلاف في متوسط عمر بطارية للسيارات بمواصفات محددة منتجة من شركتين مختلفتين.
- نسبة الوحدات المنتجة من دواء غير المطابقة للمواصفات في مصنع للأدوية تقل من (١%).

وفي اختبارات الفروض يوجد فرضان هما: فرض العدم (Null hypothesis) ويرمز له بـ ($H_0$) ، وهو صيغة مبدئية عن معلمة المجتمع المجهولة، ويصاغ على أنه لا يوجد فرق بين المعلمة وقيمة محددة، لذا جاءت التسمية بفرض العدم. ويفترض الباحث في فرض العدم أن الفرق المتوقع يساوي صفراً وأن أي فروق تظهر يمكن إرجاعها إلى الصدفة فقط. وفيما يلي أمثلة لصياغة فرض العدم:

١. متوسط فترة انتظار المراجع في إحدى الدوائر الحكومية:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \text{ أو } H_0 : \mu - \mu_0 = 0$$

حيث إن: $\mu$ هو الوسط الحسابي للمجتمع لفترة الانتظار (قيمة مجهولة) و$(\mu_0)$ القيمة المفترضة لفترة الانتظار وتساوي (٢٠) دقيقة.

٢. يوجد اختلاف في متوسط عمر بطارية للسيارات بمواصفات محددة منتجة من شركتين مختلفتين.

$$H_0:\mu_1-\mu_2=0 \quad \text{أو} \quad H_0:\mu_1=\mu_2$$

حيث إن $\mu_1$ هو الوسط الحسابي للمجتمع لعمر البطارية المنتجة في الشركة الأولى و $\mu_2$ الوسط الحسابي للمجتمع لعمر البطارية المنتجة في الشركة الثانية.

٣. نسبة الوحدات المنتجة من دواء غير المطابقة للمواصفات تقل من (١%).

$$H_0 : P = P_0 \text{ أو } H_0 : P - P_0 = 0$$

حيث إن $P$ هو نسبة الوحدات المنتجة غير المطابقة في المجتمع و$(P_0)$ النسبة المفترضة وتساوي (١%) في هذا المثال.

الفرض البديل (Alternative hypothesis) ويرمز له بـ ($H_1$)، وهو افتراض حول معلمة المجتمع يختلف من القيمة المحددة في فرض العدم، أي أن الفرق بين المعلمة والقيمة المحددة لا يساوى الصفر. ويتم قبول الفرض البديل في حالة رفض فرض العدم. ويصاغ الفرض البديل بإحدى الطريقتين التاليتين:

- فرض بديل غير متجه (Nondirectional): هو فرض محايد ينص علي أن المعلمة مثلاً لها قيمة تختلف عن القيمة الافتراضية بغض النظر عن كون الاختلاف زيادة أو نقصاً، مثل اختلاف طول خرطوم منتج من الطول حسب المواصفة (٣,٥ سم) مثلاً، ويصاغ رياضياً كما يلي:

$$H_1: \mu \neq 3.5$$

- فرض بديل متجه (Directional): فرض غير محايد ينص على أن المعلمة مثلاً أكبر من أو أصغر من القيمة المفترضة، مثل أن يفترض أن متوسط طول الخرطوم أكبر من (٣,٥) سم، أي:

$$H_1: \mu > 3.5$$

والفرض البديل لا يخضع للاختبار إحصائياً، بل إن الذي يخضع للمعالجة الإحصائية والاختبار هو فرض العدم.

إحصائية الاختبار(Test Statistic): إحصائية الاختبار هي قيمة إحصائية تُعدُّ متغيراً عشوائياً له توزيع احتمالي محدد يصف العلاقة بين القيم النظرية والقيم المشاهدة. وتتم عادة مقارنة قيمة إحصائية الاختبار بالقيمة النظرية للتوزيع الاحتمالي، وعليه يتخذ القرار برفض أو قبول الفرض الصفري. وتنقسم القيم الممكنة لإحصائية الاختبار إلى قسمين: قيم تقع في منطقة الرفض (Rejection region)، أي رفض فرض العدم، وقيم تقع في منطقة عدم الرفض أو منطقة القبول (Acceptance region)، أي عدم رفض فرض العدم. وتعرف القيم التي تفصل بين منطقتي الرفض والقبول بالقيم الحرجة (Critical values) وتعتبر القيم الحرجة جزءاً من منطقة الرفض.

## تصنيف الأخطاء في اختبارات الفروض (الخطأ الأول والخطأ الثاني):

عند اتخاذ القرار حول فرض العدم يوجد نوعان من الأخطاء يمكن الوقوع فيهما؛ إذا رُفض فرض العدم الصحيح يطلق عليه "**خطأ من النوع الأول**" (Type I error)، ويرمز لاحتمال الوقوع في هذا الخطأ بـ$(\alpha)$. كما أن عدم رفض فرض العدم غير الصحيح يطلق عليه "**خطأ من النوع الثاني**" (Type II error)، ويرمز لاحتمال الوقوع في هذا الخطأ بـ$(\beta)$.

**قوة الاختبار:** هي قدرة الاختبار على رفض فرض العدم عندما يكون في حقيقة الأمر خاطئاً. وقوة الاختبار هي احتمال عدم الوقوع في خطأ النوع الثاني $(1-\beta)$. وهذا يعني أن مقدار قوة الاختبار يُراوح ما بين الصفر حدًا أدنى وواحد صحيح حدًا أعلى.

**مستوى المعنوية (Level of Significance):** هو احتمال الوقوع في خطأ النوع الأول عند اختبارنا لفرض العدم، ويساوي $(\alpha)$. ويحدد عادة مستوى المعنوية بالقيمة (٥%) أو(١%). وتعني كلمة المعنوية "أن الفرق بين القيمة النظرية للمعلمة في المجتمع والقيمة الناتجة من العينة فرق حقيقي ولا يعزى إلى الصدفة".

## خطوات إجراء اختبار الفروض:

١. صياغة فرض العدم والفرض البديل.

٢. تحديد مستوى المعنوية $(\alpha)$ بهدف تحديد القيمة النظرية لإحصائية الاختبار، وهي القيم الجدولية للتوزيع الطبيعي أو توزيع تي أو توزيع اف F.
٣. حساب إحصائية الاختبار (Test Statistic) من بيانات العينة. وإحصائية الاختبار هي القاعدة التي تساعدنا على رفض أو عدم رفض فرض العدم.
٤. اتخاذ قرار حول بيانات العينة من خلال مقارنة قيمة إحصائية الاختبار بالقيمة النظرية التي تستخرج من جداول التوزيعات أو من الحاسب الآلي. فإذا كانت قيمة إحصائية الاختبار أكبر من القيمة النظرية، فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل. ويشير هذا، في حالة اختبار الفرق بين متوسطين مثلاً، إلى أن الفرق بين متوسطي المجتمعين حقيقي ولا يعزى إلى الصدفة. وإذا كانت قيمة إحصائية الاختبار أقل من القيمة الجدولية فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم وبالتالي قبوله، ويعني هذا في حالة اختبار الفرق بين متوسطين مثلاً، أنه لا يوجد فرق حقيقي بين متوسطي المجتمعين ويعزى الفرق الظاهري الذي يبدو لنا إلى الصدفة فقط.

### مثال (2-34):

ينتج مصنعٌ للأغذية شرائح بطاطس في أكياس زنة الكيس (٢٠) جراماً. ولمراقبة الإنتاج تقوم وحدة الجودة بالمصنع باختيار عينات عشوائية من فترة إلى أخرى للتأكد من مطابقة المنتج للمواصفات والتي من بينها الوزن الصافي للكيس. والبيانات التالية تمثل أوزان (٢٥) كيساً من شرائح البطاطس تم اختيارها عشوائياً من إنتاج أحد الأيام. المطلوب:

- حساب فترة ثقة متوسط وزن الكيس؟ عند مستوى ثقة (٠,٩٥).
- من واقع هذه البيانات، هل ينتج المصنع شرائح البطاطس حسب المواصفة (٢٠ جراماً)؟.

**جدول (٢-٥): أوزان عينة عشوائية من أكياس شرائح البطاطس (جرام)**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16.7 | 21.5 | 20.1 | 18.9 | 18.8 |
| 19.0 | 22.1 | 21.5 | 20.4 | 17.6 |
| 23.0 | 18.0 | 18.2 | 21.4 | 20.1 |
| 21.6 | 21.6 | 20.8 | 17.4 | 18.7 |
| 18.9 | 19.9 | 19.2 | 20.4 | 20.4 |

**الحل:**

## أولاً: التقدير بفترة:

تحسب فترة ثقة الوسط الحسابي باستخدام المعادلة التالية:

$$P\left(\bar{x}-t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right)=1-\alpha$$

حيث إن: $\bar{x}$ الوسط الحسابي للعينة، وt قيمة توزيع t عند مستوى دلالة $\alpha/2$ ودرجات حرية (n-1)، و $\alpha$ مستوى المعنوية، وs الانحراف المعياري للعينة، وn حجم العينة، و $\bar{x}$ الوسط الحسابي للعينة

ولحساب فترة الثقة تم حساب الوسط الحسابي ($\bar{x}=19.848$) والانحراف المعياري ($s=1.62531$)وتحديد قيمة توزيع t من الجدول ($t_{0.025;24}=2.064$) ، وثم حُسبت فترة الثقة كما يلي:

$$19.848-2.064\frac{1.62531}{\sqrt{25}}\le\mu\le19.848+2.064\frac{1.62531}{\sqrt{25}}$$

$$19.1771\le\mu\le20.5189$$

وبذلك تكون فترة الثقة تساوي : ١٩,٢جرام – ٢٠,٥ جرام عند مستوى ثقة (٩٥%).

ثانياً: هل ينتج المصنع شرائح البطاطس حسب المواصفة (٢٠ جرام)؟.

للإجابة عن هذا السؤال تم إجراء اختبار الفروض حسب الخطوات التالية:

١. فرض العدم والفرض البديل. $H_0:\mu=20 \quad H_1=\mu\neq20$
٢. مستوى الدلالة= (0.05):
٣. إحصائية الاختبار (T): $T=\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

$$T=\frac{19.848-20}{1.62531/\sqrt{25}}=-0.46759$$

٤. تحديد قيمة t من الجدول عند مستوى دلالة (٠,٠٥) ودرجات حرية (٢٤).
$t_{0.025;24}=2.064$
٥. بما أن قيمة T المطلقة أقل من قيمة توزيع t، فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم؛ مما يعني أن المصنع ينتج شرائح البطاطس حسب مواصفة الوزن (٢٠ جراماً).

## تمارين الفصل الثاني:

### أولاً - تمارين الإحصاء الوصفي:

١. البيانات التالية تمثل فترات إنهاء معاملات (٣٠) مراجعاً لإحدى الدوائر الحكومية.

| م | الفترة (دقيقة) | م | الفترة (دقيقة) |
|---|---|---|---|
| 1 | 17 | 16 | 9 |
| 2 | 19 | 17 | 18 |
| 3 | 13 | 18 | 11 |
| 4 | 18 | 19 | 21 |
| 5 | 18 | 20 | 13 |
| 6 | 10 | 21 | 18 |
| 7 | 15 | 22 | 12 |
| 8 | 16 | 23 | 19 |
| 9 | 12 | 24 | 7 |
| 10 | 19 | 25 | 17 |
| 11 | 13 | 26 | 9 |
| 12 | 13 | 27 | 10 |
| 13 | 15 | 28 | 26 |
| 14 | 13 | 29 | 10 |
| 15 | 21 | 30 | 16 |

احسب الوسط الحسابي والوسيط، هل تشير النتائج إلى أن توزيع فترات إنهاء معاملات المراجعين متماثل؟.

٢. من السؤال الأول احسب الوسط الحسابي المشذب ثم قارنه بالوسط الحسابي؟ هل تشير المقارنة إلى وجود قيم متطرفة؟

٣. يقوم قسم ضبط الجودة بمصنع لتعبئة السكر في أكياس زنة الكيس (٢,٥) كيلوجرام بأخذ عينة عشوائية حجمه ثلاثة أكياس كل أربع ساعات وتسجيل انحرافات الأوزان عن القيمة المستهدفة. وتمثل البيانات التالية انحرافات الأوزان التي تم تسجيلها في أحد الأيام.

| الوقت | الانحرافات عن الوزن (كيلوجرام) | | |
|---|---|---|---|
| ٦ ص | -0.18 | 0.07 | -0.10 |
| ١٠ ص | 0.18 | -0.13 | 0.00 |
| ٢ م | 0.10 | 0.22 | -0.16 |
| ٦ م | 0.04 | -0.13 | 0.02 |
| ١٠ م | -0.18 | 0.00 | 0.01 |
| ٢ ص | -0.01 | 0.24 | -0.16 |

احسب الوسط الحسابي لهذه البيانات؟ وما الوسط الحسابي الحقيقي؟ احسب الانحراف المعياري؟ هل تختلف قيمة الانحراف المعياري للبيانات المحولة عن قيمة الانحراف المعياري للبيانات الأصلية؟ ولماذا؟

٤. من السؤال الأول قسّم البيانات إلى "٦" مجموعات ثم احسب المدى لأية مجموعة، واحسب متوسط قيم المدى. قدر الانحراف المعياري لفترات إنهاء معاملات المراجعين باستخدام الصيغة $\left(\hat{\sigma}=\frac{\bar{R}}{d_2}\right)$ ماذا يمكن استنتاجه؟.

٥. ينتج مصنع للمرطبات آيسكريم سعة (١٨٠) جراماً من ثلاثة خطوط إنتاج. ويوضح الجدول التالي الوسط الحسابي والتباين لعينة عشوائية حجمها (٣٠) وحدة منتجة من كل خط تم أخذها في أحد الأيام.

| المتغير | الوسط الحسابي (جرام) | التباين |
|---|---|---|
| خط الإنتاج "أ" | 180.06 | 23.5225 |
| خط الإنتاج "ب" | 179.83 | 1.0816 |
| خط الإنتاج "ج" | 180.04 | 8.5849 |

قارن بين تشتت أوزان الآيسكريم في الخطوط الثلاثة؟ ماذا يمكنك استنتاجه؟

## ثانياً – تمارين مبادئ الاحتمالات:

٦. إذا كان (١٥%) من مخرجات عملية ما غير مطابقة للمواصفات أوجد التالي:

- إذا تم اختيار وحدة واحدة عشوائيًا من مخرجات العملية، فما احتمال أن تكون الوحدة غير مطابقة للمواصفات؟
- إذا تم اختيار وحدتين عشوائياً فما احتمال أن تكون الوحدتان غير مطابقين للمواصفات؟ وما احتمال أن تكون وحدة واحدة غير مطابقة للمواصفات؟.
- إذا تم اختيار ثلاث وحدات عشوائياً، فما احتمال أن تكون وحدة واحدة منها غير مطابقة للمواصفات؟

٧. لأحد المصانع خطا إنتاج، أحدهما يعمل بدون توقف خلال أيام الأسبوع باحتمال (٠,٩٠)، في حين يعمل الآخر بدون توقف باحتمال (٠,٧٠)، فما احتمال أن يعمل الخطان دون توقف خلال الأسبوع؟ وما احتمال توقف أحد الخطين على الأقل خلال الأسبوع؟

٨. تبين من سجلات شركة لبيع أجهزة تلفزيون من ماركة محددة أن (٤%) من التلفزيونات المباعة يتم استبدالها أو إصلاحها خلال فترة الضمان. فإذا تم بيع (٤٠) جهاز تلفزيون من الماركة نفسها، فما احتمال استبدال / إصلاح (٥) أجهزة أو أكثر قبل انقضاء فترة الضمان؟.

٩. افترض أن (٣%) من الثلاجات التي تنتجها أحد المصانع غير مطابقة للمواصفات. إذا تم اختيار (١٩) ثلاجة عشوائياً فما احتمال وجود ثلاجتين على الأقل غير مطابقة للمواصفات في العينة. احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعدد الثلاجات غير المطابقة في العينة.

١٠. توضح سجلات مصنع للسجاد أنه يوجد في المتوسط عيب واحد في كل ١٠ أمتار مربعة يتم إنتاجه. احسب الآتي:

- احتمال وجود عيب واحد على الأكثر في سجاد مساحته (٢ متر×١٠ أمتار) تم أخذه من خط الإنتاج.
- احتمال عدم وجود عيوب في سجاد مساحته (٢متر×١٠ أمتار) تم أخذه من خط الإنتاج.
- تشير إحصاءات مصنع إلى وجود عيب واحد في كل (١٠٠٠) مصباح كهربائي يتم إنتاجه. احسب احتمال وجود (٤) مصابيح معيبة في دفعة تتألف من (٢٠٠٠) مصباح تم إنتاجها حديثاً.

١١. يتبع عدد رواد مطعم للوجبات السريعة في الفترة الصباحية التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي(٦٠) زبوناً وانحراف معياري يساوي (٥) زبائن. فإذا تم تحديد أحد الأيام عشوائياً، فاحسب الاحتمالات التالية:

- أن يكون عدد الزبائن أكبر (٧٠) زبوناً.

- أن يكون عدد الزبائن أقل من (٥٠) زبوناً.
- أن يكون عدد الزبائن ما بين (٦٥) و(٥٥) زبوناً.

١٢. يقوم مصنع بتعبئة دواء شراب للأطفال في قوارير سعة (١٠٠) مل. فإذا تبين من إحصاءات الإنتاج أن كمية الدواء تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي (١٠٠) مل وانحراف معياري (٢,٢٥) مل احسب النسب التالية:

- نسبة القوارير التي تزيد كمية الدواء فيها على (١٠٠) مل.
- نسبة القوارير التي تقل كمية الدواء فيها (١٠٠) مل.
- إذا عُلم أن حدَّي المواصفات الأعلى والأدنى لكمية الدواء هما (١٠٢) و(٩٨) مل على التوالي، فما نسبة القوارير المنتجة التي تُراوح كمية الدواء فيها في حدود المواصفات؟

١٣. يوضح الجدول فترات انتظار المرضى لمقابلة الطبيب لعدد (٢٦) مراجعاً. هل تشير هذه البيانات إلى أن فترة الانتظار تتبع التوزيع الطبيعي؟.

| م | فترة الانتظار (دقيقة) | م | فترة الانتظار (دقيقة) |
|---|---|---|---|
| 1 | 5.3 | 14 | 4.7 |
| 2 | 5.1 | 15 | 4.9 |
| 3 | 4.7 | 16 | 5.0 |
| 4 | 4.8 | 17 | 4.9 |
| 5 | 4.6 | 18 | 5.0 |
| 6 | 5.2 | 19 | 4.8 |
| 7 | 4.9 | 20 | 4.9 |
| 8 | 4.6 | 21 | 4.8 |
| 9 | 4.9 | 22 | 5.4 |
| 10 | 4.7 | 23 | 4.8 |
| 11 | 4.6 | 24 | 5.1 |
| 12 | 4.4 | 25 | 5.1 |
| 13 | 4.3 | 26 | 4.6 |

# الفصل الثالث

# العرض البياني

الرقابة الإحصائية على العمليات – كما سبق تعريفها – هي مجموعة طرق إحصائية وبيانية تعرف بأدوات حل المشكلات، تستخدم في تقويم مخرجات العمليات لتحديد إمكانية قبولها. وتنقسم الطرق البيانية إلى مجموعتين هما: ١) رسوم بيانية يعتمد إعدادها على بيانات كمية، و٢) مجموعة رسومات يتم إعدادها دون الحاجة إلى بيانات كمية. وتشمل المجموعة الأولى خرائط المراقبة، والمدرج التكراري، ورسم الساق والورقة، ورسم باريتو، ورسم الصندوق، وخريطة التغيرات الزمنية، والرسم المبعثر/ رسم الانتشار وقائمة التأكد. وتضم المجموعة الثانية خريطة التدفق ورسم السبب والأثر. يتناول هذا الفصل جميع الطرق البيانية باستثناء خرائط المراقبة التي هي موضوع الفصول من الرابع إلى السادس.

## ٣-١ التوزيع التكراري والمدرج التكراري:

### ٣-١-١ التوزيع التكراري:

إن التوزيع التكراري هو تلخيص لقيم مشاهدات متغير واحد في جدول توضع فيه فئات غير متداخلة لقيم المتغير تقابلها عدد مرات تكرار القيم التي تقع في كل فئة. ولإعداد جدول توزيع تكراري يفضل أن يكون عدد المشاهدات كبيراً بدرجة كافية – أكبر من (٥٠) مشاهدة – حتى يظهر التوزيع الحقيقي للبيانات. وفيما يلي خطوات إعداد جدول توزيع تكراري:

١- **تحديد عدد الفئات التكرارية (Classes)**: عند تحديد عدد الفئات يجب مراعاة ألاّ يكون عددها قليلاً حتى يظهر الاختلافات والتباين في قيم المشاهدات، وألاّ يكون عددها كبيراً حتى يتحقق الهدف من تلخيص البيانات. ويقترح مونتجومري (Montgomery 2001 p. 45) أن يكون عدد الفئات ما بين ٤ فئات إلى ٢٠ فئة. ويقترح (Amsden et al 1998, p. 19) أن يتم تحديد عدد الفئات حسب عدد المشاهدات وفق الجدول (٣-١).

**جدول (٣-١): تحديد عدد الفئات حسب عدد المشاهدات**

| عدد المشاهدات | عدد الفئات المقترحة |
|---|---|
| أقل من ٥٠ مشاهدة | ٥ إلى ٧ فئات |
| ٥٠ إلى ١٠٠ مشاهدة | ٦ إلى ١٠ فئات |
| ١٠١ إلى ١٥٠ مشاهدة | ٧ إلى ١٢ فئة |
| أكثر من ١٥٠ مشاهدة | ١٠ إلى ١٢ فئة |

المصدر: Amsden et al 1998, p. 19

كما يمكن تحديد عدد الفئات باستخدام صيغة ستيرج (Sturges' Formula) التالية:

$$K = 1 + 3.322 \times \log_{10}(n) \qquad (3\text{-}1)$$

حيث إن: K عدد الفئات المقترحة، و$\log_{10}$ لوغاريتم الأساس ١٠، وn عدد المشاهدات. ومن ثم يتم تقريب حاصل نتيجة المعادلة (٣-١) لأقرب عدد صحيح.

٢- **تحديد طول أو عرض الفئة** (Class Width): عند إعداد جدول التوزيع التكراري يفضل أن تكون الفئات متساوية في العرض / الطول. ويتحدد عرض الفئة (W) بقسمة مدى قيم المشاهدات على عدد الفئات، أي:

$$W = \frac{R}{K} \qquad (3\text{-}2)$$

حيث إن: R = مدى البيانات، وK = عدد الفئات

٣- **تحديد حدود الفئات** (Class Limits): يتم أولاً تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى والذي يساوي قيمة أقل مشاهدة أو قيمة تقل قليلاً منها. ويتحدد بعد ذلك الحد الأعلى للفئة الأولى بإضافة عرض أو طول الفئة. أما الفئة الثانية فحدها الأدنى هو الحد الأعلى للفئة الأولى والحد الأعلى هو الحد الأدنى زائداً عرض/طول الفئة، وهكذا يستمر تحديد الفئات اللاحقة إلى أن نصل إلى الفئة الأخيرة التي تحتوي على أعلى قيمة من المشاهدات. ومركز الفئة هو متوسط قيمة الحدين الأعلى والأدنى للفئة ويعتبر ممثلاً لقيم المشاهدات في الفئة.

٤- **توزيع التكرارات على الفئات:** وفي هذه الخطوة يتم تفريغ المشاهدات في الفئات الخاصة بها.

٥- **التكرار النسبي** (Relative Frequency Distribution): بعد إعداد التوزيع التكراري يتم عادة حساب التكرار النسبي. والتكرار النسبي لأية فئة هو نسبة تكرار الفئة إلى مجموع التكرارات (عدد المشاهدات) ويتم الحصول عليه في صورة نسبة مئوية بقسمة تكرار الفئة ($f_i$) على مجموع التكرارات (n) وضرب حاصل القسمة في مائة، أي:

$$Rf_i = \frac{f_i}{n} \times 100 \qquad (3\text{-}3)$$

حيث إن $Rf_i$ هو التكرار النسبي للفئة رقم i و $f_i$ هو تكرار الفئة i وn مجموع التكرارات.

**التكرار المتجمع الصاعد:**

قد نرغب أحياناً في عدد المشاهدات التي تقل عن قيمة محددة. في هذه الحالة يتم حساب التكرار المتجمع الصاعد. والتكرار المتجمع الصاعد إلى فئة محددة هو مجموع تكرار هذه الفئة وتكرارات الفئات السابقة لهذه الفئة.

### ٣-١-٢ المدرج التكراري (Frequency Histogram):

المدرج التكراري هو تمثيل بياني لجدول توزيع تكراري. ويتكون المدرج من مجموعة مستطيلات متلاصقة تمثل قاعدة كل منها إحدى فئات الجدول التكراري وأطوالها مساوية لتكرارات الفئات التي تمثلها ويتم

عادة رسم حدود الفئات على المحور الأفقي (السيني) والتكرارات أو التكرارات النسبية المقابلة على المحور الرأسي (الصادي) مع مراعاة ما يلي:

- أن يكون طول المحور الرأسي قرابة ثلاثة أرباع طول المحور الأفقي.
- أن يبدأ القياس في المحور الرأسي من الصفر، وإلاّ اختلّ التناسب بين القيم، فتحصل استنتاجات خاطئة.

ويستخدم المدرج التكراري أدوات الجودة لمعرفة شكل توزيع مخرجات العملية من حيث التمركز والتشتت. والمدرج هو صورة مرئية لتوزيع قيم المشاهدات يظهر مدى مطابقة مخرجات العملية للمواصفات ومدى وجود قيم شاذة ناتجة عن أسباب خاصة. ويوضح المدرج التكراري الخصائص التالية:

- الشكل (Shape): هل الشكل قريب من التوزيع الطبيعي أم ملتو؟
- الموقع (Location): ما مدى تمركز البيانات حول الوسط الحسابي أو القيمة المستهدفة لخاصية الجودة؟
- التشتت (Scatter or Spread): ما مدى تجانس قيم البيانات؟

ومن عيوب استخدم المدرج التكراري في الرقابة الإحصائية أنه يتم فيه ترتيب المشاهدات حسب قيمها بغض النظر عن الوقت الذي أخذت فيه. لذا لا يعكس المدرج ما إذا كانت العملية تعمل تحت المراقبة أم لا؟ لأنه لا يعكس شيئاً عن مخرجات العملية عبر الزمن.

### ٣-١-٣ المضلع التكراري (Frequency Polygon):

المضلع التكراري هو تمثيل بياني آخر لجدول توزيع تكراري. ويتم الحصول عليه بتوصيل النقاط التي تكون إحداثيات كل منها مركز الفئة والتكرار أو التكرار النسبي بخطوط مستقيمة. ويبدأ المضلع التكراري عادة بفئة تسبق الفئة الأولى، وينتهي بفئة تالية للفئة الأخيرة والتي يساوي تكرار أي منهما للصفر. ويمكن رسم المضلع التكراري مع المدرج التكراري في شكل واحد، وذلك بتوصيل النقاط المنصفة لقواعد أعمدة المدرج التكراري التي تمثل مراكز الفئات بخطوط مستقيمة. والمضلع التكراري كالمدرج التكراري تماماً حيث يعكس كل منهما شكل توزيع البيانات والذي يستشف منه مدى التمركز والتشتت في مخرجات العملية.

وفيما يلي بعض الاعتبارات المهمة التي يجب الأخذ بها عند إعداد المدرج أو المضلع التكراري:

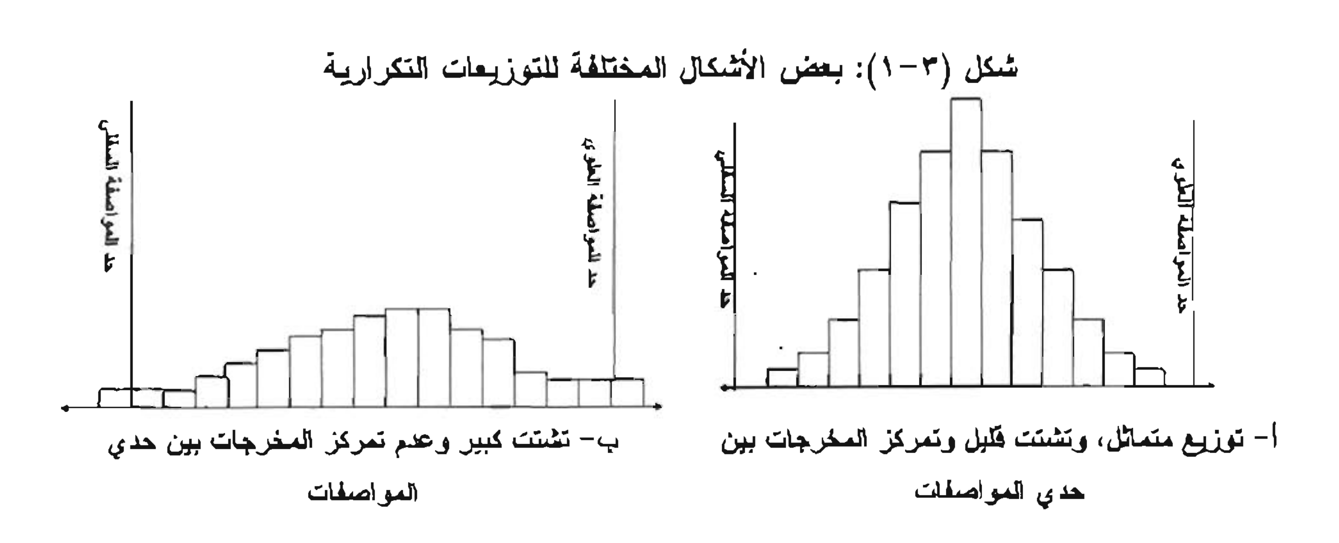
- استخدام فئات متساوية الطول، مثل: "١٠-٢٠"، "٢٠-٣٠"، "٣٠-٤٠"، إلخ.
- تجنب استخدام فئات مفتوحة مثل: "أقل من ٢٠ سنة" أو "أكبر من ٦٠ سنة".
- يُنصح بعدم استخدام عدد قليل من الفئات كاستخدام فئتين فقط أو استخدام عدد كبير من الفئات، أكثر من (٢٠) فئة مثلاً.
- وضع المعلومات الأساسية في رسم المدرج أو المضلع التكراري مثل عنوان المدرج التكراري، وعنوان المحور الأفقي مع توضيح وحدة القياس وعنوان المحور الرأسي. كما يُفضل عدم وضع معلومات كثيرة

على الرسم، كوضع القيم الحقيقية والتعليقات والأسهم.. ونحوها على الرسم.

### ٣-١-٤ أنماط المدرجات التكرارية:

تأخذ المدرجات التكرارية أنماطاً مختلفة حسب خصائص المتغيرات. الأشكال من (٣-١-أ) إلى (٣-١-و) توضح بعض أنماط المدرجات التكرارية بإضافة رسم حدي المواصفات الأعلى والأدنى على أي مدرج تكراري لتحديد قدرة العمليات. حيث يتضح من الشكل (٣-١-أ) أن مخرجات العملية متجانسة ومتماثلة حول الوسط الحسابي وممركزة بين حدي المواصفات؛ مما يشير إلى أن هذه المخرجات تم إنتاجها تحت ظروف متماثلة. ويوضح الشكل (٣-١-ب) أن مخرجات العملية تتسم بالتباين الكبير وغير ممركزة بين حدي المواصفات، وربما يعزى ذلك إلى اختلاف الظروف التي تمت فيها العملية مثل اختلاف المواد الخام المستخدمة، اختلاف مهارات العمال.. إلخ. ويتضح من الشكل (٣-١-ج) أن مخرجات العملية غير متجانسة ولها توزيع ذو منوالين. ويتم الحصول على مثل هذه الحالة إلى استخدام بيانات من خطي إنتاج أو استخدام مواد خام من مصدرين مختلفين.. إلخ. ويظهر من الشكل (٣-١-د) أن توزيع المخرجات متماثل ومتجانس غير أنه غير ممركز بين حدي المواصفات. أم الشكلان (٣-١-هـ) و(٣-١- و) فيوضحان أن توزيع مخرجات العمليتين بهما التواء موجب وسالب على التوالي مما يعني أن معظم مخرجات العملية إما أن تكون قريبة من حد المواصفة الأعلى أو حد المواصفة الأدنى.

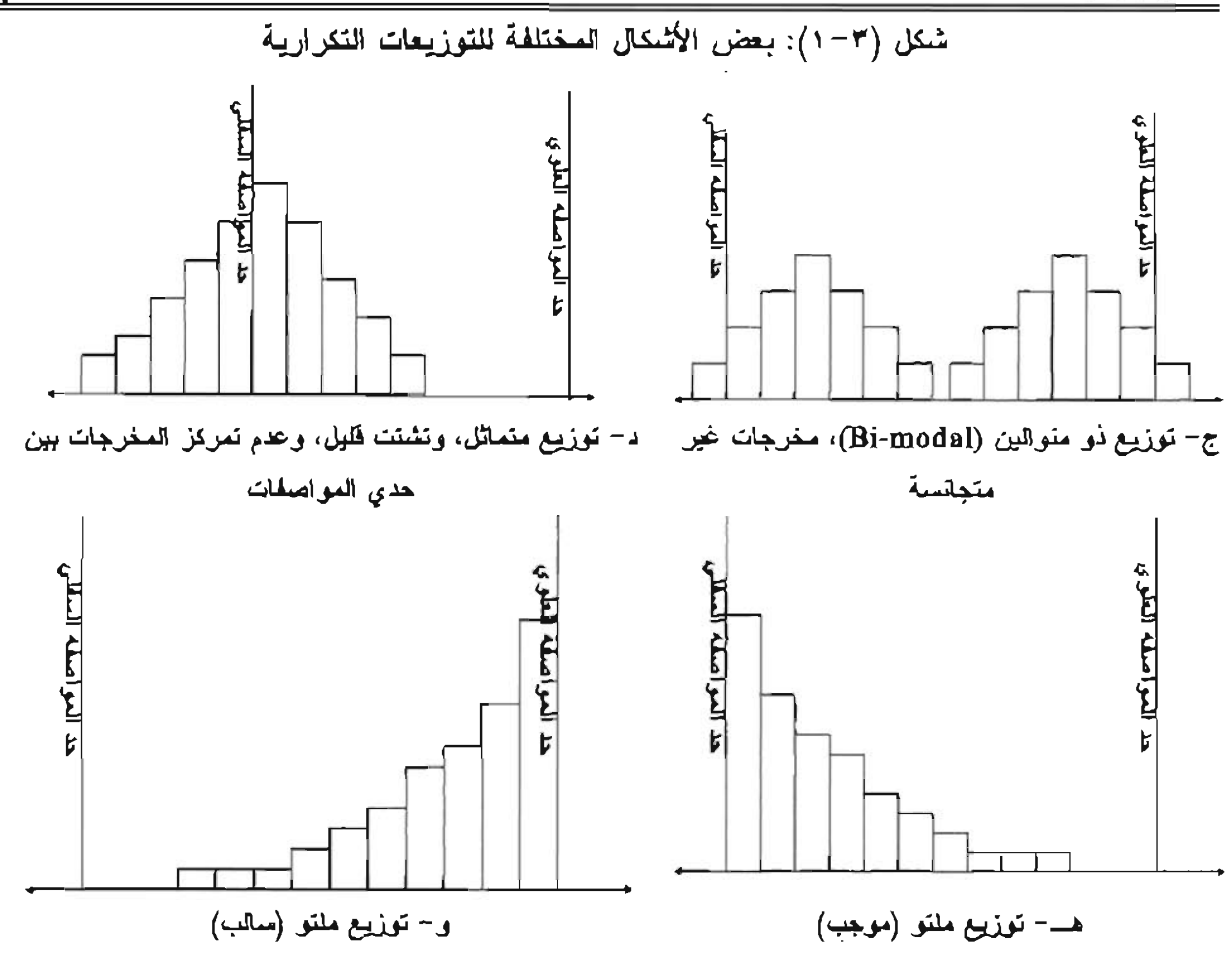
**شكل (٣-١): بعض الأشكال المختلفة للتوزيعات التكرارية**




أ- توزيع متماثل، وتشتت قليل وتمركز المخرجات بين حدي المواصفات

ب- تشتت كبير وعدم تمركز المخرجات بين حدي المواصفات

شكل (٣-١): بعض الأشكال المختلفة للتوزيعات التكرارية



ج- توزيع ذو منوالين (Bi-modal)، مخرجات غير متجانسة

د- توزيع متماثل، وتشتت قليل، وعدم تمركز المخرجات بين حدي المواصفات

هـ- توزيع ملتو (موجب)

و- توزيع ملتو (سالب)

## مثال (٣-١):

لتحسين جودة الخدمات الصحية المقدمة للجمهور، قامت إحدى الإدارات الصحية بأخذ عينة عشوائية من المراجعين لثلاثة مراكز صحية في أحد الأيام وتم تسجيل فترات انتظار المرضى لحين الحصول على الخدمة العلاجية. الجدول (٣-٢) يوضح فترات الإنتظار لعينة عشوائية قوامها (٢٥) مريضاً من كل مركز صحي. المطلوب أولاً إعداد جدول توزيع تكراري ورسم مدرج تكراري لفترات انتظار المراجعين في المراكز الثلاثة، ومن ثم إعداد مدرج تكراري لكل مركز على حدة.

جدول (٣-٢):

فترات الانتظار (دقيقة) لعينة عشوائية من المراجعين في ثلاثة مراكز صحية

| المركز الصحي "أ" | المركز الصحي "ب" | المركز الصحي "ج" |
|---|---|---|
| 10.8 | 4.5 | 11.6 |
| 6.4 | 4.2 | 11.9 |
| 4.4 | 4.7 | 8.1 |
| 4.6 | 4.8 | 9.2 |
| 6.6 | 5.5 | 6.8 |
| 3.1 | 5.7 | 4.5 |
| 6.5 | 5.7 | 8.3 |
| 6.6 | 5.1 | 4.2 |
| 4.1 | 5.9 | 14.6 |
| 6.0 | 5.1 | 9.9 |
| 4.0 | 4.7 | 10.0 |
| 7.7 | 4.7 | 8.9 |
| 4.8 | 5.7 | 8.2 |
| 6.4 | 6.1 | 13.1 |
| 2.8 | 4.7 | 4.4 |
| 6.8 | 5.1 | 7.0 |
| 5.5 | 4.2 | 7.9 |
| 5.2 | 4.6 | 14.8 |
| 3.7 | 5.1 | 11.9 |
| 6.4 | 5.5 | 3.4 |
| 6.1 | 5.0 | 7.1 |
| 6.1 | 5.4 | 7.0 |
| 5.8 | 5.5 | 7.2 |
| 4.3 | 5.0 | 9.2 |
| 5.4 | 6.0 | 7.9 |

**الحل:**

**أولاً – التوزيع والمدرج التكراري لفترات انتظار المراجعين في المراكز الثلاثة:**

إعداد جدول التوزيع التكراري:

- عدد الفئات: بما أن عدد المشاهدات يساوي (٧٥) فإن عدد الفئات تم حسابه باستخدام صيغة ستيرج كما يلي:

$$K = 1 + 3.322x\log_{10}(75) = 7.23 \approx 7$$

عرض الفئة ويساوي المدى (الفرق بين أكبر وأصغر قيمة مشاهدة) مقسوماً على عدد الفئات، أي:

$$W = (14.8 - 2.8)/7 = 1.714 \approx 2$$

- حدود الفئات: في هذا المثال يمكن تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى ليكون مساوياً لـ (٢,٥) دقيقة. أما الحد الأعلى للفئة الأولى فيساوي الحد الأدنى زائداً عرض الفئة (٢,٥+٢=٤,٥)، والحد الأدنى للفئة الثانية يساوي الحد الأعلى للفئة الأولى (٤,٥)، وبإضافة عرض الفئة للحد الأدنى للفئة الأولى نحصل على الحد الأعلى للفئة الثانية (٤,٥+٢=٦,٥)، وهكذا (انظر الجدول ٣-٣).
- تحديد تكرارات الفئات: لتحديد تكرار الفئة بفضل ترتيب المشاهدات تصاعدياً ومن ثم عد مشاهدات كل فئة.
- التكرار النسبي: فمثلاً التكرار النسبي للفئة الأولى (٢,٥ – ٤,٥) يساوي تكرارها مقسوماً على مجموع التكرارات مضروباً في (١٠٠)، أي:

(١٢÷٧٥)×١٠٠ = ١٦,٠%

ويتضح من ذلك أن ما نسبته (١٦,٠%) من مراجعي المراكز الصحية تُراوح فترات انتظارهم لحين تلقي الخدمة العلاجية ما بين (٢,٥) ودقيقة و(٤,٥) دقيقة.

- **التوزيع التكراري المتجمع الصاعد:** التكرار المتجمع الصاعد للفئة الأولى يساوي دائماً تكرار الفئة نفسها؛ لعدم وجود فئة تسبق الفئة الأولى. أما التكرار المتجمع الصاعد عند الفئة الثانية يساوي مجموع تكرار الفئتين الأولى والثانية (١٢+٣٦ = ٤٨). وكذلك التكرار المتجمع الصاعد عند الفئة الثالثة يساوي مجموع تكرار الفئات الأولى والثانية والثالثة (١٢+٣٦+١٥= ٦٣). وهذا يعني أن عدد المراجعين الذين تُراوح فترات انتظارهم ما بين (٢,٥) دقيقة و(٨,٥) دقيقة يساوي (٦٣) مراجعاً؛ أي أن عدد المراجعين الذين تقل فترات انتظارهم عن (٨,٥) دقيقة يساوي (٦٣) مراجعاً.

كما يتم حساب التكرار المتجمع الصاعد النسبي بطريقة التكرار المتجمع الصاعد نفسها. فمثلاً التكرار المتجمع الصاعد عند الفئة الثالثة يساوي مجموع التكرارات النسبية للفئات الثلاث الأولى: (١٦,٠%+٤٨,٠%+٢٠,٠%=٨٤,٠%). وهذا يعني أن ما نسبته (٨٤,٠%) من المراجعين تُراوح فترات انتظارهم ما بين (٢,٥) دقيقة و(٨,٥) دقيقة.

جدول (٣-٣): التوزيع التكراري لفترات انتظار المراجعين بالمراكز الصحية

| فترة الانتظار (دقيقة) | | عدد المراجعين | نسبة المراجعين | التكرار المتجمع الصاعد | التكرار النسبي المتجمع الصاعد |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.5 | 4.5 | 12 | 16.0% | 12 | 16.0% |
| 4.5 | 6.5 | 36 | 48.0% | 48 | 64.0% |
| 6.5 | 8.5 | 15 | 20.0% | 63 | 84.0% |
| 8.5 | 10.5 | 5 | 6.7% | 68 | 90.7% |
| 10.5 | 12.5 | 4 | 5.3% | 72 | 96.0% |
| 12.5 | 14.5 | 1 | 1.3% | 73 | 97.3% |
| 14.5 | 16.5 | 2 | 2.7% | 75 | 100% |
| **المجموع** | | **75** | **100%** | | |

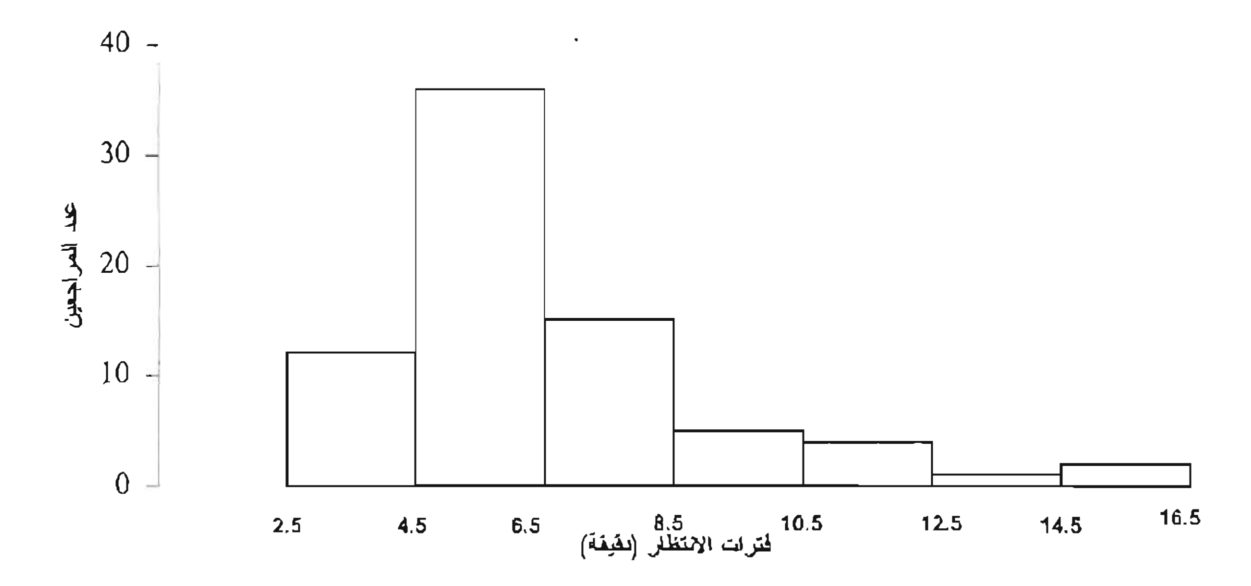
**رسم المدرج التكراري**: تم رسم محورين متعامدين، ومن ثم رسم حدود الفئات على المحور الأفقي والتكرارات على المحور الصادي (الشكل ٣-٢). كما تم إعادة رسم المدرج باستخدام التكرارات النسبية، وهو مماثل تماماً للمدرج للتكرارات المطلقة من حيث الشكل. ويتضح من شكل المدرج أن توزيع فترات الانتظار قريب من التماثل. غير أنه يلاحظ أن الفئات الأخيرة لا يوجد بها تكرارات كبيرة.

رسم المضلع التكراري: لرسم المضلع التكراري تم حساب مراكز الفئات بقسمة مجموع الحدين الأعلى والأدنى على اثنين، وتم إضافة مركز فئة قبل الفئة الأولى (١,٥) ومركز فئة تالية للفئة الأخيرة (١٧,٥) كما موضح في الجدول (٣-٤)، ومن ثم تم رسم الشكل (٣-٤).

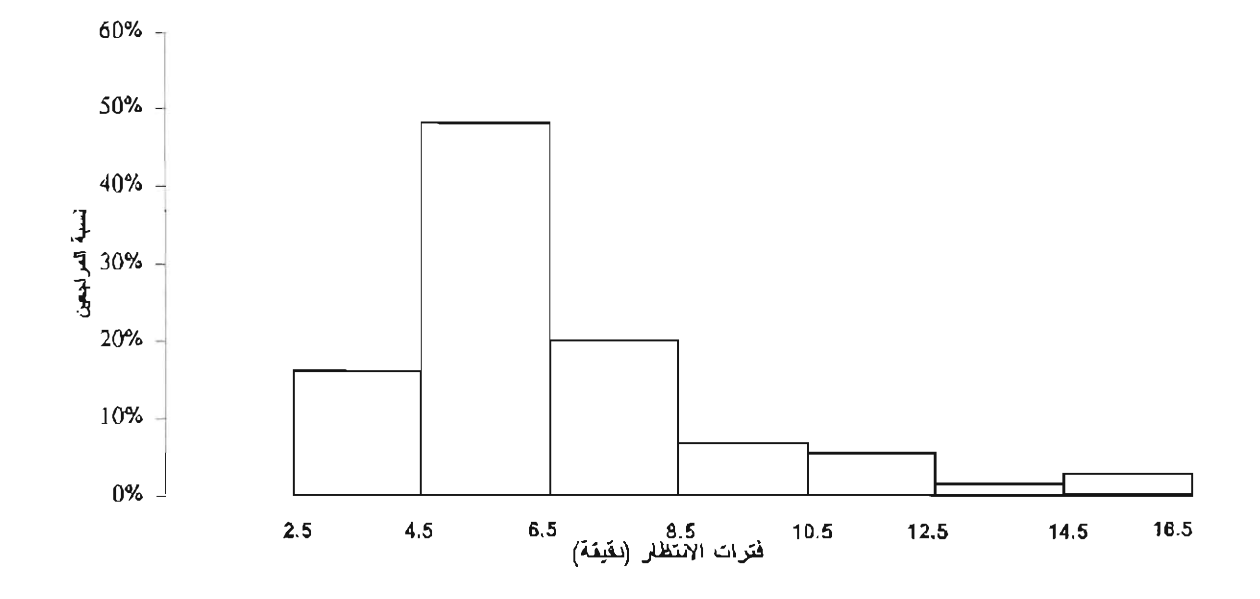
جدول (٣-٤): مراكز الفئات والتكرار النسبي لفترات انتظار المراجعين بالمراكز الصحية

| مركز الفئة | التكرار النسبي |
|---|---|
| 1.5 | 0.0% |
| 3.5 | 16.0% |
| 5.5 | 48.0% |
| 7.5 | 20.0% |
| 9.5 | 6.7% |
| 11.5 | 5.3% |
| 13.5 | 1.3% |
| 15.5 | 2.7% |
| 17.5 | 0.0% |

شكل (٣-٢): المدرج التكراري لفترات انتظار المراجعين




شكل (٣-٣): المدرج التكراري لفترات الانتظار (التكرار النسبي)




شكل (٣-٤): المضلع التكراري لفترات انتظار المراجعين



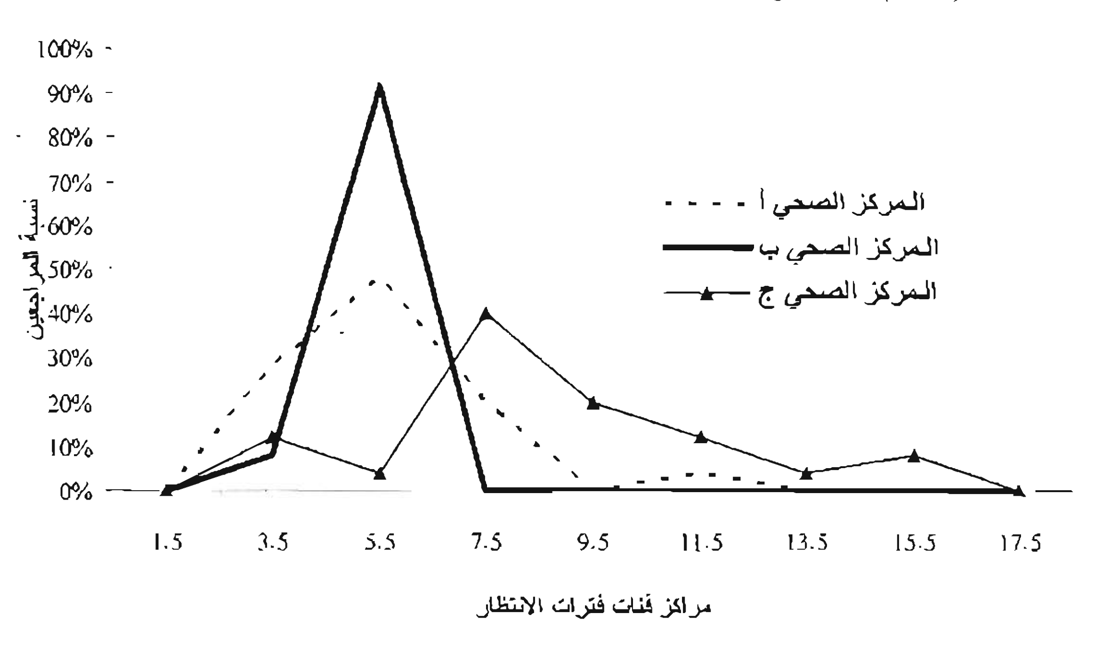

**ثانياً - التوزيع والمدرج التكراري لفترات انتظار المراجعين للمراكز الصحية الثلاثة:**

لمقارنة توزيع فترات انتظار المراجعين للمراكز الصحية الثلاثة، تم إعادة تحليل التوزيع التكراري والمدرج التكراري لكل مركز صحي على حدة باستخدام الفئات نفسها التي سبق استخدامها. ويظهر من الجدول (٣-٥) أن هناك اختلافاً ملحوظاً في التوزيعات التكرارية لفترات انتظار المراجعين بين المراكز الثلاثة. حيث يُلاحظ أن فترات انتظار المراجعين في المركز الصحي "ب" أقصر من فترات انتظار المراجعين في المركزين الصحيين "أ" و"ج"؛ إذ انحصرات فترات الانتظار في الفئتين (٢,٥-٤,٥) و(٤,٥-٦,٥) دقيقة. في حين يلاحظ أن فترات الانتظار طويلة في المركز الصحي "ج" مقارنة بـــ "أ" و"ب". غير أن توزيع فترات الانتظار في المركز "ج" أقرب إلى التماثل من توزيعي فترات الانتظار في المركزين الصحيين "أ" و"ب" (شكل ٣-٥).

جدول (٣-٥): التوزيع التكراري لفترات انتظار المراجعين للمراكز الصحية الثلاثة

| فئات فترات الانتظار (دقيقة) | المركز الصحي "أ" | | المركز الصحي "ب" | | المركز الصحي "ج" | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | عدد المراجعين | النسبة | عدد المراجعين | النسبة | عدد المراجعين | النسبة |
| 4.5 - 2.5 | 7 | 28.0% | 2 | 8.0% | 3 | 12.0% |
| 6.5 - 4.5 | 12 | 48.0% | 23 | 92.0% | 1 | 4.0% |
| 8.5 - 6.5 | 5 | 20.0% | 0 | 0.0% | 10 | 40.0% |
| 10.5 - 8.5 | 0 | 0.0% | 0 | 0.0% | 5 | 20.0% |
| 12.5 - 10.5 | 1 | 4.0% | 0 | 0.0% | 3 | 12.0% |
| 14.5 - 12.5 | 0 | 0.0% | 0 | 0.0% | 1 | 4.0% |
| 16.5 - 14.5 | 0 | 0.0% | 0 | 0.0% | 2 | 8.0% |
| المجموع | 25 | 100% | 25 | 100% | 25 | 100% |


شكل (٣-٥): المضلع التكراري لفترات انتظار المراجعين بالمراكز الصحية الثلاثة



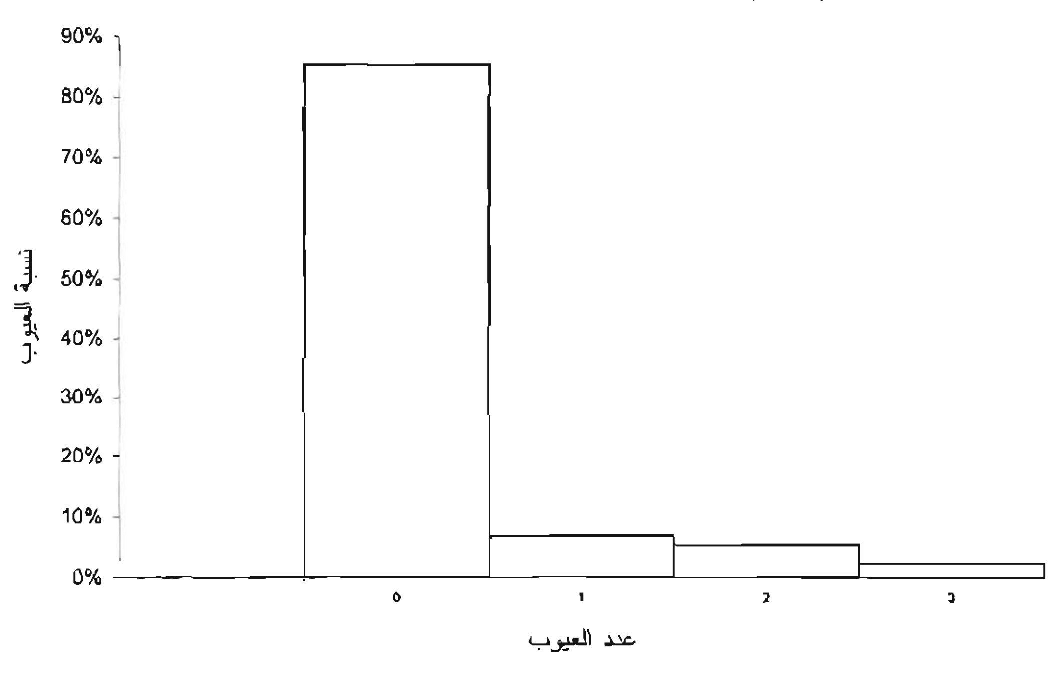

**مثال (٣-٢) مدرج تكراري لمتغير كمي متقطع:**

يقوم قسم الجودة بمصنع ثلاجات بعملية فحص أخير لكل وحدة منتجة قبل شحنها إلى عملائها، وذلك بعد العيوب في كل ثلاجة. الجدول (٣-٦) يوضح عدد الثلاجات التي تم إنتاجها في أحد الشهور حسب عدد العيوب التي وجدت فيها. ويلاحظ في هذا المثال أن قيم المتغير (عدد العيوب) محدودة وتُراوح ما بين الصفر وثلاثة. غير أنه توجد متغيرات متقطعة كثيرة تزيد قيمها على قيم هذا المتغير الذي تم تحليله. لذا في هذا المثال لا توجد حاجة إلى تحديد عدد الفئات أو تحديد عرض الفئات. ولإعداد جدول توزيع تكراري في هذه الحالة؛ يتم حساب التكرارت المقابلة لكل قيمة ومن ثم حساب التكرار النسبي ورسم المدرج التكراري.

**جدول (٣-٦): التوزيع التكراري لعدد العيوب في (٧١٩) ثلاجة**

| عدد العيوب | عدد الوحدات المنتجة | نسبة الوحدات المنتجة |
|---|---|---|
| 0 | 613 | 85.3% |
| 1 | 50 | 7.0% |
| 2 | 39 | 5.4% |
| 3 | 17 | 2.4% |
| | 719 | 100% |


شكل (٣-٦): المدرج التكراري لعدد العيوب في (٧١٩) ثلاجة




### ٣-١-٥ إعداد جدول توزيع تكراري باستخدام برنامج إكسل:

توجد طريقتان لإعداد جدول توزيع تكراري باستخدام إكسل هما: استخدام دالة التكرار (Frequency) من قائمة دوال الإحصاء أو باستخدام المدرج التكراري (Histogram) من قائمة أدوات تحليل البيانات (Data Analysis).

**إعداد جدول التوزيع التكراري باستخدام دالة التكرار (Frequency):**

فيما يلي خطوات حساب التوزيع التكراري:

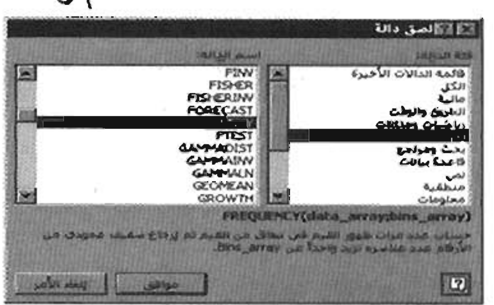
١. إدخال البيانات الخام المراد تحليلها في ورقة عمل في أي عدد من الخلايا ويفضل أن تدخل في عمود واحد.

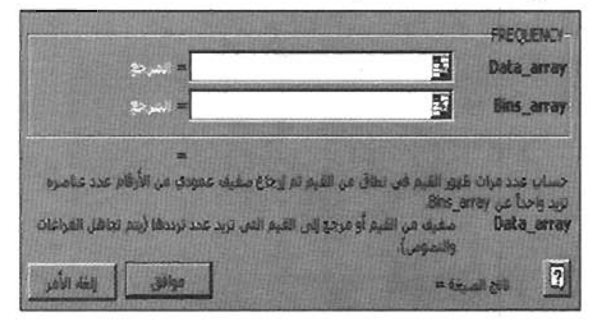
٢. إدخال القيم المراد عندها حساب التكرارات المقابلة أو ما يعرف بالـ (bin) في عمود واحد من القيمة الأصغر إلى القيمة الأكبر دون ترك خلايا خالية. وللحصول على جدول توزيع تكراري جيّد يُنصح بأن يتم إدخال حدود الفئات العليا. فمثلاً إذا تم تحديد القيم (٧٠، ٩٠، ١١٠) يقوم إكسل بعد قيم المشاهدات التي تقل عن أو تساوي (٧٠) ليكون التكرار المقابل للقيمة (٧٠) وعد قيم المشاهدات التي تزيد على (٧٠) وتقل عن أو تساوي (٩٠) ليكون التكرار المقابل للقيمة (٩٠) وعد قيم المشاهدات التي تزيد على (٩٠) وتقل أو تساوي (١١٠) ليكون التكرار المقابل لـ (١١٠)، وأخيراً يتم عد قيم المشاهدات التي تزيد على (١١٠) ليكون التكرار المقابل لأكثر من (١١٠) أو تحديداً لكلمة (more).

٣. تحديد نطاق الخلايا التي تظهر فيها التكرارات المقابلة للقيم التي تم تحديدها في الخطوة الثانية. وبشترط أن تكون الخلايا في عمود واحد وعددها مساو لعدد القيم المراد عندها حساب التكرارات أو أزيد بخلية واحدة فقط.

٤. اختر من قائمة إدراج (Insert) دالة (Function) ومن دالة إحصاء (Statistics) ومن ثم (Frequency)، حيث الشكل التالي (٣-٧).

**شكل (٣-٧): خطوات اختيار دالة تكرار (Frequency) وادخال البيانات الخام والفئات المراد عندها حساب**





٥. إدخال نطاق قيم البيانات الخام في (Data Array) إما كتابة مثل (A1:A230) أو تحديد الخلايا باستخدام الفأرة بالنقر على السهم الأحمر المائل في مستطيل (Data-array). وكذلك يتم إدخال نطاق قيم المشاهدات المراد عندها حساب التكرار (Bins-array) بالطريقة نفسها (شكل ٣-٧).

٦. لإظهار المخرجات في الخلايا التي تم تحديدها في الخطوة الثالثة يتم الضغط على المفاتيح التالية في آن واحد: CTRL+SHIFT+ENTER

إعداد جدول التوزيع التكراري باستخدام أدوات التحليل (Data Analysis):

**فيما يلي خطوات حساب التوزيع التكراري:**

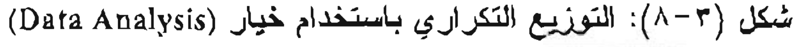
١. يتم إدخال البيانات الخام وإدخال القيم المراد عندها حساب التكرارات المقابلة كما سبق ذكره في الخطوتين الأوليين باستخدام دالة التكرار (Frequency):

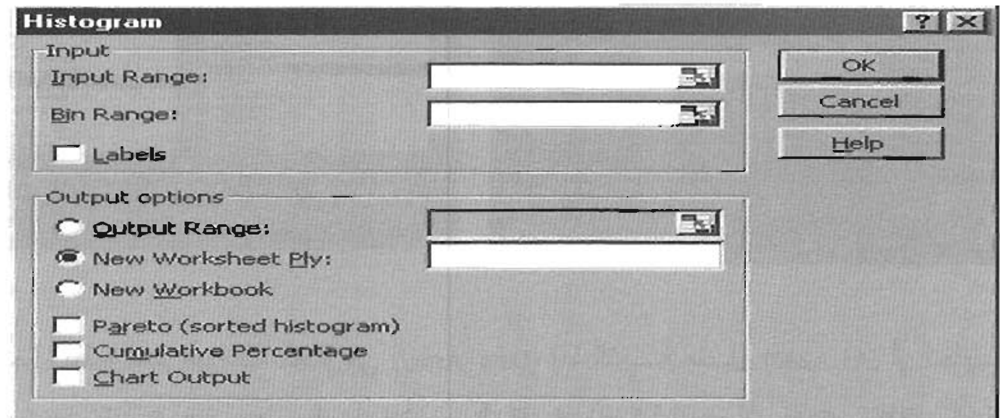
٢. اختر من قائمة أدوات (Tools) تحليل البيانات (Data analysis) ومن ثم اختر (Histogram) حيث يظهر الشكل (٣-٨).

٣. إدخال نطاق قيم البيانات الخام في (Input Range) إما كتابة مثل (A1:A230) أو تحديد الخلايا باستخدام الفأرة بالنقر على السهم الأحمر المائل. وكذلك يتم إدخال نطاق قيم المشاهدات المراد عندها حساب التكرار (Bins Range) بالطريقة نفسها.

٤. تحديد ما إذا كانت الخلية الأولى هي اسم المتغير أم لا بالنقر على (Label).

٥. تحديد موقع مخرجات التوزيع التكراري، حيث توجد ثلاثة خيارات، هي: داخل الورقة التي تحتوي على البيانات (Output Range) أو أن تكون المخرجات في ورقة إضافية جديدة (New Worksheet Ply) أو أن تكون في مصنف جديد (New Workbook).


شكل (٣-٨): التوزيع التكراري باستخدام خيار (Data Analysis)

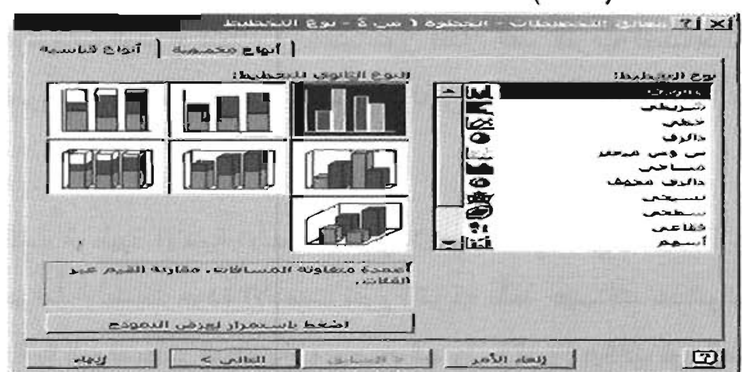



رسم المدرج التكراري في إكسل:

لرسم المدرج المدرج التكراري يتم أولاً إعداد جدول توزيع تكراري ومن ثم اتباع الخطوات التالية:

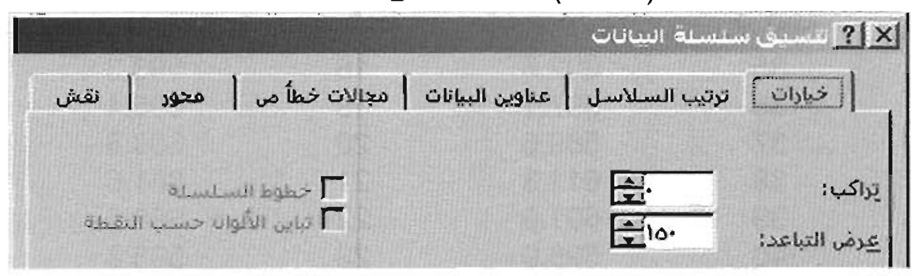
- إدخال الفئات والتكرارات المقابلة لها في عمودين مختلفين.
- تحديد نطاق خلايا بيانات الفئات والتكرارات.
- اختر من قائمة إدراج (Insert) تخطيط (Chart) حيث يظهر الشكل رقم (٣-٩).

شكل (٣-٩): خيار الاختيار من المخططات المتاحة



- اختر "عمودي" (Bar) من قائمة نوع التخطيط واتباع الخطوات اللاحقة بصورة ذاتية.
- وللحصول على مدرج تكراري يتم تحديد عرض التباعد بصفر بدلاً من (١٥٠) كما يظهر بصورة ذاتية (انظر الشكل ٣-١٠).

شكل (٣-١٠): خيار تنسيق سلسلة البيانات




### ٣-٢ رسم الساق والورقة:

رسم الساق والورقة (Stem-and-Leaf Plot) هو أسلوب إحصائي آخر لعرض التوزيع التكراري لمجموعة من المشاهدات الكمية. ولرسم الساق والورقة الأهداف العامة نفسها التي للمدرج التكراري، والتي تتمثل في معرفة شكل توزيع البيانات من حيث التمركز والتشتت.

ولإعداد رسم الساق والورقة يتم فصل أرقام أي عدد (قيمة مشاهدة) إلى جزأين، أحدهما يسمى ورقة (Leaf) وتتكون من رقم واحد وهو عادة الرقم الأخير في العدد، والآخر بالساق (stem) ويتكون من بقية أرقام العدد. وتوضع الأرقام التي ترمز إلى السيقان رأسياً بعد ترتيبها من الأصغر إلى الأكبر، وتوضع الأرقام التي تمثل الأوراق المقابلة لكل ساق أفقياً. وفي بعض برامج الإحصاء يتم حساب التكرار لعدد المشاهدات (الأوراق) المقابلة لكل ساق ويوضع في العمود الأول ومن ثم يليه الساق في العمود الثاني والأوراق في العمود الثالث، كما في برنامج SPSS على سبيل المثال. ويتميز رسم الساق والورقة بما يلي:

- سهولة إعداد الرسم مقارنة بالمدرج التكراري.

- يمكن استعادة قيم المشاهدات الأصلية من الرسم بضم أي ورقة للساق الذي تنتمي له.
- يعكس الرسم معلومات المدرج التكراري نفسها دون فقدان القيم الفردية للمشاهدات.
- يمكن تقدير بعض مقاييس الموضع من الرسم بسهولة وخاصة الوسيط.

**مثال (٣-٣):**

تنتج إحدى الشركات الوطنية الأهلية الأسمنت البورتلاندي العادي الذي يُستخدم لأغراض البناء العامة في عبوات زنة (٥٠) كيلوجراماً. ولضبط جودة الأسمنت تقوم الشركة بأخذ عينات عشوائية لفحص الخواص الفيزيائية للتأكد من مطابقتها للمواصفات المطلوبة. ويوضح الجدول (٣-٧) بيانات قوة الضغط (Compressive strength) لـ (٥٠) عينة تم أخذها عشوائياً على مدى أسبوع من أنتاج الشركة. المطلوب إعداد رسم الساق والورقة. فإذا كانت الشركة تستهدف أن يكون الحد الأدنى لقوة الضغط ٥٩٠ كيلوجراماً/سم٢ فما نسبة الإنتاج غير المطابق للمواصفة؟

**جدول (٣-٧): بيانات قوة ضغط الأسمنت بعد ٢٨ يوماً لعينة عشوائية**

| رقم العينة | كيلوجرام/سم٢ | رقم العينة | كيلوجرام/سم٢ | رقم العينة | كيلوجرام/سم٢ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 593.3 | 18 | 602.6 | 35 | 602.2 |
| 2 | 605.4 | 19 | 597.1 | 36 | 608.3 |
| 3 | 608.8 | 20 | 589.6 | 37 | 607.3 |
| 4 | 601.6 | 21 | 611.3 | 38 | 603.3 |
| 5 | 600.6 | 22 | 601.9 | 39 | 597.1 |
| 6 | 593.3 | 23 | 598.9 | 40 | 597.3 |
| 7 | 597.6 | 24 | 597.9 | 41 | 598.1 |
| 8 | 596.7 | 25 | 595.6 | 42 | 595.7 |
| 9 | 601.8 | 26 | 600.5 | 43 | 603.0 |
| 10 | 599.0 | 27 | 599.6 | 44 | 607.3 |
| 11 | 601.3 | 28 | 595.4 | 45 | 586.2 |
| 12 | 597.6 | 29 | 602.8 | 46 | 606.7 |
| 13 | 604.5 | 30 | 603.6 | 47 | 598.0 |
| 14 | 599.6 | 31 | 598.0 | 48 | 604.3 |
| 15 | 600.0 | 32 | 591.4 | 49 | 604.3 |
| 16 | 597.5 | 33 | 599.2 | 50 | 596.1 |
| 17 | 594.7 | 34 | 608.8 | | |

لإعداد رسم الساق والورقة لبيانات قوة الضغط تم اتباع الخطوات التالية:

- تم تجزئة قيمة أية مشاهدة إلى جزأين؛ حيث تمثل الأرقام الثلاثة الأولى من أي عدد الساق والرقم الأخير (الكسر العشري) الورقة المقابلة للساق. فمثلاً تم تجزئة الرقم (٥٩٣,٣) إلى (٥٩٣) ليمثل الساق و(٣) ليمثل الورقة، والرقم (٦٠٥,٤) إلى (٦٠٥) ليمثل الساق و(٤) ليمثل الورقة، وهكذا.

- تحديد وحدة الورقة (Leaf Unit) وهي المنزلة العشرية للرقم الذي يمثل الورقة. ففي هذا المثال وحدة الورقة هي (٠,١) وهذا يعني أن الورقة (٣) تمثل (٠,٣). كما يمكن تحديد وحدة ورقة أكبر مثل (١,٠) وهذا يعني أن يتم تجاهل الكسر العشري لجميع قيم المشاهدات ومن ثم إعداد الرسم.
- الشكل رقم (٣-١١) يوضح رسم الساق والورقة باستخدام وحدة ورقة تساوي (٠,١). والشكل رقم (٣-١٢) يوضح رسم الساق والورقة باستخدام وحدة ورقة تساوي (١,٠)؛ ويلاحظ هنا أنه تم تجاهل الجزء العشري من قيمة أي مشاهدة وبذلك أصبح الساق يتكون من رقمين بدلاً من ثلاثة أرقام. أما العمود الأول من يسار أي من الشكلين فهو تكرار المشاهدات (عدد الأورق)، والعمود الثاني هو الساق والأخير يحتوي على الأوراق. ويتضح من الشكلين أنه توجد عينتان فقط غير مطابقتين للمواصفة (قوة الأسمنت أقل من ٥٩٠ كيلوجراماً/سم٢) وتمثل ما نسبته ٤%.

**شكل (٣-١١): رسم الساق والورقة لبيانات قوة الضغط (كيلوجرام/سم٢) باستخدام وحدة ورقة (٠,١٠).**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | **586** | 2 |
| 0 | **587** | |
| 0 | **588** | |
| 1 | **589** | 6 |
| 0 | **590** | |
| 1 | **591** | 4 |
| 0 | **592** | |
| 2 | **593** | 33 |
| 1 | **594** | 7 |
| 3 | **595** | 467 |
| 2 | **596** | 17 |
| 7 | **597** | 1135669 |
| 4 | **598** | 0019 |
| 4 | **599** | 0266 |
| 3 | **600** | 056 |
| 4 | **601** | 3689 |
| 3 | **602** | 268 |
| 3 | **603** | 036 |
| 3 | **604** | 335 |
| 1 | **605** | 4 |
| 1 | **606** | 7 |
| 2 | **607** | 33 |
| 3 | **608** | 388 |
| 0 | **609** | |
| 0 | **610** | |
| 1 | **611** | 3 |

**شكل (٣-١٢): رسم الساق والورقة لبيانات قوة الضغط (كيلوجرام/سم٢) باستخدام وحدة ورقة (١,٠).**

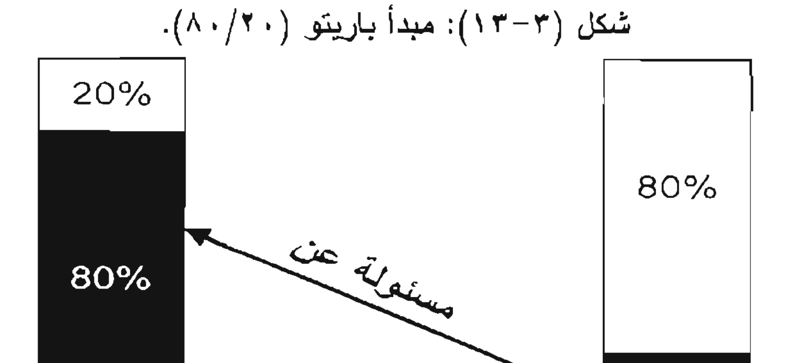
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 58 | 6 |
| 1 | 58 | 9 |
| 1 | 59 | 1 |
| 2 | 59 | 33 |
| 4 | 59 | 4555 |
| 9 | 59 | 667777777 |
| 8 | 59 | 88889999 |
| 7 | 60 | 0001111 |
| 6 | 60 | 222333 |
| 4 | 60 | 4445 |
| 3 | 60 | 677 |
| 3 | 60 | 888 |
| 1 | 61 | 1 |

### ٣-٣ رسم باريتو:

يرجع الفضل إلى إدخال رسم باريتو (Pareto Diagram)، ليكون إحدى أدوات مراقبة الجودة إلى رائد الجودة جوزيف جوران (١٩٦٤م). حيث استمد فكرة هذا الرسم من عالم الاقتصاد الإيطالي باريتو (Vilfredo Pareto (1848-1923) الذي توصل في دراسة أجراها عن توزيع الثروة إلى أن نسبة كبيرة من ثروات الدولة تملكها نسبة قليلة من السكان ومن ثم أُطلق عبارة (٢٠/٨٠) للإشارة إلى أن ٨٠% من الثروة يمتلكها (٢٠%) من السكان (Burr, 1990; Koch, 1998). ولاحظ جوران أيضاً أن معظم مشاكل الجودة تُعزى لأسباب قليلة العدد. ويهدف تحليل باريتو إلى التفريق بين ما اصطُلح عليه بالقلة الحيوية (Vital few) والأكثرية التافهة[١] (Trivial many). ومن أمثلة القلة الحيوية: عدد قليل من عيوب منتج يمثل معظم شكاوى العملاء، وعدد قليل من عناصر تكلفة إنتاج سلعة يمثل نسبة كبيرة من إجمالي التكلفة، وأسباب قليلة تشكل معظم مرات أعطال ماكينة، وهكذا (الشكل ٣-١٣). ويهدف رسم باريتو إلى تحديد مشاكل الجودة الأكثر تكراراً بغية الوصول إلى الأسباب الرئيسة للمشكلة محل الدراسة لوضع الحلول المناسبة لها. كما يُستخدم رسم باريتو لتحليل عناصر تكاليف الجودة وتحليل عيوب جودة المنتج أو الخدمة.

[١] غير جوران مصطلح الأكثرية التافهة (Trivial Many) إلى الأكثرية المفيدة (Useful Many).

شكل (٣-١٣): مبدأ باريتو (٢٠/٨٠).




ورسم باريتو هو مخطط أعمدة ورسم منحنى تكرار متجمع صاعد في شكل بياني واحد. ويستخدم رسم باريتو للبيانات الكمية (المتغيرات) والوصفية (الصفات) على حد سواء، إلا أنه يستخدم بصفة أساسية للبيانات الوصفية. وفيما يلي خطوات رسم خريطة باريتو:

- تحديد المشكلة المراد حلها مثل عيوب منتج ما أو شكاوى عملاء عن جودة سلعة أو خدمة ما.
- تحديد فترة زمنية لجمع البيانات.
- تحديد الأسباب الرئيسة للمشكلة.
- تحديد طريقة جمع البيانات؛ هل البيانات المطلوبة تستدعي إجراء مسح أو استخدام قوائم الفحص أو جلسة مناقشة مفتوحة مع العاملين كافةً في المنظمة؟
- تفريغ البيانات في جدول توزيع تكراري ومن ثم ترتيب المشاكل/العوامل تنازلياً وحساب التكرار النسبي والتكرار النسبي المتجمع الصاعد.
- رسم شكل باريتو ، ويمثل المحور الأفقي فيه الفئات/العوامل مرتباً تنازلياً حسب تكرارها والمحور الصادي الأيسر يمثل التكرار أو التكرار النسبي والمحور الصادي الأيمن منحنى التكرار النسبي المتجمع الصاعد.
- ومن الشكل أو الجدول يمكن تحديد الأسباب أو العوامل التي تمثل القلة الحيوية، ومن ثم العمل على معالجتها. كما يجب ملاحظة أنه ليس دائماً باستخدام تحليل باريتو نتوصل إلى قلة حيوية.

**مثال (٣-٤):**

لمعرفة أسباب طول فترة إنهاء معاملات المراجعين في أحد الأجهزة الحكومية، قامت إدارة الجهاز باستقصاء عينة من المستفيدين من خدماتها. الجدول (٣-٨) يستعرض أهم أسباب طول فترة إنهاء المعاملات وتكرار ذكرها من قبل عينة عشوائية قوامها (٢٢٢) من المستفيدين. المطلوب إعداد رسم باريتو لأسباب تأخير تقديم الخدمات.

**جدول (٣-٨): أسباب طول فترة إنهاء المعاملات في إحدى الدوائر الحكومية من وجهة نظر عينة من المستفيدين**

| م | السبب | التكرار |
|---|---|---|
| 1 | قلة عدد الموظفين | 65 |
| 2 | لجوء بعض المراجعين للوساطة لإنهاء معاملاتهم | 95 |
| 3 | عدم إلمام المراجعين بالإجراءات | 9 |
| 4 | التغيير المستمر للإجراءات | 10 |
| 5 | ضعف الرقابة على الموظفين | 5 |
| 6 | الإجراءات المعقدة | 6 |
| 7 | عدم تسلسل وترتيب الإجراءات | 23 |
| 8 | تسيب ولامبالاة يصدران من بعض الموظفين | 9 |
| | المجموع | 222 |

**الحل:**

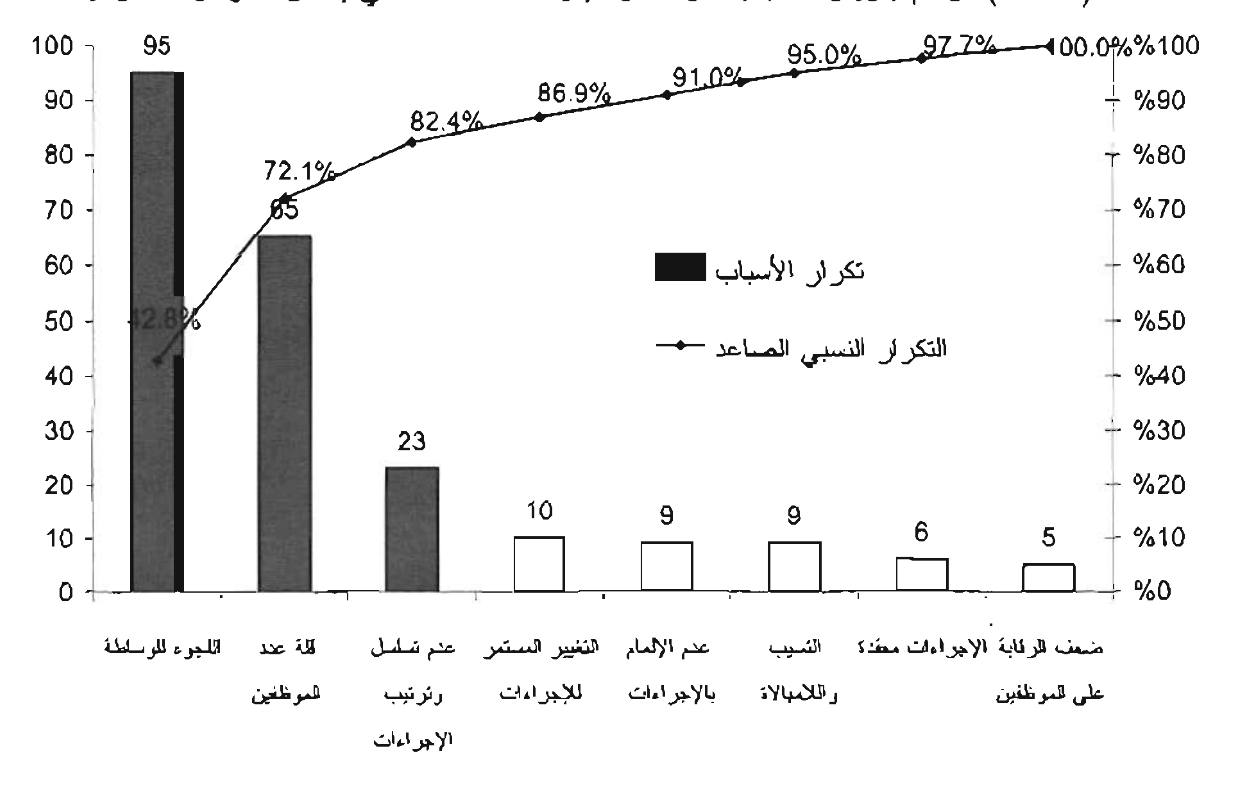
لإعداد رسم باريتو تم أولاً ترتيب أسباب تأخير تقديم الخدمات حسب تكرار ذكرها تنازلياً، ومن ثم تم حساب النسبة المئوية والتكرار النسبي المتجمع الصاعد كما هو موضح بالجدول (٣-٩). وتم رسم شكل باريتو بوضع الأسباب في المحور السيني حسب تكرارها التنازلي، ومن ثم تم رسم التكرار والتكرار النسبي.

ويظهر من الشكل (٣-١٤) أن معظم أسباب طول فترة إنهاء معاملات المراجعين تتمثل في لجوء بعض المراجعين للوساطة لإنهاء معاملاتهم، وقلة عدد الموظفين العاملين في خدمة المراجعين، وعدم تسلسل وترتيب إجراءات العمل لتقديم الخدمة للعميل. وتمثل هذه الأسباب ما نسبته (٨٢,٤%) من إجمالي الأسباب الثمانية التي وردت في استقصاء عينة المستفيدين.

جدول (٣-٩): حساب التكرار النسبي المتجمع الصاعد لأسباب طول فترة إنهاء المعاملات

| السبب | التكرار | النسبة المئوية | التكرار النسبي الصاعد |
|---|---|---|---|
| لجوء بعض المراجعين للوساطة لإنهاء معاملاتهم | 95 | 42.8% | 42.8% |
| قلة عدد الموظفين | 65 | 29.3% | 72.1% |
| عدم تسلسل وترتيب الإجراءات | 23 | 10.4% | 82.4% |
| التغيير المستمر للإجراءات | 10 | 4.5% | 86.9% |
| عدم إلمام المراجعين بالإجراءات | 9 | 4.1% | 91.0% |
| تسيب ولامبالاة يصدران من بعض الموظفين | 9 | 4.1% | 95.0% |
| الإجراءات المعقدة | 6 | 2.7% | 97.7% |
| ضعف الرقابة على الموظفين | 5 | 2.3% | 100% |
| المجموع | 222 | 100% | |

شكل (٣-١٤): رسم باريتو لأسباب طول فترة إنهاء المعاملات في إحدى الدوائر الحكومية



**مثال (٣-٥):**

تقوم إحدى دور النشر بعملية التصحيح اللغوي لكل المواد التي ترد إليها قبل تحويلها إلى مراحل الطباعة الأخرى (الصف، والإخراج،.. إلخ). ولمعرفة أنواع وتكرار الأخطاء في المواد المراد طباعتها، أخذت إدارة الدار ثلاثة عشر كتاباً متماثلة من حيث عدد الصفحات والموضوعات بصورة عشوائية من الكتب التي تم تصحيحها مؤخراً وأحصت الأخطاء الواردة فيها بحسب نوعها. الجدول (٣-١٠) يوضح أنواع الأخطاء وتكرارها. المطلوب إعداد رسم باريتو لهذه البيانات.

**جدول (٣-١٠): الأخطاء اللغوية والمطبعية وتكرارها**

| مسلسل | نوع الخطأ | تكرار الخطأ |
|---|---|---|
| 1 | نحوي | 4290 |
| 2 | صرفي | 1170 |
| 3 | معنوي | 3120 |
| 4 | إملائي/هجائي | 14820 |
| 5 | علامات الترقيم | 1950 |
| 6 | طباعية | 13650 |
| المجموع | | 39000 |

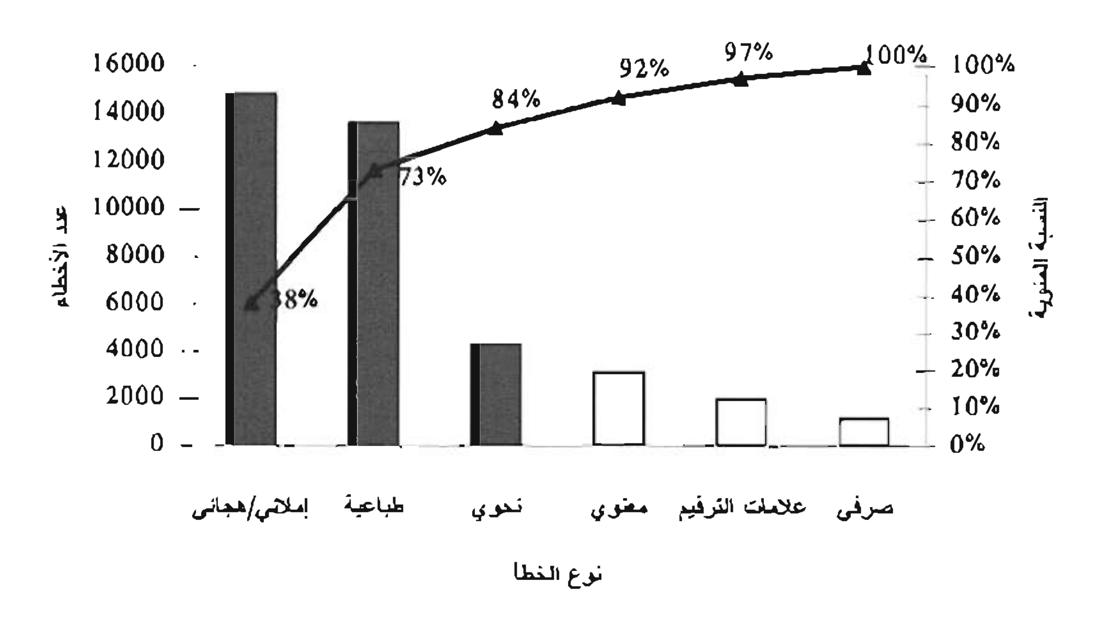
**الحل:**

لإعداد رسم باريتو يتم أولاً ترتيب تكرار الأخطاء تنازلياً ومن ثم حساب التكرار النسبي والمتجمع الصاعد كما هو موضح بالجدول (٣-١١) وإعداد الرسم.

**جدول (٣-١١): حساب التكرار النسبي والتكرار المتجمع الصاعد**

| نوع الخطأ | تكرار الخطأ | التكرار النسبي | التكرار المتجمع الصاعد |
|---|---|---|---|
| إملائي/هجائي | 14820 | 38% | 38% |
| طباعية | 13650 | 35% | 73% |
| نحوي | 4290 | 11% | 84% |
| معنوي | 3120 | 8% | 92% |
| علامات الترقيم | 1950 | 5% | 97% |
| صرفي | 1170 | 3% | 100% |
| المجموع | 39000 | 100% | |

شكل (٣-١٥): رسم باريتو لأنواع الأخطاء اللغوية والمطبعية




يشير الشكل (٣-١٥) إلى أن الأخطاء الإملائية، والطباعية، والنحوية تمثل ما نسبته (٨٤%) من إجمالي الأخطاء. في حين تمثل بقية الأخطاء الأخرى ما نسبته (١٦%). وعليه يمكن لإدارة دار النشر توجيه عملائها لتقليل تلك الأنواع الثلاثة الأخطاء.

**مثال (٣-٦):**

ورد إلى إدارة شركة لصناعة نوع من دراجات الأطفال شكاوى من عملائها بعدد من العيوب في الدراجات. ولتحسين جودة الدراجات قام قسم الجودة بالمصنع بحصر هذه العيوب وتصنيفها إلى سبعة عيوب مختلفة تم ترميزها إلى أ، ب، ج، د، هـ، و، ز. والجدول (٣-١٢) يوضح أنواع هذه العيوب وتكرارها وتكلفة إصلاحها. المطلوب إعداد رسم باريتو لتحديد أكثر العيوب تكراراً من حيث مرات حدوثها والتكلفة.

جدول (٣-١٢): أنواع عيوب الدراجات

| نوع العيب | تكرار العيب | تكلفة الإصلاح (ريال/العيب) |
|---|---|---|
| أ | 30 | 200 |
| ب | 13 | 150 |
| ج | 8 | 10 |
| د | 31 | 5 |
| هـ | 51 | 15 |
| و | 4 | 6 |
| ز | 6 | 4 |
| المجموع | 143 | |

**الحل:**

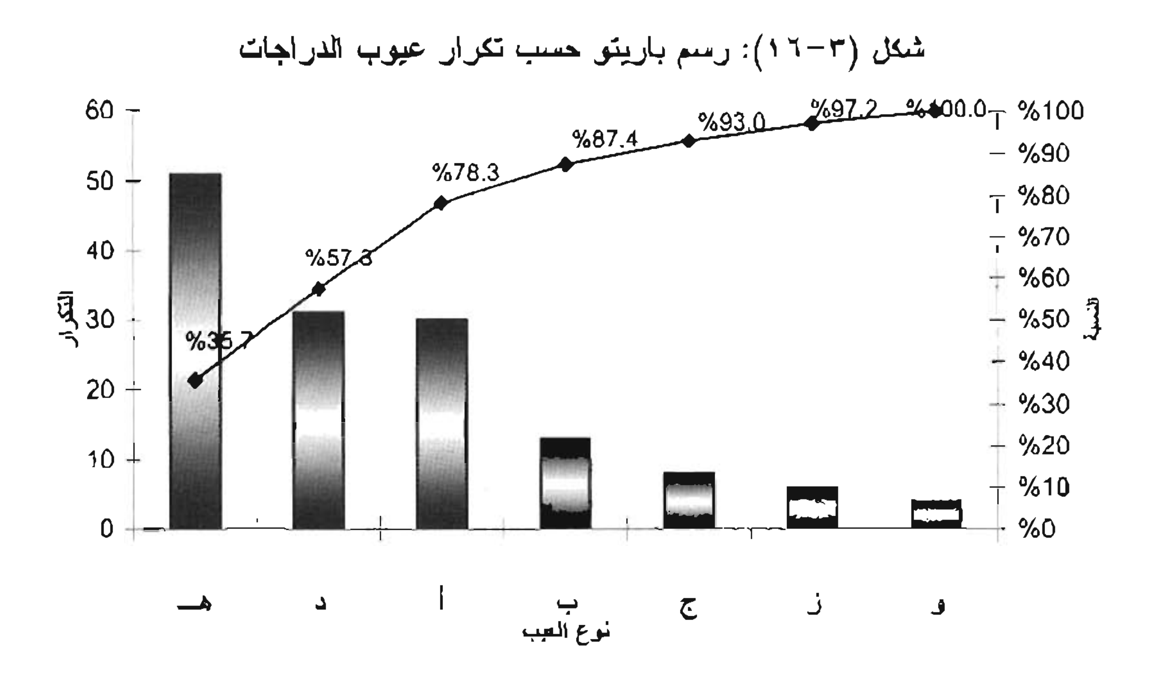
**أولاً - رسم باريتو حسب تكرار العيوب:**

لإعداد رسم باريتو تم أولاً ترتيب أنواع العيوب حسب تكرارها وحساب التكرار النسبي والتكرار النسبي المتجمع الصاعد كما موضح في الجدول (٣-١٣)، ومن ثم تم إعداد الرسم (الشكل ٣-١٦). ويتضح من الجدول والشكل أن العيوب (هـ ، د ، أ) تمثل ما نسبته (٧٨,٣%) من إجمالي حدوث العيوب في الدراجات. في حين تمثل بقية أنواع العيوب الأربعة (ب، ج، ز، و) (٢١,٧%). وبالتركيز على حل هذه العيوب يمكن تقليل شكاوى عملاء الشركة وزيادة مستوى رضائهم.

**جدول (٣-١٣): حساب التكرار النسبي والتكرار المتجمع الصاعد لأنواع العيوب**

| نوع العيب | تكرار العيب | التكرار النسبي | التكرار النسبي المتجمع |
|---|---|---|---|
| هـ | 51 | 35.7% | 35.7% |
| د | 31 | 21.7% | 57.3% |
| أ | 30 | 21.0% | 78.3% |
| ب | 13 | 9.1% | 87.4% |
| ج | 8 | 5.6% | 93.0% |
| ز | 6 | 4.2% | 97.2% |
| و | 4 | 2.8% | 100% |
| المجموع | 143 | 100% | |

شكل (٣-١٦): رسم باريتو حسب تكرار عيوب الدراجات



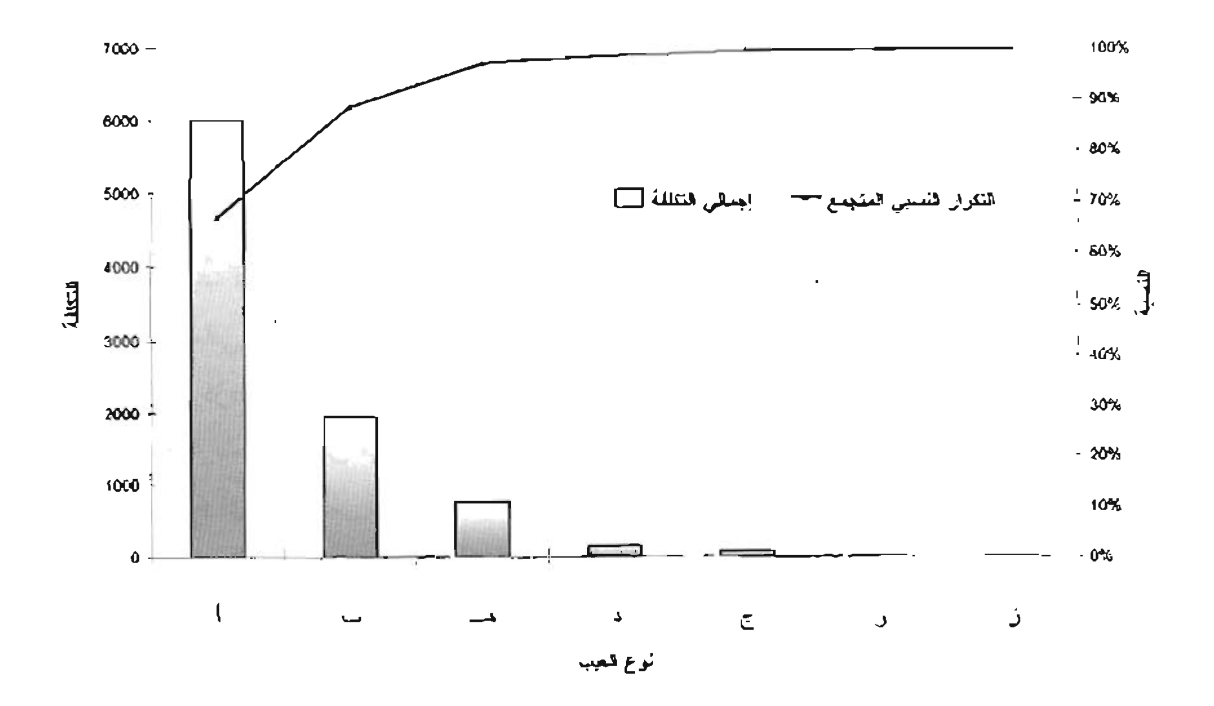

**ثانياً - رسم باريتو حسب تكلفة العيوب:**

تم إعداد رسم باريتو باتباع الخطوات السابقة بعد ترتيب أنواع العيوب حسب تكلفتها (الجدول ٣-١٤ والشكل ٣-١٧). وتشير النتائج إلى أن العيبين (أ ، ب) يمثلان ما نسبته (٨٨,٤%) من إجمالي تكلفة إصلاح العيوب في الدراجات. في حين تمثل بقية أنواع العيوب الخمسة ( ج، د، هـ ، ز ، و) ما نسبته (١١,٦%) من إجمالي التكلفة. في حين يمثل هذان العيبان (أ و ب) ما نسبته (٣٠,١%) من حيث تكرار حدوثهما. لذا إذا ركزت إدارة المصنع على هذين العيبين يمكن أن تقلل من تكلفة إصلاح العيوب بدرجة كبيرة وبالتالي تزيد من أرباحها. ولكن في المقابل يتوقع أن تنخفض شكاوى العملاء بنسبة حدوث هذين العيبين، أي (٣٠,١%). وباتباع أي من الطريقتين - تحليل باريتو حسب تكرار حدوث العيوب أو التكلفة - على إدارة المصنع إعادة تحليل باريتو بعد اتخاذ الإجراءات التصحيحية.

جدول (٣-١٤): حساب التكرار النسبي والتكرار المتجمع الصاعد لأنواع العيوب حسب التكلفة

| نوع العيب | تكرار العيب | تكلفة إصلاح العيب | إجمالى | النسبة | التكرار النسبى المتجمع |
|---|---|---|---|---|---|
| أ | 30 | 200 | 600 | 66.7% | 66.7% |
| ب | 13 | 150 | 1950 | 21.7% | 88.4% |
| هـ | 51 | 15 | 765 | 8.5% | 96.9% |
| د | 31 | 5 | 155 | 1.7% | 98.6% |
| ج | 8 | 10 | 80 | 0.9% | 99.5% |
| و | 4 | 6 | 24 | 0.3% | 99.7% |
| ز | 6 | 4 | 24 | 0.3% | 100% |
| المجموع | 143 | | 8998 | 100% | |

شكل (٣-١٧): رسم باريتو لأنواع العيوب حسب التكلفة (ريال)



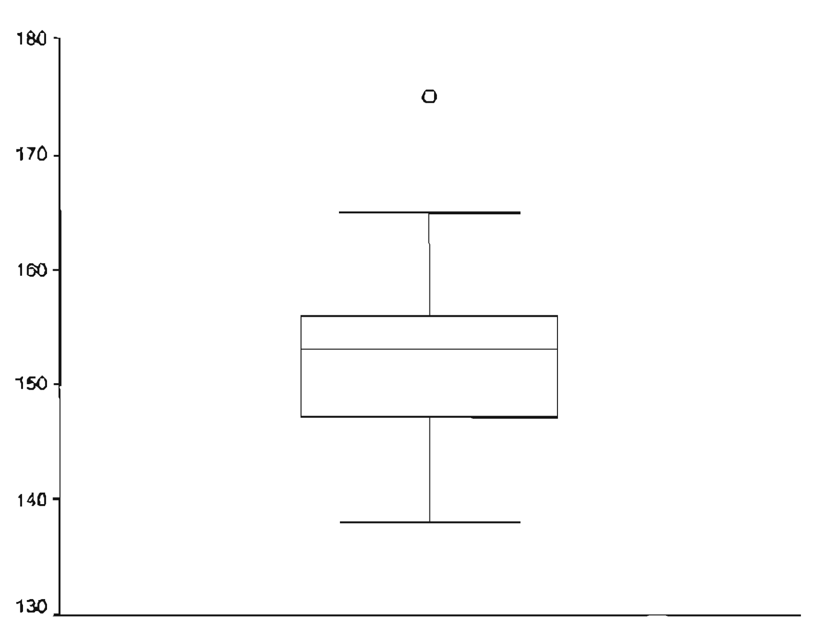
### ٣-٤ رسم الصندوق:

يعتبر رسم الصندوق[٢] (Box Plot) من أهم أدوات التحليل الاستكشافي للبيانات، وهو يستخدم لوصف توزيع قيم المشاهدات لمجموعة بيانات باستخدام خمسة مقاييس موضع هي: الوسيط، والربيع الأول، والربيع الثالث، أكبر قيمة مشاهدة وأصغر قيمة مشاهدة. ويتكون الرسم من صندوق (مستطيل) يمثل طوله المدى الربيعي (الفرق بين قيمتي الرُبيع الثالث ($Q_3$) والربيع الأول ($Q_1$))، ويتم رسم خطٍ أو وضع نقطة داخل الصندوق ليمثل الوسيط (M) (شكل ٣-١٨). حيث تقع (٥٠%) من المشاهدات داخل هذا الصندوق، أي بين الربيع الأول والربيع الثالث، في حين تقع بقية المشاهدات خارج الصندوق (فوقه أو تحته أو الأمرين معاً). كما يتم رسم خط لتمثيل أكبر قيمة مشاهدة وخط آخر لتمثيل أصغر قيمة مشاهدة أعلى وأسفل الصندوق على التوالي ويتم توصيلهما بخطين مستقيمين، باستثناء القيم الشاذة (Outliers) والتي تمثل في شكل دوائر صغيرة فوق أو أسفل الشوارب. وتعتبر المشاهدات (النقاط) متطرفة (Extremes) إذا كانت قيمها أكبر من ثلاثة أمثال طول الصندوق محسوباً من الربيع الأول أو الربيع الثالث، أي أن تكون المشاهدات أكبر من $\{Q_3+3(Q_3-Q_1)\}$ أو أن تكون أقل من $\{Q_3-3(Q_3-Q_1)\}$. ومن مزايا رسم الصندوق ما يلي:

- يُمكن بالنظر إلى نقطة أو خط الوسيط معرفة النزعة المركزية للبيانات؛ فإذا كان الوسيط في موضع يختلف عن وسط الصندوق، فإن ذلك يشير إلى أن توزيع البيانات به التواء (يميناً أو يساراً).
- يمكن التعرف من خلال طول الصندوق على مدى تشتت قيم البيانات، فإذا كان الصندوق طويلاً يعني أن المدى الربيعي كبير وأن هناك تبايناً كبيراً في قيم المشاهدات والعكس صحيح.
- الكشف عن القيم المتطرفة والشاذة بسهولة، إذ يتم في بعض برامج الإحصاء (SPSS مثلاً) وضع علامات في رسم الصندوق للقيم الشاذة (O) والقيم المتطرفة (*).
- يعتبر رسم الصندوق أداة مفيدة لمقارنة توزيع متغيرين أو أكثر مقاساً بالوحدات نفسها.

[٢] يعرف أيضاً برسم الصندوق والشوارب (Box-and-Whiskers Plot)؛ وللمزيد حول الرسم يرجى الرجوع إلى (Tukey 1977) أو (Velleman and Hoaglin, 1981).


**شكل (٣-١٨): رسم الصندوق (حالة وجود مشاهدة شاذة)**




**مثال (٣-٧):**

ينتج مصنعٌ للأدوية، به ثلاثة خطوط إنتاج، خافضاً للحرارة في قوارير عبوة (١٤٥) ملم. ولمراقبة وضبط الجودة يقوم قسم الجودة بالمصنع بأخذ عينات عشوائية من القوارير، وتسجيل كمية الدواء في كل قارورة. الجدول التالي يوضح مقاييس الوسيط، والربيع الأول والربيع الثالث وأصغر وأكبر قيمة لكميات الدواء لـ (٩٠) قارورة تم أخذها عشوائياً من إنتاج الخطوط الثلاثة. المطلوب إعداد رسم الصندوق لهذه البيانات والتعليق عليه؟

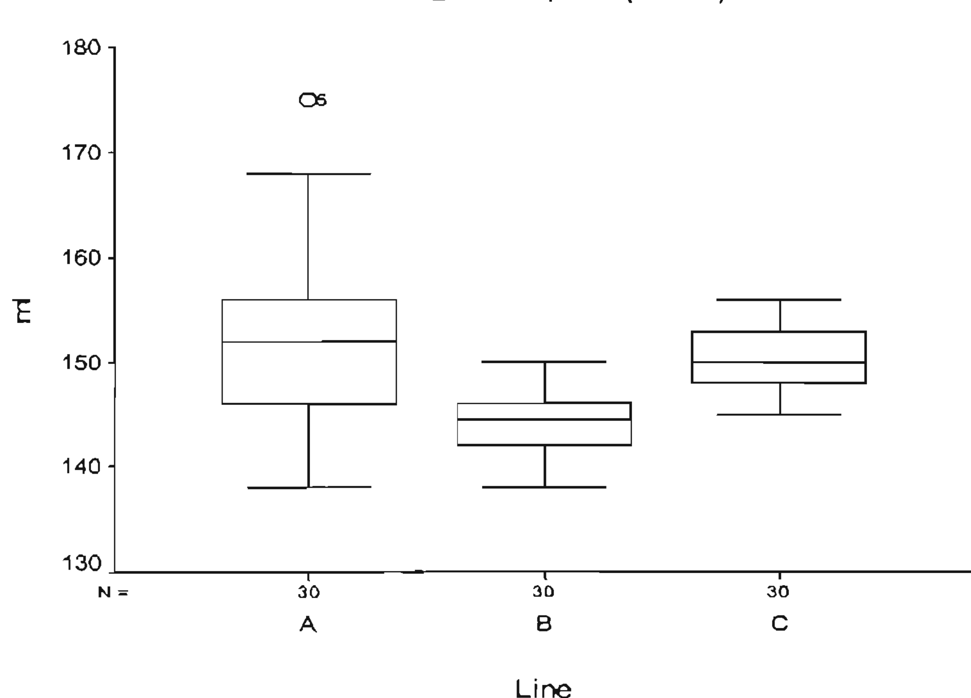
**جدول (٣-١٥): مقاييس الوسيط، والربيع الأول والثالث وأصغر وأكبر قيمة لكميات الدواء (ملم)**

| المؤشر الإحصائي | خط الإنتاج "أ" | خط الإنتاج "ب" | خط الإنتاج "ج" |
|---|---|---|---|
| عدد المشاهدات | 30 | 30 | 30 |
| أصغر قيمة مشاهدة | 138 | 138 | 145 |
| أكبر قيمة مشاهدة | 175 | 150 | 156 |
| الوسيط | 152 | 144.5 | 150 |
| الربيع الأول | 146 | 142 | 148 |
| الربيع الثالث | 156 | 146.5 | 153 |

**الحل:**

باستخدام قيم المقاييس الإحصائية تم إعداد رسم الصندوق (الشكل ٣-١٩). ويوضح الشكل أن كميات الدواء المنتجة من خط الإنتاج "أ" أكثر تشتتاً كما يعكس ذلك طول الصندوق (المدى الربيعي) وشواربه مقارنة بكميات الدواء المنتجة من الخطين "ب" و"ج". كما يلاحظ وجود قيمة شاذة في كميات الدواء المنتجة من خط الانتاج "أ". كما يلاحظ أن وحدات الدواء المنتجة من الخط "ب" أكثر تجانساً؛ وذلك لقصر طول الصندوق وشواربه.

**شكل (٣-١٩): رسم الصندوق لبيانات كميات الدواء**




**إعداد رسم الصندوق باستخدام إكسل:**

على الرغم من أهمية رسم الصندوق، إلا أنه غير متاح ضمن قائمة الرسوم البيانية المتعددة لمعالج التخطيطات في برنامج أكسل. ولإعداد رسم الصندوق في برنامج إكسل يجب اتباع عدة خطوات نوجزها في التالي:

- يمكن إعداد الرسم لمتغير واحد أو أكثر. فمثلاً لإعداد الرسم لأربعة متغيرات ( س١ ، س٢، س٣، س٤)، يتم أولاً حساب الربيع الأول، والربيع الثالث، والوسيط، والقيمة الدنيا والقيمة العليا، كما في الجدول (٣-١٥).

جدول (٣-١٥): المقاييس الإحصائية لرسم الصندوق

| المقياس | س١ | س٢ | س٣ | س٤ |
|---|---|---|---|---|
| الربيع الأول | | | | |
| أصغر مشاهدة | | | | |
| الوسيط | | | | |
| أكبر قيمة مشاهدة | | | | |
| الربيع الثالث | | | | |

- تحديد نطاق (خلايا) البيانات لكامل الجدول أعلاه، وفي ذلك أسماء المتغيرات والمقياس.
- من قائمة "إدراج" اختر "مخطط" و"خطي" من قائمة أنواع التخطيط (Insert → Chart → Line).
- اختر "السلسلة في صفوف" ومن ثم "إنهاء" (Plot by rows, then finish).
- احذف الخطوط لسلاسل البيانات؛ ويتم ذلك باختيار "تنسيق سلسلة البيانات" (Format Data Series)؛ ومن ثم اختر "نقش" و"بلا" من خيار الخط. ويتم تكرار هذه العملية لحذف الخطوط من بقية سلاسل البيانات.
- اختر أي سلسلة بيانات، ومن خيارات "تنسيق سلسلة البيانات" ومن "خيارات" اختر "علو-انخفاض" (High-Low) و"أشرطة علوية - سفلية" (Up-Down) على التوالي.

ومن عيوب إعداد رسم الصندوق بهذه الطريقة أنه لا يظهر المشاهدات الشاذة والمتطرفة في شكل علامات مميزة كما في بعض برامج الإحصاء كبرنامج (SPSS) .

## ٣-٥ خريطة التغيرات الزمنية:

خريطة التغيرات الزمنية (Run Chart) هي رسم بياني خطي لقيم إحدى خصائص الجودة المراد ضبطها ومراقبة جودتها كدالة في الزمن. وتُستخدم خريطة التغيرات الزمنية أداةً استكشافية لفهم الاختلافات في مخرجات العملية. إذ تظهر الخريطة الاتجاهات (تصاعدية أو تنازلية أو شبه ثبات) والأنماط (تغيرات دورية أو موسمية) لخصائص الجودة عبر الوقت. فقد نرغب مثلاً في معرفة اتجاه عدد الوحدات المعيبة اليومية أو الشهرية، أو عدد مرات الأعطال على امتداد السنة، أو عدد شكاوى العملاء الشهرية وخلافه. كما يمكن رسم أكثر من مجموعة واحدة من البيانات على خريطة سير واحدة، وذلك بغرض مقارنة مجموعتين أو أكثر من البيانات كمقارنة عدد أو نسبة الوحدات المعيبة بين ثلاثة خطوط إنتاج ("أ" و"ب" و"ج").

ويتطلب إعداد خريطة التغيرات الزمنية أن يتم جمع البيانات بشكل منتظم (يومي، شهري، سنوي) لفترات زمنية محددة. ويتم إعداد الخريطة برسم البيانات على الشكل البياني الذي يكون محوره الأفقي ممثلاً للزمن ومحوره العمودي لقيم خاصية الجودة.

**مثال (٣-٨):**

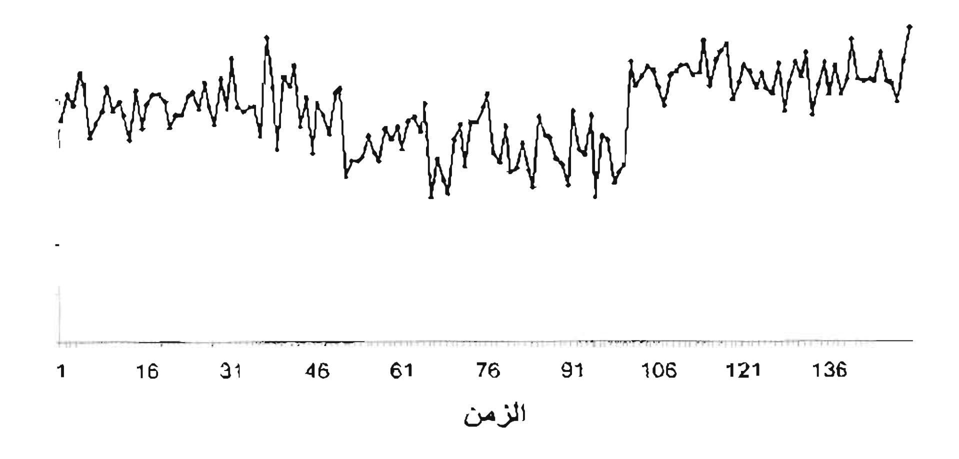
الأشكال التالية ((٣-٢٠) إلى (٣-٢٣)) توضح أمثلة لخريطة التغيرات الزمنية تُظهر اتجاهات وأنماطاً مختلفة لخصائص الجودة. حيث يوضح الشكل (٣-٢٠) أن تغيراً مفاجئاً قد حدث في متوسط مخرجات العملية في الثلث الثاني من الفترة الزمنية (النقاط من ٥٠ إلى ١٠٠ تقريباً). وربما يرجع، ذلك في البيئة الصناعية مثلاً، إلى عدة أسباب نذكر منها: اختلاف نوع المواد الخام، حدوث عطل في أحد أجزاء الآلة، استخدام آلة أو معدات جديدة، أو تغيير أو معايرة أدوات القياس، دوران العمال.

ويوضح الشكل (٣-٢١) أن هناك اتجاهاً تصاعدياً واضحاً في خاصية الجودة. ويعزى مثل هذا الاتجاه في البيئة الصناعية مثلاً إلى تغيير تدريجي في تجانس المواد الخام، تحسن في مهارات العمال.. إلخ.

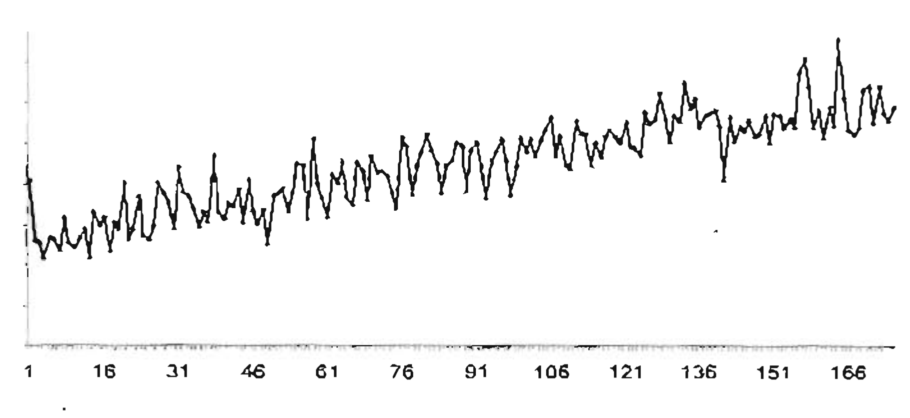
ويشير الشكل (٣-٢٢) إلى وجود ارتباط ذاتي بين قيم خاصية الجودة المتتالية. وربما يرجع ذلك إلى التعديل الذاتي للمعدات، تعدد مصادر المواد الخام.. إلخ.

أما الشكل (٣-٢٣) فيظهر بوضوح أن هناك تغيراً موسمياً في خاصية الجودة مع بروز اتجاه تصاعدي. ويعزى التغير الموسمي إلى عوامل بيئية، جدولة الصيانة الدورية التي غالباً ما تكون في الوقت نفسه من كل شهر أو سنة.. إلخ.

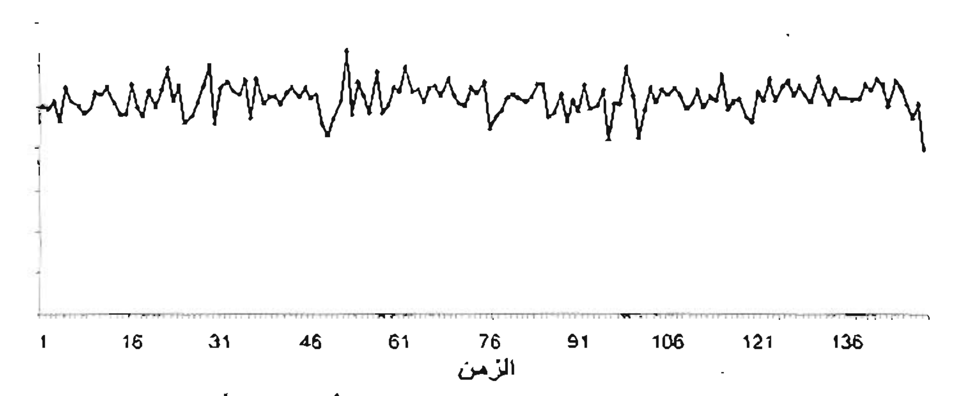
**شكل (٣-٢٠): شكل يوضح تغيراً مفاجئاً في متوسط خاصية الجودة**



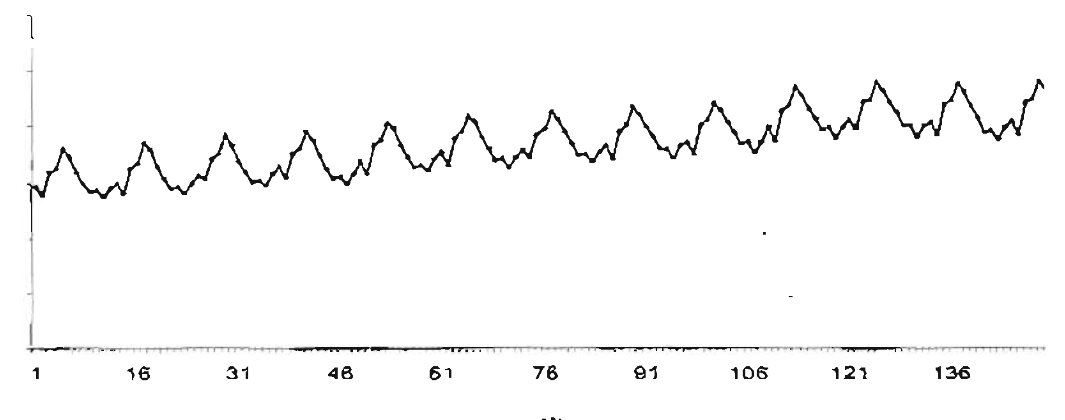
شكل (٣-٢١): شكل يوضح اتجاها تصاعدياً في خاصية الجودة




شكل (٣-٢٢): شكل يوضح وجود ارتباط ذاتي من المرتبة الأولى بين خاصية الجودة




شكل (٣-٢٣): شكل يوضح وجود تغيرات موسمية واتجاهاً تصاعدياً في خاصية الجودة

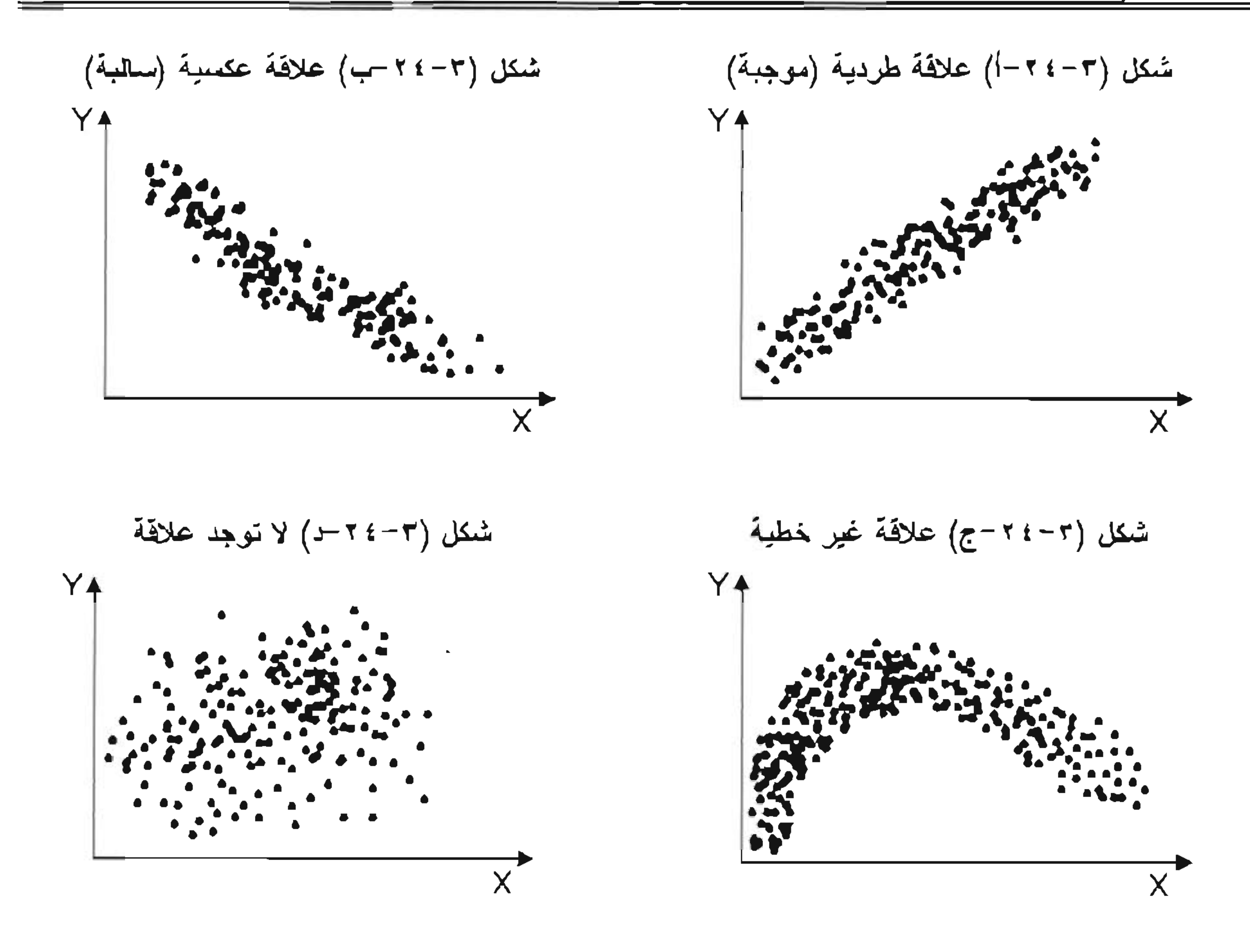


### ٣-٦ الرسم المبعثر والارتباط:

يستخدم الرسم المبعثر/ رسم الانتشار (Scatter Diagram) لمعرفة طبيعة ودرجة الارتباط بين متغيرين كميين. ويقصد بالارتباط بين متغيرين وجود علاقة بينهما بمعنى أنه إذا تغيرت قيمة أحد المتغيرين في اتجاه محدد (زيادة أو نقصاناً) يميل المتغير الآخر إلى التغير أيضاً (زيادة أو نقصاناً). والرسم المبعثر توقيع قيم كل زوج من مشاهدات المتغيرين Y و X [$(x_1,y_1)$، $(x_2,y_2)$،..$(x_n,y_n)$] في شكل نقطة (أو أي علامة أخرى) داخل الفراغ المحصور بين المحورين الرأسي والأفقي. وعادة ما يمثل المحور الرأسي المتغير التابع (Y) ويمثل المحور الأفقي المتغير المستقل (X). ويقدم الرسم المبعثر صورة سريعة مرئية لطبيعة العلاقة بين المتغيرين ومدى قوتها واتجاهها، فإننا نستطيع بمجرد النظر إلى الشكل أن نحكم بوجود أو عدم وجود علاقة بين المتغيرين. وفي حالة وقوع معظم النقط التي تمثل المشاهدات على خط مستقيم تقريباً، فإننا نقول إن هناك علاقة خطية تربط بين المتغيرين. كما يمكن بالنظر تحديد اتجاه العلاقة بين المتغيرين[٣]. فمثلاً يوضح الشكل رقم (٣-٢٤-أ) أن هناك علاقة طردية/موجبة بين المتغيرين Y وX ، أي أن قيم المتغير Y تزيد بزيادة قيم المتغير X والعكس صحيح. ويشير الشكل (٣-٢٤-ب) إلى وجود علاقة عكسية/سالبة بين المتغيرين Y وX، أي أن قيم Y تتناقص بتزايد قيم X والعكس صحيح. وأما إذا كان الشكل أشبه بمنحنى - انظر الشكل (٣-٢٤-ج) - فإن العلاقة بين المتغيرين تسمى علاقة غير خطية. وفيما يلي بعض الأمثلة التي يستخدم فيها الرسم المبعثر لتوضيح شكل العلاقة بين متغيرين:

- العلاقة بين سرعة النسخ وعدد الأخطاء المطبعية.
- العلاقة بين عمر الماكينة وعدد مرات أعطالها في العام.
- العلاقة بين سرعة السيارة وكمية الوقود المستهلكة.
- العلاقة بين تكلفة الصيانة وعمر الماكينة.
- العلاقة بين درجة حرارة ماكينة ومدة تشغيلها.
- العلاقة بين مدة خبرة العامل ونسبة إنتاجه من الوحدات المعيبة.
- العلاقة بين الحافز المادي وكمية الوحدات المنتجة.

٣ للمزيد حول تفسير العلاقة بين متغيرين باستخدام الرسم المبعثر انظر (Holmes, 2001).




شكل (٣-٢٤-أ) علاقة طردية (موجبة)

شكل (٣-٢٤-ب) علاقة عكسية (سالبة)

شكل (٣-٢٤-ج) علاقة غير خطية

شكل (٣-٢٤-د) لا توجد علاقة

ولقياس العلاقة بين متغيرين كمياً يتم حساب ما يعرف بمعامل الارتباط. ويوجد نوعان من الارتباط هما: الارتباط الخطي البسيط (Simple Linear Correlation) ويعرف أيضاً بمعامل الارتباط العزمي (Product Moment Correlation) أو بمعامل ارتباط بيرسون (Pearson) وارتباط الرتب لسبيرمان (Spearman's Rank Correlation).

الارتباط الخطي البسيط: يستخدم معامل الارتباط الخطي البسيط لقياس قوة واتجاه العلاقة الخطية بين متغيرين متصلين عشوائيين لهما توزيع مشترك طبيعي (Bivariate normal distribution)، وليس مهماً أيهما المتغير التابع أو المتغير المستقل. وإذا بدا من الرسم المبعثر أن العلاقة بين المتغيرين X و Y خطية، يتم حساب معامل الارتباط الخطي البسيط (r) باستخدام الصيغة الرياضية التالية:

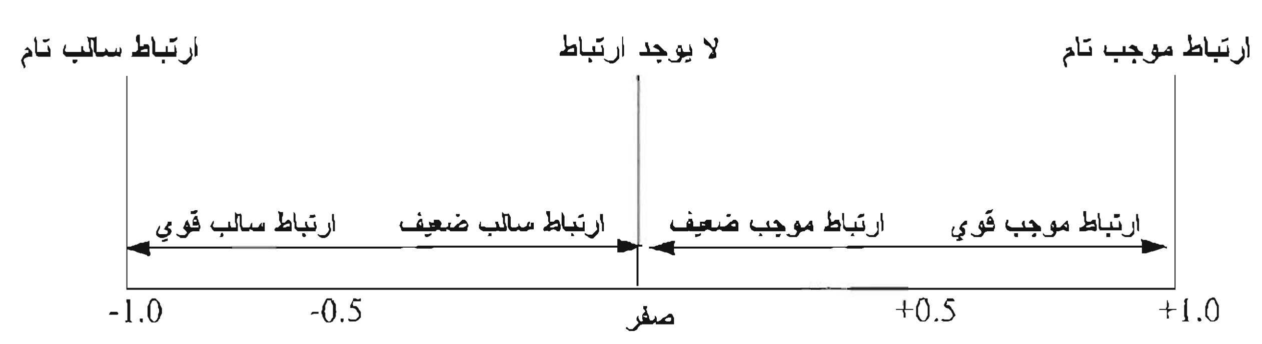
$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2\right]}} \qquad (3\text{-}4)$$

حيث إن: $\bar{y}$ الوسط الحسابي للمتغير y، و $\bar{x}$ الوسط الحسابي للمتغير x، و n عدد المشاهدات.

وفيما يلي أهم خصائص معامل الارتباط الخطي البسيط.

١) تُراوح قيم معامل الارتباط ما بين سالب واحد وموجب واحد، أي: $-1 \le r \le +1$ . إذا كان معامل الارتباط موجباً يعني ذلك أن العلاقة بين المتغيرين طردية، أي أن الزيادة في قيم المتغير الأول تصاحبها زيادة في قيم المتغير الآخر وكذلك النقص في قيم المتغير الأول يصاحبه أيضاً نقص في قيم المتغير الثاني. وأما إذا كان معامل الارتباط سالباً فيعني ذلك أن العلاقة عكسية بين المتغيرين، أي أن الزيادة في المتغير الأول تقابلها نقص في قيم المتغير الثاني والعكس صحيح. وتعتبر العلاقة بين المتغيرين قوية كلما اقتربت قيمة المعامل من الواحد الصحيح سالباً كان أو موجباً، وتوصف العلاقة بالضعيفة كلما اقتربت قيمة المعامل للصفر (انظر الشكل ٣-٢٥).

**شكل (٣-٢٥): تفسير قيم معامل الارتباط الخطي**




٢) قيمة معامل الارتباط لا تعتمد على وحدات قياس المتغيرين. فمثلاً معامل ارتباط الطول مقاساً بالبوصات مع الوزن مقاساً بالأرطال له نفس قيمة معامل ارتباط الطول مقاساً بالأمتار مع الوزن مقاساً بالكيلوجرامات.

٣) إن وجود علاقة ارتباط بين متغيرين لا يعني وجود علاقة سببية بينهما. فمثلاً قد توجد علاقة ارتباط بين عمر الآلة وتكلفة صيانتها إلا أنها علاقة غير سببية، أى أن التكلفة لا تحدد عمر الآلة.

٤) بما أن معامل الارتباط يتم حسابه من مشاهدات العينة فيعتبر المعامل مقدراً لمعلمة المجتمع المجهولة التي تعرف بمعامل ارتباط المجتمع ويرمز له بـ ρ.

### اختبار معنوية معامل الارتباط ( r ) :

لاختبار فرض العدم القائل بأن ρ معامل ارتباط المجتمع يساوي الصفر ($H_0: \rho = 0$) في مقابل الفرض البديل القائل بأنه يختلف معنوياً عن الصفر ($H_1: \rho \ne 0$)، تستخدم إحصائية T حيث:

$$T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \sim t_{n-2} \qquad (3\text{-}5)$$

لها توزيع t بدرجات حرية (n-2). حيث يتم رفض فرض العدم إذا كانت قيمة T المطلقة أكبر من قيمة توزيع t عند درجات حرية (n-2) ومستوى معنوية محدد (α) ، فيمكن أن نقول توجد علاقة ارتباط بين المتغيرين عند مستوى معنوية محدد (٥% مثلاً). وأما إذا كانت القيمة المطلقة T أقل من قيمة توزيع t عند درجات حرية (n-2) ومستوى معنوية محدد (α)، فيقال إنه لا يوجد دليل كاف لوجود علاقة ارتباط بين المتغيرين عند مستوى معنوية محدد (٥% مثلاً).

**معامل ارتباط الرتب (Rank Correlation Coefficient):**

يستخدم معامل ارتباط سبيرمان للرتب (Spearman) لقياس العلاقة الخطية بين متغيرين رُتبيين أو لقياس العلاقة بين متغيرين يتبعان توزيعاً غير التوزيع الطبيعي أو في حالة صغر حجم العينة لأزواج المشاهدات لأي متغيرين كميين أو رتبيين (Alman, 1991 pp.285-288). ولحساب معامل ارتباط الرتب يتم التالي:

* ترتيب المتغيرين تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر) أو تنازلياً (من الأكبر إلى الأصغر). وإذا تكررت قيم المتغير في الترتيب يتم حساب متوسط رتب المجموعة التي تكررت قيمها ويعتبر المتوسط رتبة لكل قيمة من هذه المجموعة. كما يجب ملاحظة أنه لا يصح ترتيب أحد المتغيرين تنازلياً والآخر تصاعدياً أو العكس.
* في حالة عدم وجود قيم متكررة (Ties) في أي من قيم المتغيرين يتم حساب معامل الرتب ($r_s$) باستخدام الصيغة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n\left(n^2 - 1\right)} \qquad (3\text{-}6)$$

حيث إن: $d_i$ هو الفرق بين رتب المتغيرين للمشاهدة رقم $i$، و $n$ عدد أزواج المشاهدات أو حجم العينة.

وأما في حالة وجود قيم متكررة في مشاهدات أي من المتغيرين فيتم حساب معامل ارتباط الرتب باستخدام معادلة معامل ارتباط بيرسون (3-4) لقيم رتب المتغيرين بدلاً عن القيم الحقيقية (Weinberg and Abramow 2002, p.139). وذلك لأن المعادلة (3-6) هي حالة من المعادلة (3-4) في حالة استخدام الرتب مع عدم وجود قيم مشتركة في مشاهدات أي من المتغيرين.

اختبار معنوية معامل الارتباط ( $r_s$ ):

لاختبار فرض العدم القائل بأن ρ معامل ارتباط المجتمع يساوي الصفر في مقابل الفرض البديل القائل بأنه يختلف معنوياً عن الصفر، تستخدم إحصائية الاختبار T إذا كان حجم العينة أكبر من (١٠) مشاهدات، حيث

$$T = r_s\sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}} \qquad (3\text{-}7)$$

لها توزيع t بدرجات حرية (n-2)

**مثال (٣-٨):**

الجدول (٣-١٧) يوضح بيانات عن تكلفة صيانة الآلة وعمرها أخذت من عينة لآلات متماثلة تماماً تعمل تحت ظروف واحدة في أحد المصانع لإنتاج إحدى السلع. ارسم الرسم المبعثر للمتغيرين، واحسب معامل ارتباط بيرسون وفسر النتائج التي تحصل عليها.

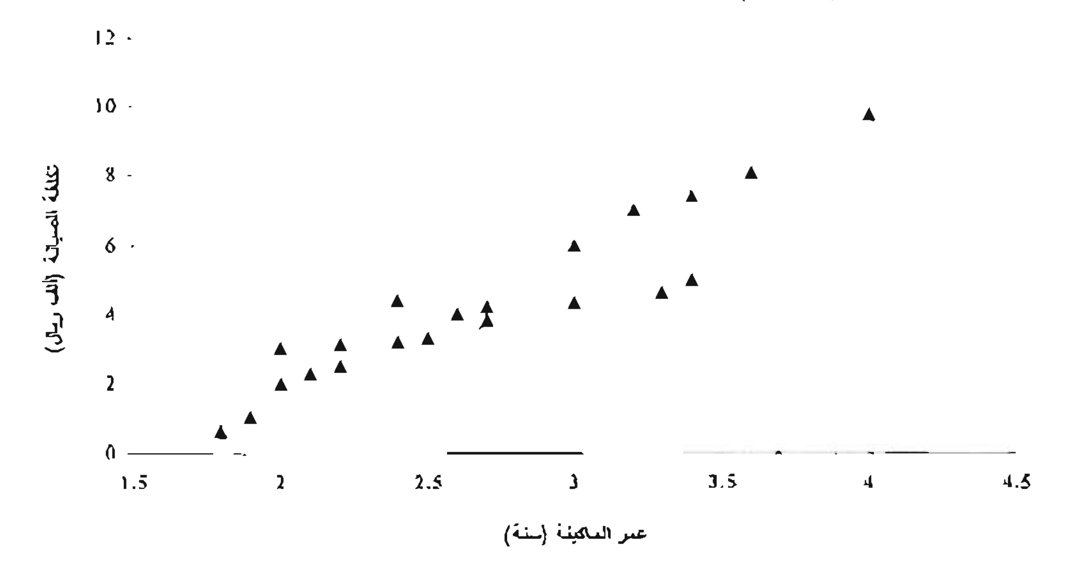
**جدول (٣-١٧): بيانات توضح تكاليف الصيانة وأعمار آلات**

| رقم المشاهدة | تكلفة الصيانة السنوية (ألف ريال) | عمر الآلة (سنة) |
|---|---|---|
| 1 | 3.0 | 2 |
| 2 | 3.2 | 2.4 |
| 3 | 3.8 | 2.7 |
| 4 | 9.8 | 4 |
| 5 | 3.3 | 2.5 |
| 6 | 7 | 3.2 |
| 7 | 4.6 | 3.3 |
| 8 | 8.1 | 3.6 |
| 9 | 4.4 | 2.4 |
| 10 | 7.4 | 3.4 |
| 11 | 6 | 3 |
| 12 | 3.1 | 2.2 |
| 13 | 5 | 3.4 |
| 14 | 4 | 2.6 |
| 15 | 4.3 | 3 |
| 16 | 0.6 | 1.8 |
| 17 | 4.2 | 2.7 |
| 18 | 2.5 | 2.2 |
| 19 | 2.3 | 2.1 |
| 20 | 1 | 1.9 |
| 21 | 2 | 2 |

أولاً - إعداد الرسم المبعثر:

باستخدام برنامج إكسل تم إعداد الرسم المبعثر لمتغير تكلفة الصيانة وعمر الآلة (الشكل ٣-٢٦). حيث يشير الشكل إلى وجود علاقة طردية بين المتغيرين، بمعنى أن تكلفة الصيانة تزيد بتقادم الآلات المستخدمة في المصنع. ولقياس العلاقة كمياً بين تكلفة الصيانة عمر نستخدم معامل الارتباط الخطي.

شكل (٣-٢٦): رسم انتشار تكلفة الصيانة وعمر الماكينة




ثانياً - لحساب معامل الارتباط الخطي:

لحساب معامل الارتباط الخطي (Pearson) تم حساب المجاميع الموضحة بالجدول (٣-١٨). وباستخدام المعادلة (٣-٤) يتم حساب المعامل كما يلي:

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{21} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{21} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{21} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{21} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{21} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{21} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{21} y_i\right)^2\right]}} = \frac{21\times 267.62 - 56.4\times 89.6}{\sqrt{\left[21\times 159.26 - 56.4^2\right]\left[21\times 490.14 - 89.6^2\right]}} = 0.931$$

بلغ معامل الارتباط (0.931) مما يشير إلى وجود علاقة ارتباط قوية وطردية بين عمر الآلات وتكلفة صيانتها. ولحساب مستوى المعنوية، يتم أولاً حساب قيمة T حيث

$$T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.931085\times\sqrt{21-2}}{\sqrt{1-0.931085^2}} = 11.125 \sim t_{19}$$

ثم حساب مستوى المعنوية باستخدام برنامج إكسل كما يلي:

=tdist(11.125;19;2) = 0.00000000092

أي أن مستوى المعنوية أقل من (١%)، ويتبين من ذلك أن العلاقة بين عمر الآلات وتكلفة صيانتها دالـة إحصائياً عند مستوى معنوية أقل من (١%). ويستشف من هذه النتيجة أن تكلفة صيانة الآلات القديمة تفوق تكلفة صيانة الآلات الحديثة.

**جدول (٣-١٨): الحسابات اللازمة لحساب معامل الارتباط الخطي البسيط (Pearson)**

| م | عمر الآلة $x$ | تكلفة الصيانة $y$ | $x^2$ | $y^2$ | $y \times x$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 9 | 6 |
| 2 | 2.4 | 3.2 | 5.76 | 10.24 | 7.68 |
| 3 | 2.7 | 3.8 | 7.29 | 14.44 | 10.26 |
| 4 | 4 | 9.8 | 16 | 96.04 | 39.2 |
| 5 | 2.5 | 3.3 | 6.25 | 10.89 | 8.25 |
| 6 | 3.2 | 7 | 10.24 | 49 | 22.4 |
| 7 | 3.3 | 4.6 | 10.89 | 21.16 | 15.18 |
| 8 | 3.6 | 8.1 | 12.96 | 65.61 | 29.16 |
| 9 | 2.4 | 4.4 | 5.76 | 19.36 | 10.56 |
| 10 | 3.4 | 7.4 | 11.56 | 54.76 | 25.16 |
| 11 | 3 | 6 | 9 | 36 | 18 |
| 12 | 2.2 | 3.1 | 4.84 | 9.61 | 6.82 |
| 13 | 3.4 | 5 | 11.56 | 25 | 17 |
| 14 | 2.6 | 4 | 6.76 | 16 | 10.4 |
| 15 | 3 | 4.3 | 9 | 18.49 | 12.9 |
| 16 | 1.8 | 0.6 | 3.24 | 0.36 | 1.08 |
| 17 | 2.7 | 4.2 | 7.29 | 17.64 | 11.34 |
| 18 | 2.2 | 2.5 | 4.84 | 6.25 | 5.5 |
| 19 | 2.1 | 2.3 | 4.41 | 5.29 | 4.83 |
| 20 | 1.9 | 1 | 3.61 | 1 | 1.9 |
| 21 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 |
| المجموع | 56.4 | 89.6 | 159.26 | 490.14 | 267.62 |

**إعداد الرسم المبعثر باستخدام إكسل:**

* يتم أولاً إدخال بيانات المتغيرين المراد حساب معامل الارتباط بينهما في عمودين منفصلين (انظر الشكل ٣-٢٧).

* يتم تحديد الخلايا التي تحتوي على مشاهدات المتغيرين.

* من قائمة إدراج يتم اختيار مخطط ومن ثم اختيار رسم س ص مبعثر "Scatter Diagram" وباتباع الخطوات اللاحقة نحصل على الرسم المبعثر.

**شكل رقم (٣-٢٧): إعداد رسم انتشار عمر الآلة وتكلفة الصيانة**

| | تكلفة الصيانة Y | عمر الآلة X |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | 3.2 | 2.4 |
| 4 | 3.8 | 2.7 |
| 5 | 9.8 | 4 |
| 6 | 3.3 | 2.5 |
| 7 | 7 | 3.2 |
| 8 | 4.6 | 3.3 |
| 9 | 8.1 | 3.6 |
| 10 | 4.4 | 2.4 |
| 11 | 7.4 | 3.4 |
| 12 | 6 | 3 |
| 13 | 3.1 | 2.2 |
| 14 | 5 | 3.4 |
| 15 | 4 | 2.6 |
| 16 | 4.3 | 3 |
| 17 | 0.6 | 1.8 |
| 18 | 4.2 | 2.7 |

<u>حساب معامل الارتباط الخطي باستخدام إكسل:</u>

فيما يلي خطوات حساب معامل الارتباط الخطي باستخدام إكسل:

**الخيار الأول:**

* يتم أولاً إدخال بيانات المتغيرين المراد حساب معامل الارتباط بينهما في عمودين منفصلين (انظر الشكل ٣-٢٨). ثم وضع المؤشر في الخلية المراد فيها إظهار قيمة معامل الارتباط.

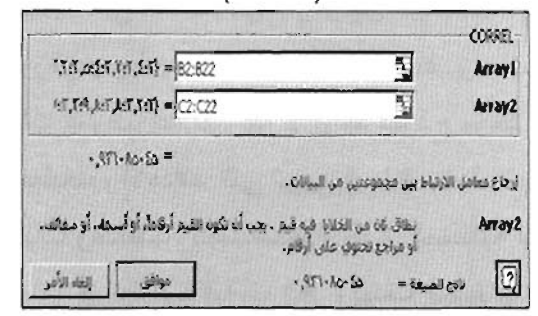
* كتابة اسم دالة الارتباط وخلايا المتغيرين كما يلي:

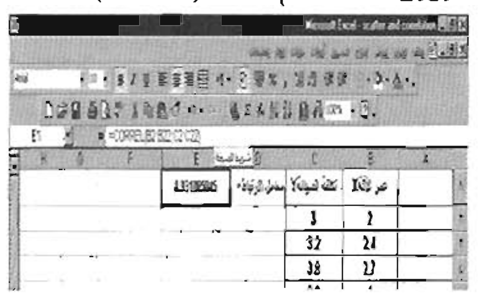
=CORREL(B2:B22;C2:C22)

حيث إن B2:B22 هي الخلايا التي تمتد من B2 إلى B22 وتحتوي على قيم أحد المتغيرين؛ وC2:C22 هي الخلايا التي تحتوي على بيانات المتغير الآخر.

كما يمكن من قائمة إدراج "Insert" اختيار دالة "$f_x$" واختيار إحصاء "statistics" واختيار "CORREL"؛ ثم تحديد خلايا مشاهدات أحد المتغيرين في خانة Array1 ومشاهدات المتغير الآخر في خانة Array2 إما كتابة أو باستخدام المؤشر.

شكل (٣-٢٨): تحديد خلايا مشاهدات المتغيرين باستخدام الدالة (Correl).



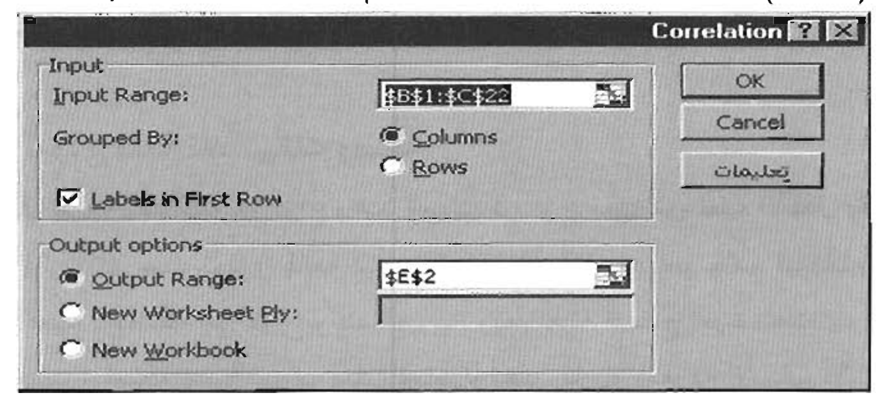
الخيار الثاني:

يتم حساب مصفوفة معاملات الارتباط بين متغيرين أو أكثر باستخدام أدوات التحليل "Data Analysis". وتتكون مخرجات هذا الخيار من مصفوفة ارتباط لأزواج المتغيرات، وليست قيمة واحدة كما في الخيار الأول.

وفيما يلي خطوات حساب معامل الارتباط:

* كما في الخيار الأول يتم إدخال بيانات المتغيرين المراد حساب معامل الارتباط بينهما في عمودين منفصلين.
* من قائمة أدوات "Tools" يتم اختيار "Analysis Data" ثم "Correlation"؛ فيظهر الشكل (٣-٢٩). وفي خانة "Input Range" يتم كتابة أو تحديد الخلايا التي تحتوي على المتغيرين أو المتغيرات. وإذا كانت الخلايا المحددة تحتوى على عناوين المتغير يتم تأكيد ذلك بالنقر على "Labels in first row". وأخيراً يتم تحديد موقع المخرجات، وهو إما أن يكون بتحديد خلية داخل الورقة التي تحتوي على البيانات أو يكون في ورقة جديدة "New worksheet ply" أو في مصنف جديد "New workbook".

شكل (٣-٢٩): حساب معامل الارتباط باستخدام أدوات التحليل "Data Analysis"



## ٣-٧ قائمة التأكد:

قائمة التأكد (Check sheet) هي أحد الأساليب الأساسية التي تستخدم لجمع وعرض البيانات؛ بهدف مراقبة وضبط مخرجات العمليات. وقائمة التأكد هي نموذج ورقي بسيط يحتوي على عدد من الحقول لتسجيل البيانات المهمة لخواص المنتج ومدى انحرافها عن المواصفات الموضوعة لها. لذا لا يوجد نموذج موحد ومحدد يستخدم لكل العمليات؛ حيث تختلف نماذج القائمة باختلاف العمليات والأهداف التي ترمي إليها المنظمة.

ويُعَدُّ استخدام قائمة التأكد الخطوة الأولى لمراقبة العمليات وضبطها، تليها استخدام طرق إحصائية أخرى كاستخدام المدرج التكراري، ورسم الانتشار، وتحليل الارتباط وخرائط المراقبة... إلخ. ويهدف أسلوب جمع البيانات باستخدام قائمة التأكد إلى هدفين رئيسين هما (انظر Kume 1985, p.10):

* تسهيل عملية جمع البيانات.
* تنظيم البيانات بصورة ذاتية بحيث يسهل استخدامها.

وفيما يلي الخطوات الأساسية لاستخدام أسلوب قائمة التأكد لجمع البيانات:

* تحديد العملية أو العمليات المراد جمع بيانات حولها بغرض مراقبتها وضبطها.
* تحديد خاصية / خواص الجودة المراد قياسها بشكل دقيق.
* تصميم نموذج قائمة التأكد، وهي تحتوي، بالإضافة إلى خواص الجودة، على حقول أخرى، مثل: التاريخ، العملية، اسم جامع البيانات، مواصفات العملية ونحوها.
* تحديد المسئولين عن جمع البيانات وتحديد فترات جمع البيانات.
* تدريب جامعي البيانات تدريباً كافياً قبل البدء في عملية جمع البيانات.

ويستخدم أسلوب قائمة التأكد لمراقبة العديد من الأنشطة وتسجيل التغيرات الحاصلة فيها، مثل: جمع البيانات حول الانحرافات عن المواصفات، أنواع وعدد العيوب في منتج ما، شكاوى العملاء، أنواع وعدد حالات أعطال الأجهزة.. إلخ. وفيما يلي بعض الأمثلة على استخدامات أسلوب قائمة التأكد في جمع البيانات وتبويبها.

### مثال (٣-٩): نموذج قائمة تأكد لبيانات وصفية:

هذا المثال لقائمة تأكد لتسجيل أنواع وعدد العيوب في نوع محدد من لعب الأطفال يقوم بإنتاجها أحد المصانع شكل (٣-٣٠). حيث تحتوي قائمة التأكد على حقول: التاريخ، اسم جامع البيانات، خط الإنتاج، ونوع الفحص، ورقم العينة بالإضافة إلى أنواع وعدد العيوب. وبعد تعبئة النماذج لفترة محددة يتم تجميع العيوب بحسب العينة ونوع العيب. وبإضافة نسب العيوب يمكن استخدام تحليل باريتو لمعرفة الأسباب الأساسية (القلة الحيوية) التي تسهم في إنتاج لعب معيبة (شكل ٣-٣١).

شكل (٣-٣٠): شكل قائمة تأكد من عيوب الإنتاج – مثال نوع محدد من لُعب أطفال

**قائمة التأكد اليومية – لعبة أطفال**

التاريخ:__________ خط الإنتاج/ الآلة: __________________

اسم جامع البيانات:______________ نوع الفحص: نهائي

| رقم العينة | نوع العيب | | | | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | |
| ١ | | | | | |
| ٢ | | | | | |
| ٣ | | | | | |
| . | | | | | |
| g | | | | | |
| المجموع | | | | | |
| النسبة المئوية | | | | | |

أنواع العيب: ١- كسر/كسور، ٢- نقص جزء أو أجزاء، ٣- خدش/خدوش، ٤-عيوب أخرى

**ملاحظات:**

شكل (٣-٣١): قائمة تأكد من عيوب الإنتاج لمصنع لُعب أطفال به ثلاثة خطوط إنتاج

| نوع العيب | خط الإنتاج أ | | خط الإنتاج أ | | خط الإنتاج أ | | المجموع | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | عدد العيوب | % | عدد العيوب | % | عدد العيوب | % | عدد العيوب | % |
| كسر/كسور | | | | | | | | |
| نقص أجزاء | | | | | | | | |
| خدش/خدوش | | | | | | | | |
| عيوب أخرى | | | | | | | | |
| المجموع | | | | | | | | |

**مثال (٣-١٠): نموذج لقائمة تأكد لبيانات كمية:**

ترغب إدارة مصنع خراطيم تُستخدم في نوع محدد من المكيفات الهوائية في مراقبة وضبط أطوال الخراطيم التي ينتجها المصنع. وطول الخرطوم المستهدف هو (8.30) دسم على أن لا يزيد الطول على (8.38) دسم ولا يقل عن (8.22) دسم، أي أن الانحراف المسموح به قدره (٠,٠٨) أو (8.30±0.08). ولقياس الانحرافات في الأطوال تم تصميم قائمة تأكد بسيطة توضح تكرار الانحرافات بمقدار (٠,٠١) دسم. والشكل (٣-٣٢) يوضح قائمة التأكد، وقد صممت بغرض تسجيل الانحرافات والتبويب الذاتي للبيانات. حيث تشير البيانات الافتراضية إلى أن معظم الوحدات المنتجة مطابقة للمواصفات الموضوعة، وأن ثلاث وحدات فقط غير مطابقة للمواصفات وتمثل ما نسبته (٣,٦%).

ويوضح الشكل رقم (٣-٣٣) طريقة أخرى لتصميم قائمة تأكد لتسجيل بيانات أطوال الخراطيم بأخذ عينة عشوائية حجمها خمسة خراطيم من إنتاج كل ساعة. ويهدف مثل هذه القائمة بالإضافة على تسجيل الانحرافات في الأطوال إلى فترات حدوث هذه الانحرافات. ولربما تظهر نتائج التحليل أن هناك فروقاً في الانحرافات بحسب فترة المناوبة.

**شكل (٣-٣٢): قائمة تأكد لقياس الانحرافات في أطوال خراطيم**

| المواصفات | الانحرافات دسم | العلامات 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | التكرار |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | -0.10 | | | | | | | | | | | | | 0 |
| | -0.09 | X | | | | | | | | | | | | 1 |
| الحد الأدنى | -0.08 | | | | | | | | | | | | | 0 |
| | -0.07 | X | X | | | | | | | | | | | 2 |
| | -0.06 | X | X | X | | | | | | | | | | 3 |
| | -0.05 | X | X | X | X | | | | | | | | | 4 |
| | -0.04 | X | X | X | X | X | | | | | | | | 5 |
| | -0.03 | X | X | X | X | X | X | | | | | | | 6 |
| | -0.02 | X | X | X | X | X | X | X | | | | | | 7 |
| | -0.01 | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | | 8 |
| القيمة | 0.0 | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | 9 |
| | +0.01 | X | X | X | X | X | X | X | X | | | | | 8 |
| | +0.02 | X | X | X | X | X | X | X | | | | | | 7 |
| | +0.03 | X | X | X | X | X | X | | | | | | | 6 |
| | +0.04 | X | X | X | X | X | | | | | | | | 5 |
| | +0.05 | X | X | X | X | | | | | | | | | 4 |
| | +0.06 | X | X | X | | | | | | | | | | 3 |
| | +0.07 | X | X | | | | | | | | | | | 2 |
| الحد العلوي | +0.08 | X | | | | | | | | | | | | 1 |
| | +0.09 | X | X | | | | | | | | | | | 2 |
| | +0.10 | | | | | | | | | | | | | 0 |
| المجموع | | | | | | | | | | | | | | 83 |

## شكل (٣-٣٣): قائمة تأكد لقياس الانحرافات في أطوال خراطيم

| مصنع خراطيم | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| خط الإنتاج: | | | | التاريـــــــخ : | | | | | | |
| المناوبة رقم: | | | | الطول المستهدف: | | | | (8.30±0.08) | | |
| طول الخرطوم (سم) | | أوقات أخذ العينات (كل ساعة) | | | | | | | | المجموع |
| | | ساعة ١ | ساعة ٢ | ساعة ٣ | ساعة ٤ | ساعة ٥ | ساعة ٦ | ساعة ٧ | ساعة ٨ | |
| أقل من 8.22 | | | | | | | | | | |
| 8.22 | 8.24 | | | | | | | | | |
| 8.24 | 8.26 | | | | | | | | | |
| 8.26 | 8.28 | | | | | | | | | |
| 8.28 | 8.30 | | | | | | | | | |
| 8.30 | 8.32 | | | | | | | | | |
| 8.32 | 8.34 | | | | | | | | | |
| 8.34 | 8.36 | | | | | | | | | |
| 8.36 | 8.38 | | | | | | | | | |
| أكبر من 8.38 | | | | | | | | | | |
| المجموع | | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 40 |
| * الخطوات: • أخذ (٥) خراطيم كل ساعة •سجل التكرار حسب الطول في الفئة المناسبة | | | | | | | | | | |

**مثال (٣-١١): نموذج قائمة تأكد باستخدام رموز لأنواع العيوب:**

يوضح الشكل (٣-٣٤) قائمة تأكد لتسجيل حدوث عيوب صناعة لُعب أطفال بمصنع به خطا إنتاج وأربعة عاملين خلال أسبوع عمل. حيث تشير المعلومات إلى أن حدوث العيوب أقل في يومي الثلاثاء والأربعاء مقارنة ببقية الأيام، وأن معدل حدوث العيوب في خط الإنتاج رقم (١) أقل من خط الإنتاج رقم (٢) وأن أقـل العيـوب تحدث عند العامل رقم "ب". كما يتضح من قائمة التأكد أن أقل العيوب حدوثاً هو عيب الكسور وأكثرها حدوثاً هو عيب نقص الأجزاء.

شكل (٣-٣٤): قائمة تأكد من عيوب الإنتاج لمصنع لُعب أطفال به خطا إنتاج وأربعة عاملين خلال أسبوع عمل

| خط الانتاج | اسم العامل | السبت | | الأحد | | الأثنين | | الثلاثاء | | الأربعاء | | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ص | م | ص | م | ص | م | ص | م | ص | م | |
| ١ | أ | ■■■ | ■■ | ■ | ■■ | ■■■ | ■■ | ■ | | | ■■■ | 17 |
| | | ▲▲ | ▲▲ | ▲▲ | ▲▲▲ | ▲▲ | ▲ | ▲ | ▲▲▲ | ▲▲ | ▲▲ | 20 |
| | | □□□□ | □□□ | | □□□ | □ | | □□ | □ | □ | □ | 16 |
| | | ΦΦΦ | Φ | Φ | ΦΦΦ | | ΦΦ | Φ | ΦΦ | ΦΦ | ΦΦ | 17 |
| | ب | | ■■ | ■ | ■■ | | ■■ | ■ | | | ■■ | 10 |
| | | ▲▲ | ▲▲ | ▲ | ▲▲ | ▲ | ▲ | ▲ | ▲ | ▲ | ▲▲ | 14 |
| | | □ | □□□ | □□□ | □□□ | □ | □□□ | □□ | □ | □ | □ | 19 |
| | | ΦΦ | | | Φ | Φ | ΦΦ | Φ | ΦΦ | ΦΦ | ΦΦ | 13 |
| ٢ | ج | ■■■ | ■■ | ■ | ■■ | ■■■ | ■■ | ■ | | | ■■ | 16 |
| | | ▲▲ | ▲▲ | ▲▲ | ▲▲▲ | ▲▲ | ▲ | ▲ | ▲▲▲ | ▲▲ | ▲▲ | 20 |
| | | □□□□ | □□□ | □□□ | □□□ | □ | | □□ | □ | □ | □ | 19 |
| | | ΦΦΦ | Φ | ΦΦ | ΦΦΦΦ | ΦΦ | ΦΦ | Φ | ΦΦ | ΦΦ | ΦΦ | 21 |
| | د | ■■■ | ■■ | ■ | ■■ | ■■■ | ■■ | ■ | | | ■■ | 16 |
| | | ▲▲▲ | ▲▲ | ▲▲ | ▲▲▲ | ▲▲ | ▲▲ | ▲▲ | ▲▲▲ | ▲▲ | ▲▲ | 23 |
| | | □□□□ | □ | □□□ | □□□ | □ | □ | □□ | □ | □ | □ | 18 |
| | | Φ | | ΦΦ | ΦΦΦ | ΦΦ | ΦΦ | Φ | | ΦΦ | ΦΦ | 15 |
| المجموع | ■ | 9 | 8 | 4 | 8 | 9 | 8 | 4 | 0 | 0 | 9 | 59 |
| | ▲ | 9 | 8 | 7 | 11 | 7 | 5 | 5 | 10 | 7 | 8 | 77 |
| | □ | 13 | 10 | 9 | 12 | 4 | 4 | 8 | 4 | 4 | 4 | 72 |
| | Φ | 9 | 2 | 5 | 11 | 5 | 8 | 4 | 6 | 8 | 8 | 66 |
| | | 40 | 28 | 25 | 42 | 25 | 25 | 21 | 20 | 19 | 29 | 274 |

ص صباحاً، م مساءً

■ كسور    □ خدوش

▲ نقص جزء أو أجزاء    Φ عيوب أخرى

## ٣-٨ خريطة التدفق:

خريطة التدفق/الخريطة الانسيابية (Flowchart) هي أداة بيانية تستخدم لوصف مسار العمليات. والخريطة هي رسم تخطيطي تستخدم فيه رموز معينة تحدد العلاقة بين مراحل العملية المختلفة. وتستخدم خريطة التدفق لتوضيح إجراءات وتعليمات العمل وتوثيقها، وللمساعدة في تحديد النقاط أو المراحل التي يمكن أخذ القياس فيها، أو لتحديد نقاط المشاكل المحتملة وتحديد أنشطة المراقبة فيها، وتستخدم الخريطة أحياناً لتقليل الأخطاء الناتجة عن تداخل النشاطات وللتخطيط لعملية جديدة (انظر Goetsch and Davis et al 2000 pp. 488-491؛ Gupta (2002)). وفيما يلي الخطوات الأساسية لإعداد خريطة التدفق:

* تحديد العملية المراد رسم خريطة تدفق لها.
* تحديد جميع مراحل العملية من البداية إلى النهاية مع ملاحظة أنه قد يكون هناك أكثر من بداية أو نهاية واحدة.
* تحديد جميع النشاطات ذات العلاقة بالعملية ومواقع اتخاذ القرارات باستخدام رموز خريطة التدفق كما موضح بالشكل (٣-٣٥).
* صياغة القرار بحيث تكون الإجابة بنعم أو لا.
* استخدام أسلوب استنباط الأفكار أو ما يعرف بالعصف الذهني (Brainstorming) ، وذلك بعقد جلسات مفتوحة مع الأطراف التي لها صلة وثيقة بالعملية لجمع معلومات مراحل وأنشطة العملية ورسم الخريطة.
* تصميم خريطة التدفق بحيث يوضع النشاط أو المهمة أو القرار في المرحلة المناسبة حسب تسلسل العملية باستخدام الرموز المحددة. ويفضل استخدام أسلوب طرح الأسئلة: مثل كيف تكون البداية؟ ثم ماذا بعد ذلك؟.
* يفضل عمل خريطتي تدفق إحداها لوصف كيف تعمل العملية حالياً والأخرى لوصف ما يجب أن تعمله العملية في حال اتباع جميع الإجراءات. حيث يمكن بسهولة مقارنة الخريطتين لتحديد المشاكل وأماكن حدوثها بغية الوصول إلى حلول لها.
* تحليل وتفسير العملية بملاحظة الفروق بين الإجراءات المعتمدة والممارسة الفعلية؛ بغرض بتحديد مواطن الخلل في انسياب العملية وتحديد المسئوليات لأي مرحلة من مراحل العملية.

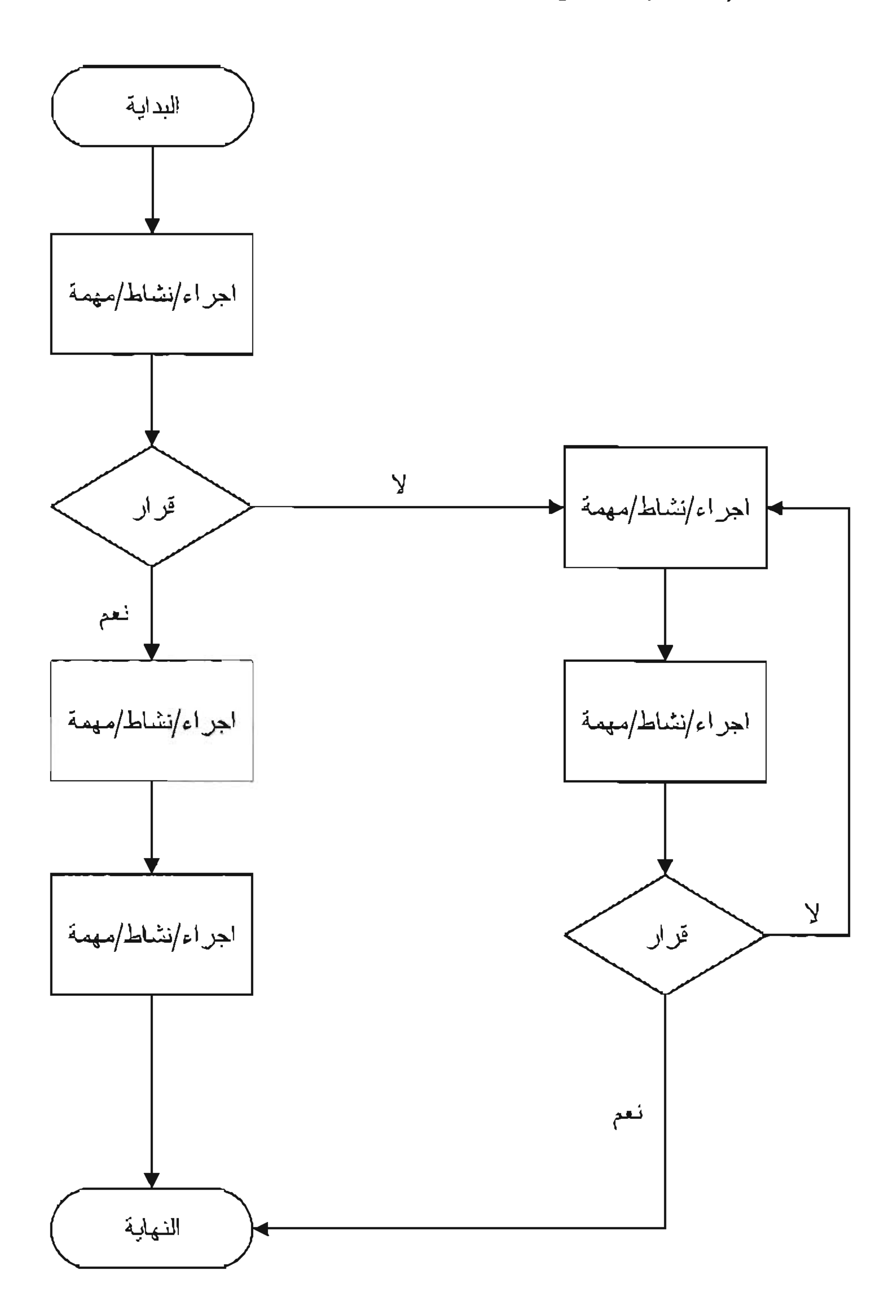
**مثال (٣-١٢):**

توضح الأشكال من (٣-٣٦) إلى (٣-٤١) أمثلة لخرائط انسيابية لتوضيح مسار بعض العمليات.

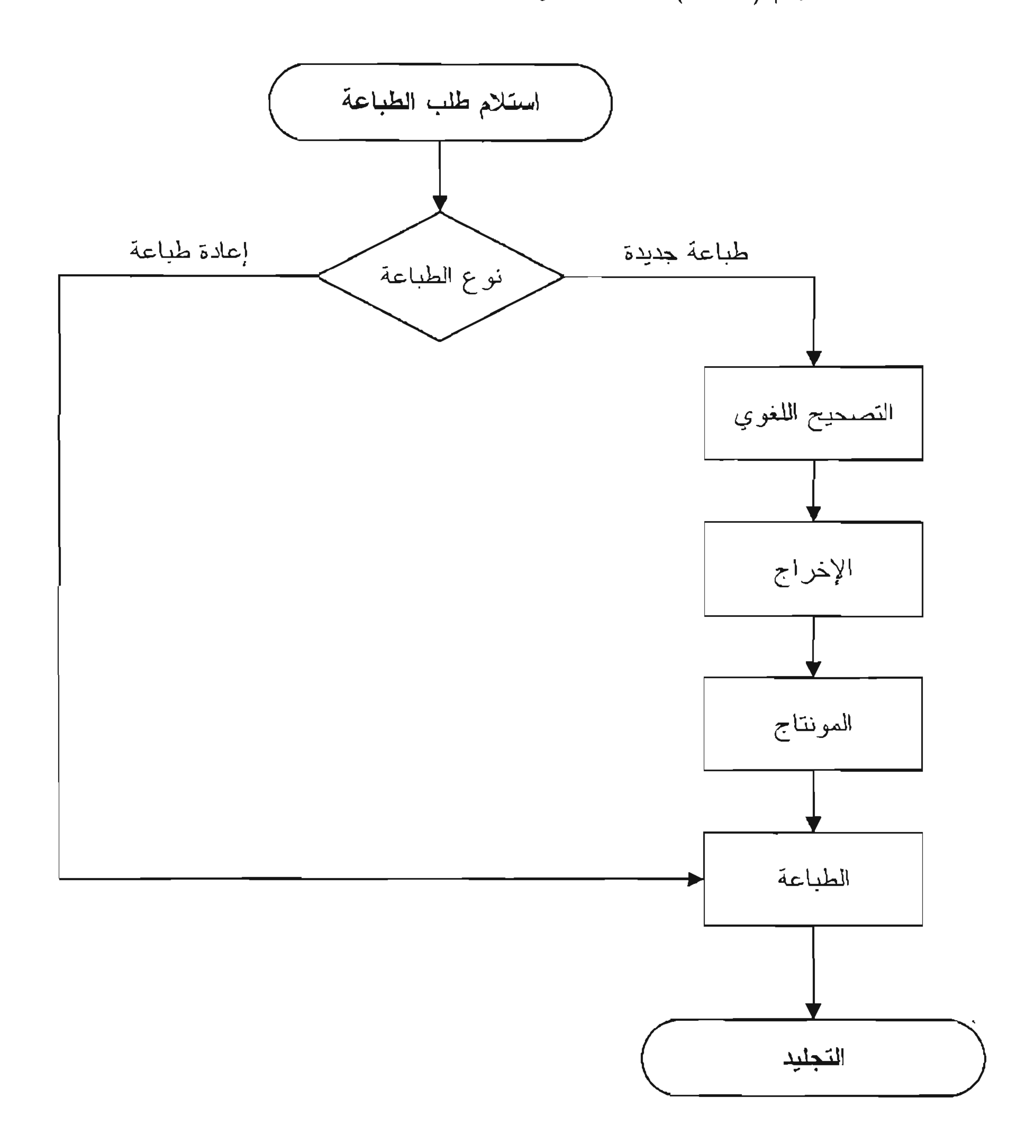
**شكل (٣-٣٥): بعض الرموز المستخدمة في خرائط التدفق**

| الرمـــز | معنـــى الرمز |
| --- | --- |
| | بداية أو نهاية عملية |
| | قرار (نعم / لا) |
| | اتجاه مسار العملية من نشاط إلى آخر |
| | إجراء / نشاط / مهمة |
| | تأخير أو الانتظار إلى حين حدوث إجراء آخر |
| | تخزين |
| | توثيق |
| | قرار يحتمل أكثر من خيارين |

شكل (٣-٣٦): نموذج عام لخريطة تدفق لعملية إدارية أو فنية

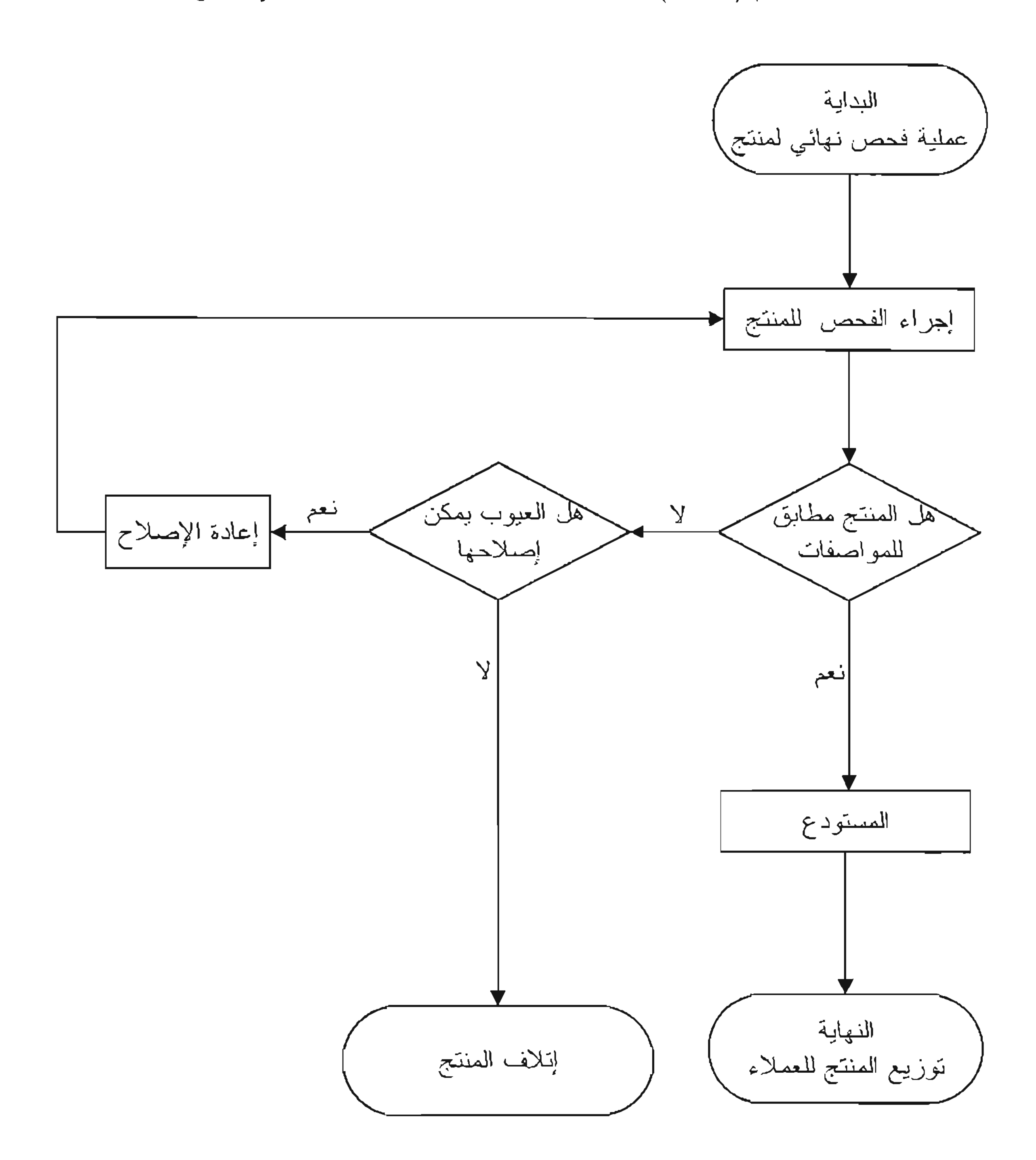


شكل رقم (٣-٣٧): خريطة تدفق لنشاط الطباعة بمعهد الإدارة العامة

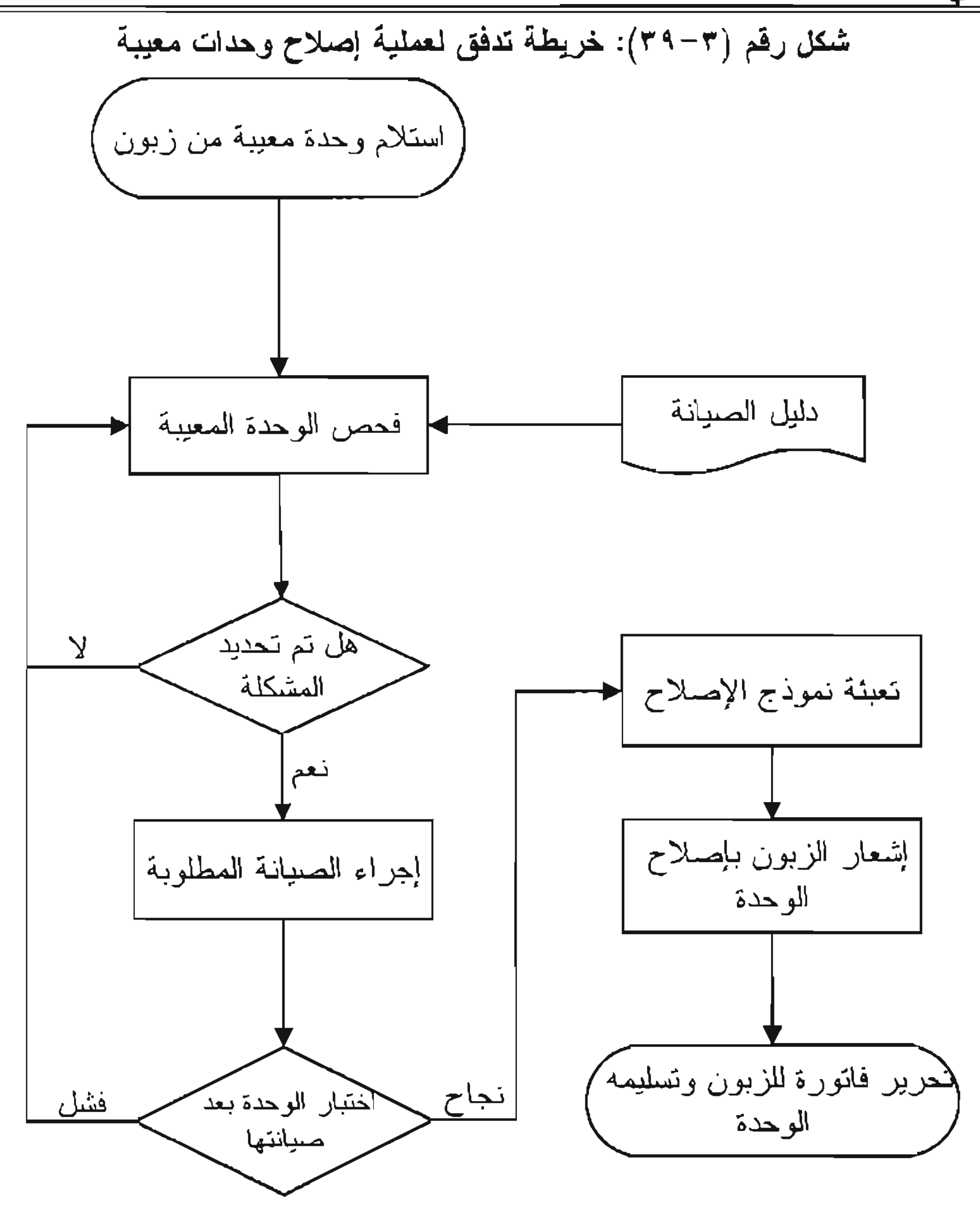



المصدر: المعيوف وآخرون (١٤٢٢هـ) ص ٤

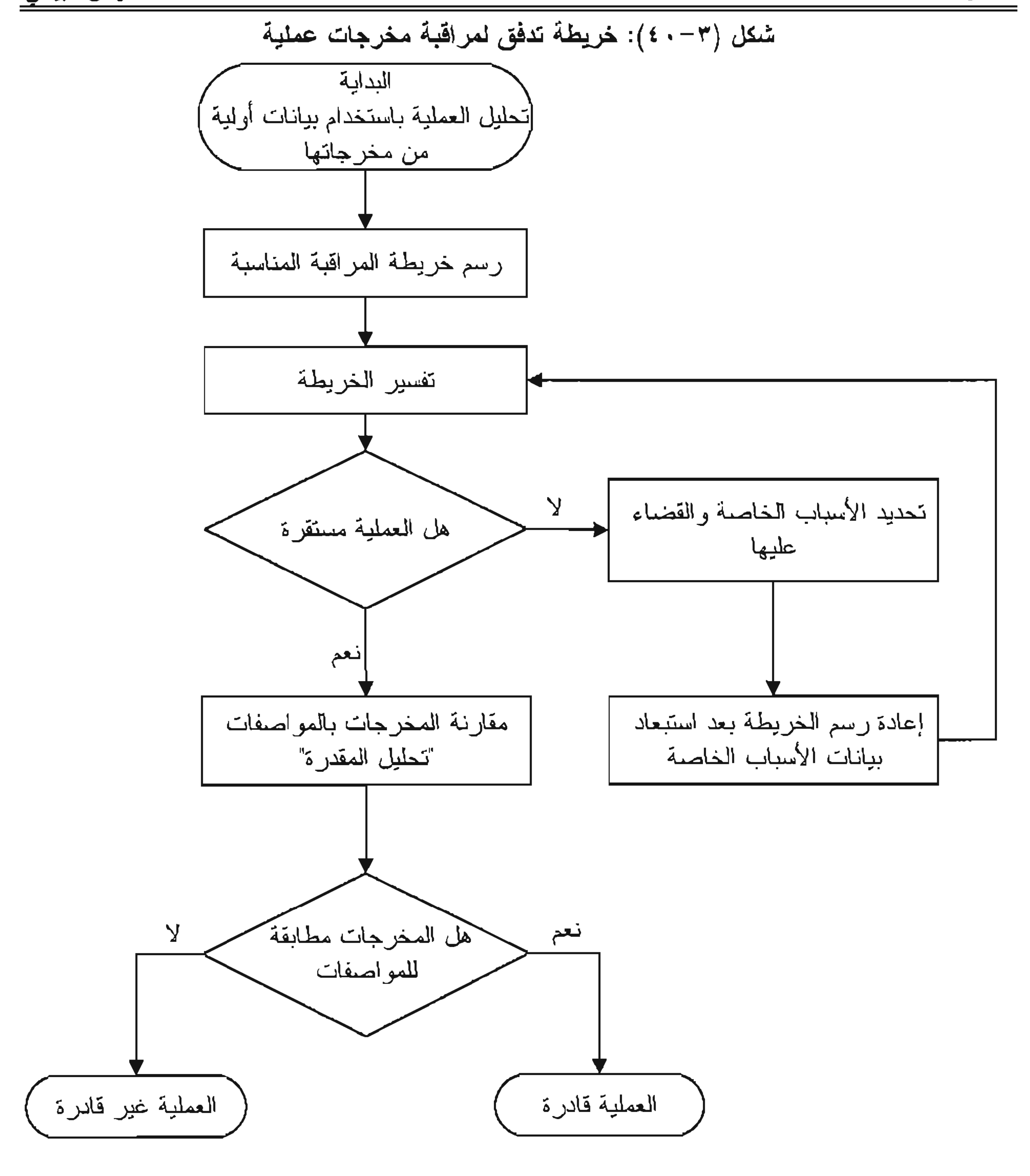
**شكل رقم (٣-٣٨): خريطة تدفق لعملية إجراء فحص نهائي لمنتج**



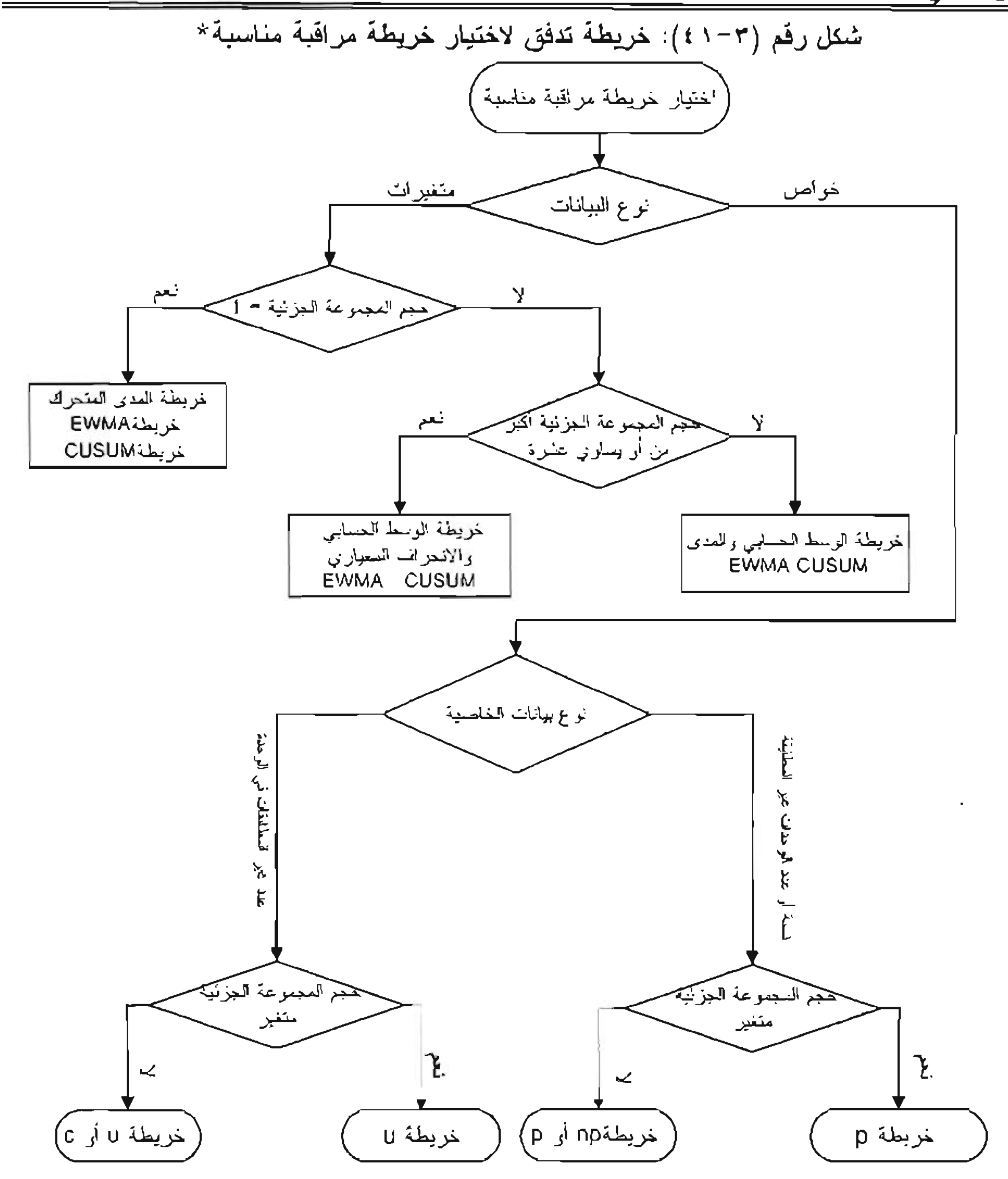
شكل رقم (٣-٣٩): خريطة تدفق لعملية إصلاح وحدات معيبة



شكل (٣-٤٠): خريطة تدفق لمراقبة مخرجات عملية



## شكل رقم (٣-٤١): خريطة تدفق لاختيار خريطة مراقبة مناسبة*



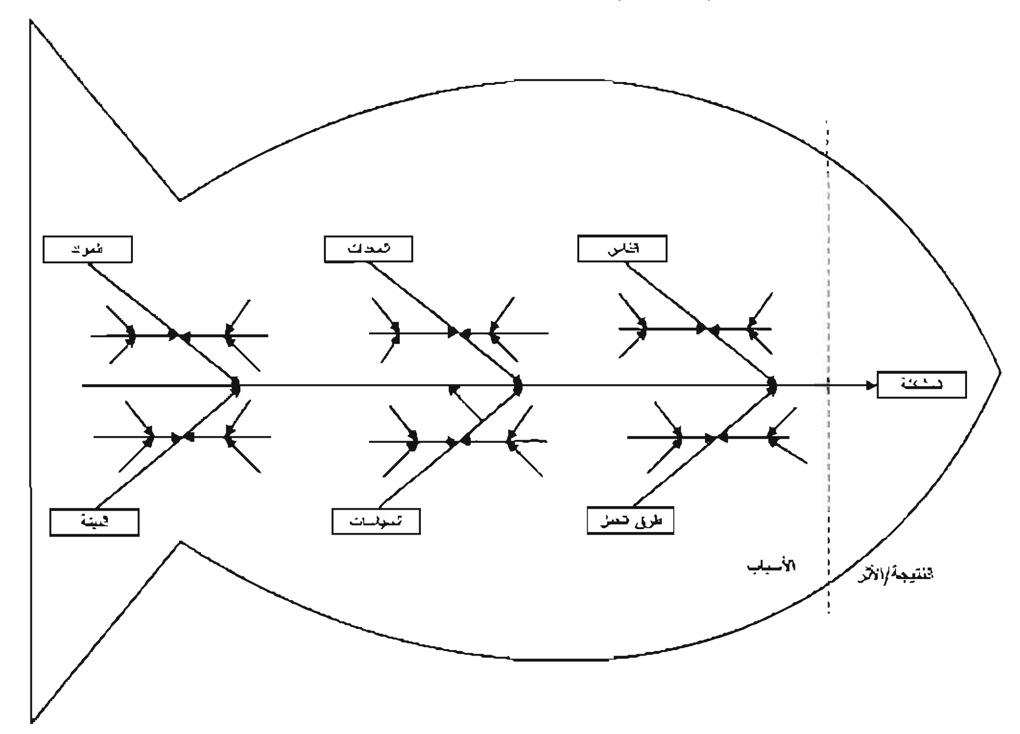

*توضح خريطة التدفق مسار اختيار خريطة المراقبة المناسبة حسب نوع البيانات وأحجام المجموعات الجزئية. حيث يتناول الفصل الرابع خرائط مراقبة المتغيرات الأساسية (الوسط الحسابي، المدى، الانحراف المعياري، الوسيط، والمشاهدات الفردية) والفصل الخامس خرائط المراقبة التي تستخدم لكشف التغيرات الصغيرة في مخرجات العمليات (EWMA، CUSUM). أما في الفصل السادس فسيتم دراسة خرائط مراقبة الخواص (u، c ،p، np).

### ٣-٩ رسم السبب والأثر:

رسم السبب والأثر(Cause-And-Effect Diagram) - ويعرف أيضاً برسم عظام السمك (Fishbone Diagram)؛ لأنه يأخذ شكلاً شبيهاً بعظام السمك، أو رسم إيشيكاوا (Ishikwa Diagram) نسبةً إلـى مبتكـرة رائد الجودة الياباني د. كاورو إيشيكاوا (Kaoru Ishikwa) - هو أداة تحليل لعرض الأسباب المحتملة لمـشكلة جودة محددة. ويساعد المخطط في تسهيل معرفة المشكلات المعقدة وتحويلها إلى مشكلات صغيرة يمكـن إيجـاد حلول لها. ويستخدم المخطط فيما يلي:

- تحديد وترتيب الأسباب الكامنة لمشكلة ما، مثل تحديد أسباب ازدياد الحالات غير المطابقة لمنتج مـا فـي المناوبة (الوردية) المسائية في مصنع ما، أو تحديد أسباب شكاوى بعض عملاء شركة ما عن خدماتها.
- تلخيص الأسباب إلى أسباب رئيسة هي: الناس، المعدات، الإجراءات، المواد، البيئة والسياسات. وتختلـف هذه الأسباب الرئيسة من مشكلة إلى أخرى كما تختلف من بيئة الصناعة عن بيئة الخدمات. وكما يتم تجزئة كل سبب رئيس إلى أسباب فرعية، كما يتم تقسيم كل سبب فرعي إلى أسباب فرعية ما أمكن ذلك (انظـر الشكل رقم ٣-٤٢).

**شكل (٣-٤٢): هيكل رسم السبب والأثر**



**خطوات إعداد رسم السبب والأثر:**

لإعداد رسم السبب والأثر يتم عادة استخدام أسلوب التفكير الجماعي أو ما يعرف بالعصف الذهني (Brainstorming) لاستنباط الأسباب الكامنة للمشكلة محل الدراسة. حيث يجتمع فريق من العاملين في المنظمة لتحليل وتحديد أسباب المشكلة قيد الدراسة وذلك باتباع التالي:

- عمل الرسم على ورقة كبيرة أو سبورة موضحاً فيه العوامل الرئيسة التي يحتمل أن تكون سبباً في المشكلة المدروسة (الناس، المعدات، المواد، طرق العمل، السياسات، البيئة). وليس من الضروري أن تكون العوامل أو الأسباب المدونة على المخطط لها ارتباط قوي ومباشر بالمشكلة المعروضة للبحث والدراسة.
- كتابة المشكلة على أيمن الرسم.
- أن يقوم أفراد الفريق بتحديد الأسباب الفرعية المحتملة لكل سبب أو عامل رئيس إلى المستوى الذي يمكن معالجته.
- أن تتم مراجعة الأسباب الفرعية لكل سبب رئيس وتحديد أهم الأسباب على الرسم.
- الحصول على موافقة الفريق المشارك في تحليل المشكلة على كل أو معظمها الأسباب.
- وأخيراً يتم وضع معلومات ضرورية على المخطط، مثل: عنوان الموضوع، اسم المنتج أو الخدمة، أسماء المشاركين في إعداد المخطط والتاريخ.

**مثال (٣-١٣):**

يوضح الشكل (٣-٤٣) رسم السبب والأثر لمشكلة تدني جودة منتج ما. حيث يظهر من الشكل أن أسباب تدني جودة المنتج تنقسم إلى ستة أسباب رئيسة تتفرع أي منها إلى أسباب فرعية.

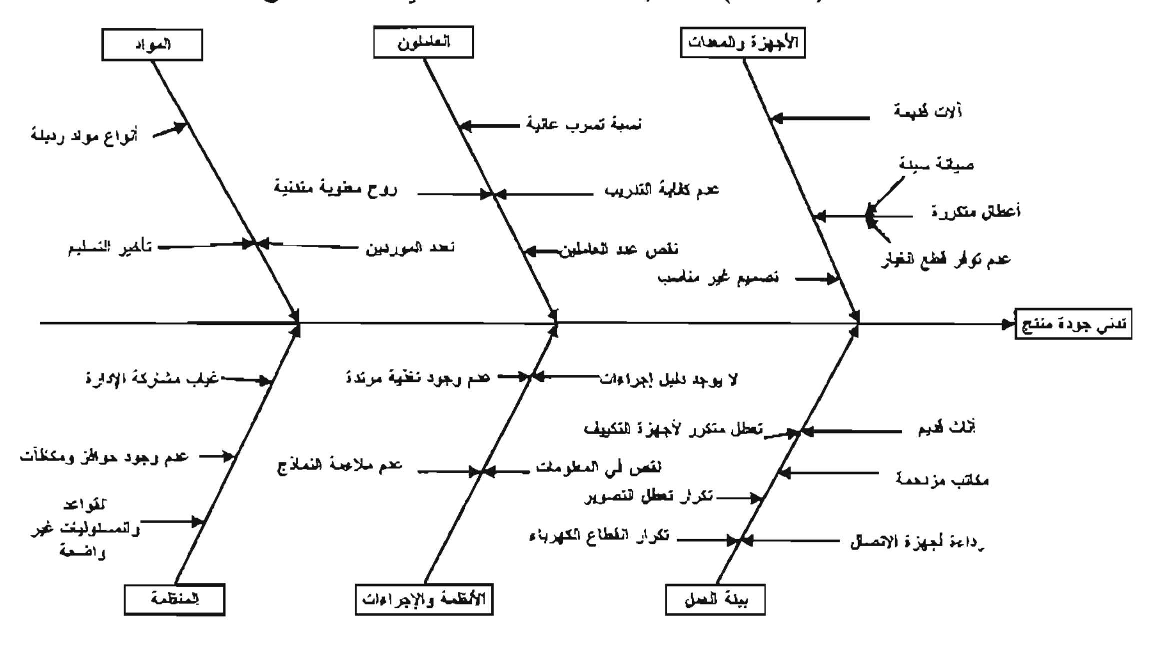
**مثال (٣-١٤):**

وصلت إلى إدارة جهاز حكومي شكاوى مختلفة أهمها طول فترة إنهاء معاملات عملاؤها. ولمعرفة أسباب طول فترة إنهاء المعاملة عقدت إدارة الجهاز جلسة نقاش مفتوحة مع العاملين في الجهاز وتم استخدام رسم السبب والأثر. حيث تولى رئيس الجهاز إدارة جلسة النقاش بادئاً بعمل الرسم على سبورة ومن ثم بدأ إثارة النقاش. والشكل (٣-٤٤) يوضح نتائج الاجتماع حول الأسباب المحتملة لطول فترة إنهاء المعاملة.

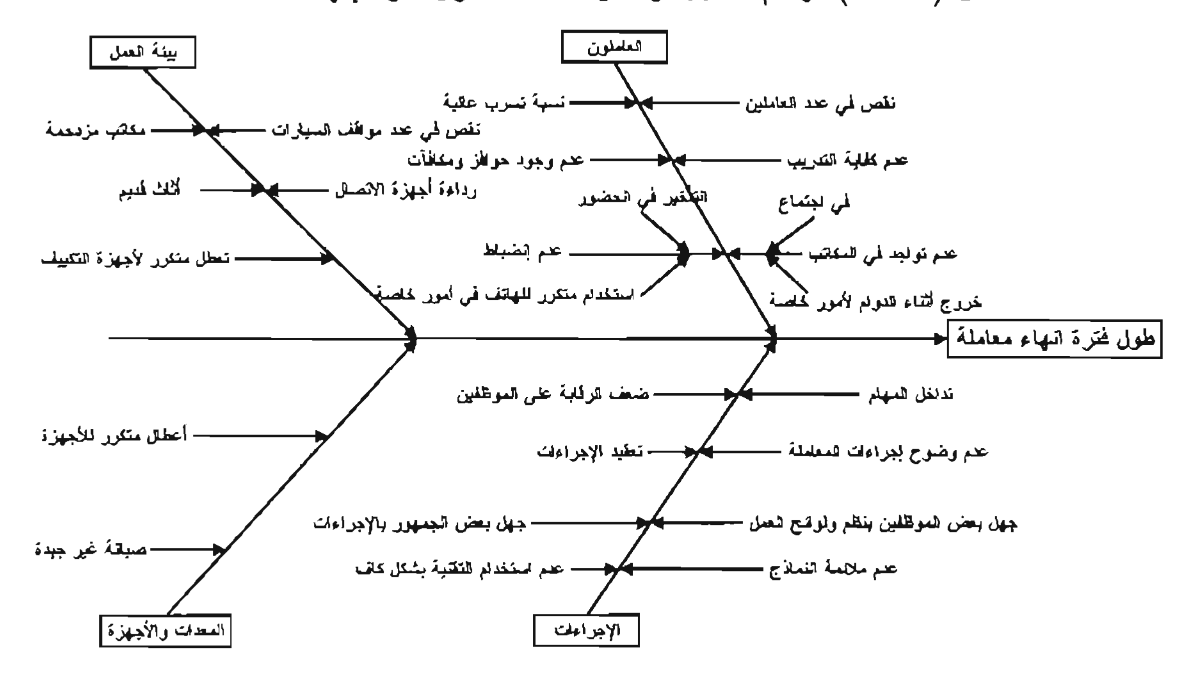
**مثال (٣-١٤):**

عقد مجلس إدارة أحد الأندية الرياضية اجتماعاً لبحث أسباب خسائر فريق النادي المتتالية في مباريات دورة لكرة القدم. وللوصول إلى أسباب تدني أداء الفريق في المباريات تم استخدام أسلوب رسم السبب والأثر بتقسيم الأسباب المحتملة إلى أربعة أسباب، رئيسة هي: اللاعبون، والإدارة، والأساليب، والنواحي المتعلقة بالصحة. والشكل (٣-٤٥) يوضح الأسباب الرئيسة والفرعية لتدني مستوى أداء اللاعبين وتكرار الخسائر.

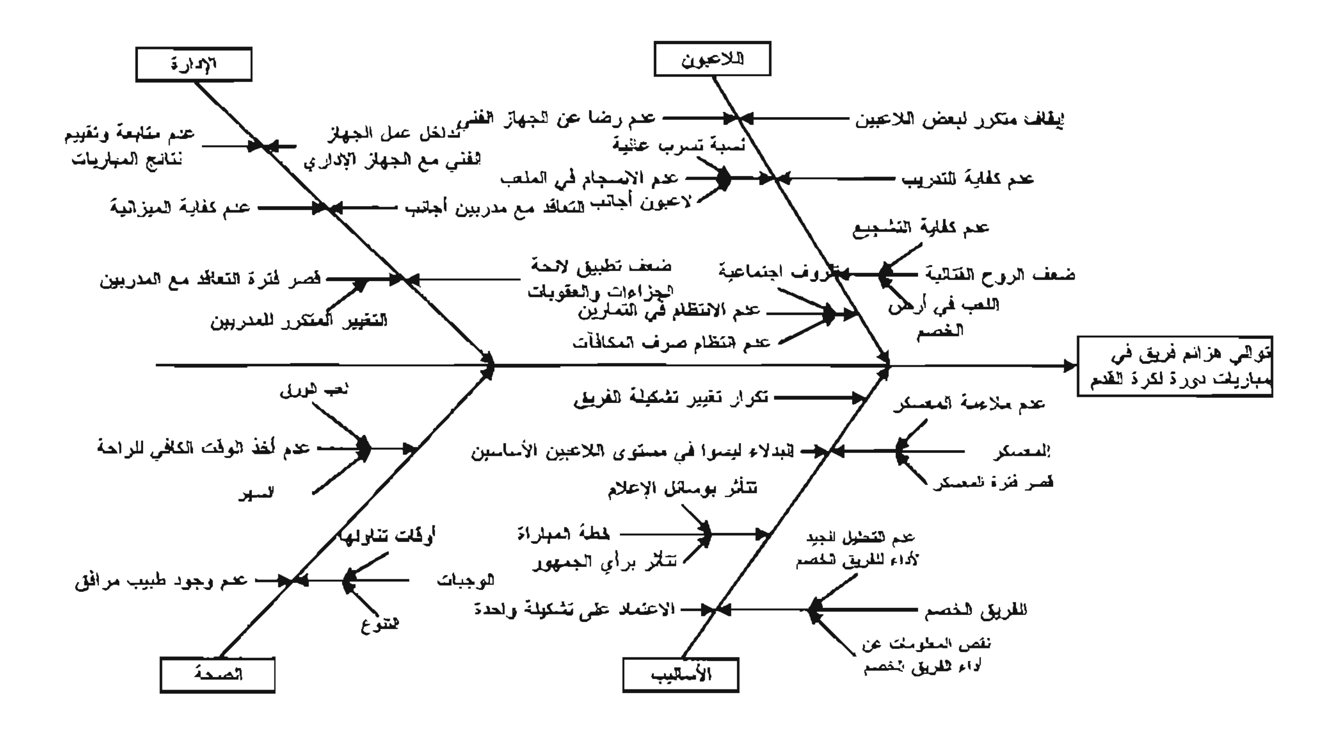
## شكل (٣-٤٣): رسم السبب والأثر لتدني جودة منتج




## شكل (٣-٤٤): رسم السبب والأثر لمشكلة طول فترة إنهاء معاملة



شكل (٣-٤٥): رسم السبب والأثر لمشكلة توالي هزائم فريق في مباريات دورة لكرة القدم



**تمارين الفصل الثالث:**

١. ينتج مصنع مياه غازية قليل السعرات في قوارير بلاستكية سعة (٣٣٠) مل. وحسب المواصفات يحتوي كل (١٠٠) مل على (٢) سعر حراري. ولضبط ومراقبة الخصائص الكيميائية يقوم قسم الجودة بأخذ (٣) قوارير عشوائياً من الإنتاج في كل ساعة لتحليلها، بغرض التأكد من مطابقتها للمواصفات. والجدول التالي يوضح بيانات محتوى السعرات الحرارية لعينة عشوائية تم أخذها في أحد الأيام.

| رقم العينة | محتوى السعرات الحرارية في كل (١٠٠) ملل | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2.07 | 2.60 | 2.15 |
| 2 | 1.80 | 2.30 | 2.14 |
| 3 | 2.38 | 1.71 | 2.07 |
| 4 | 1.56 | 2.03 | 1.91 |
| 5 | 2.72 | 1.43 | 2.50 |
| 6 | 1.71 | 3.17 | 2.14 |
| 7 | 1.51 | 2.24 | 1.47 |
| 8 | 2.95 | 2.63 | 2.19 |
| 9 | 2.54 | 2.22 | 2.35 |
| 10 | 2.23 | 1.62 | 1.19 |
| 11 | 1.82 | 1.53 | 1.65 |
| 12 | 1.05 | 2.61 | 1.09 |
| 13 | 2.04 | 1.23 | 1.68 |
| 14 | 2.05 | 2.72 | 2.11 |
| 15 | 1.89 | 1.77 | 2.58 |
| 16 | 2.30 | 2.57 | 1.94 |
| 17 | 2.83 | 2.00 | 2.64 |
| 18 | 1.44 | 1.52 | 1.75 |
| 19 | 2.53 | 2.85 | 2.33 |
| 20 | 1.82 | 1.83 | 1.65 |
| 21 | 1.73 | 1.96 | 2.32 |
| 22 | 1.65 | 2.52 | 2.34 |
| 23 | 1.72 | 2.27 | 2.68 |
| 24 | 2.18 | 2.01 | 1.44 |

**المطلوب التالي:**

- إعداد جدول توزيع تكراري.
- رسم المدرج التكراري والمضلع التكراري.
- رسم الساق والورقة.

- احسب الوسط الحسابي لمحتوى السعرات الحرارية لكل فترة (ساعة)، ثم ارسم خريطة التغيرات الزمنية.
- باستخدام برنامج إكسل ارسم رسم الصندوق لمحتوى السعرات الحرارية.

٢. الجدول التالي جدول توزيع تكراري لأطوال نوعاً من الخراطيم تم أخذها عشوائياً من إنتاج أحد المصانع. وحسب المواصفة فإن الحد الأدنى لطول الخرطوم (٢,٤٠) سنتمتر والحد الأعلى (٢,٦٠) سنتمتر.

| أطوال الخراطيم (سم) | | عدد الوحدات المنتجة |
|---|---|---|
| 2.35 | 2.40 | 3 |
| 2.40 | 2.45 | 6 |
| 2.45 | 2.50 | 13 |
| 2.50 | 2.55 | 26 |
| 2.55 | 2.60 | 12 |
| 2.60 | 2.65 | 5 |

احسب التكرار النسبي لجدول التوزيع التكراري لأطوال الخراطيم، ثم أوجد النسب التالية؟

نسبة الخراطيم التي تقل أطوالها من الحد الأدنى للطول؟

نسبة الخراطيم التي تزيد أطوالها من الحد الأعلى للطول؟

نسبة الخراطيم غير المطابقة للمواصفات؟.

٣. يقوم مصنع بتعبئة مياه الشرب في قوارير سعة القارورة (٢٥٠) ملل. الشكل التالي يوضح رسم الساق والورقة لكميات المياه لعينة عشوائية من القوارير تم أخذها من إنتاج المصنع في أحد الأيام.

٤.

```
22 6
23 044
23 577899999999
24 000111122223333334444444
24 55555666666667777778888889999999999
25 000001111111112222222222222333334444444
25 55666777788889999999
26 0000023334
26 68
27 023
```

ما عدد القوارير التي تمت دراستها؟ علماً بأن وحدة الورقة المستخدمة في التحليل هي واحد صحيح (Leaf Unit = 1.0).

ما كمية الماء في أصغر وأكبر قارورة؟

احسب نسبة الوحدات غير المطابقة للمواصفات علماً بأن الحدين الأدنى والأعلى لمواصفة كمية الماء في القارورة هما (٢٤٣) و(٢٥٧) ملل على التوالي.

٥. تسلمت إدارة مصنع للعب الأطفال شكاوى مختلفة من عملائها بوجود عيوب مختلفة في إحدى اللعب. ولمعرفة عيوب التصنيع وتكرارها؛ قام قسم الجودة بالمصنع بإعداد الجدول التالي الذي يوضح نوع العيب وتكراره.

| نوع العيب | عدد الشكاوى | تكلفة إصلاح العيب (ريال) |
|---|---|---|
| أ | 312 | 1 |
| ب | 15 | 3 |
| ج | 145 | 5 |
| د | 551 | 1 |
| هـ | 4 | 2 |
| ز | 103 | 1.5 |

ارسم رسم باريتو لعدد العيوب وتكلفة العيوب؟ من النتائج التي تحصل عليها، بم تنصح إدارة الشركة لخفض معدل العيوب والتكلفة؟

٦. يتعرض العمال في مصنع للنسيج لإصابات عمل مختلفة. الجدول التالي يوضح عدد الإصابات التي حدثت في إحدى السنوات وإجمالي أيام الغياب للمصابين بهذه الحوادث.

| الإصابة | عدد الإصابات | عدد الغياب نتيجة الإصابة |
|---|---|---|
| أ | 20 | 140 |
| ب | 178 | 267 |
| ج | 150 | 150 |
| د | 8 | 240 |
| هـ | 3 | 135 |
| ز | 13 | 130 |

ارسم رسم باريتو للإصابات حسب تكرار حدوثها ولعدد أيام الغياب.

٧. لزيادة إنتاجية العمال في مصنع لتجميع لعب الأطفال، قررت إدارة المصنع منح حافز لسرعة العمل في

التجميع. غير أنه بعد مضي فترة من الزمن لاحظت إدارة المصنع ازدياد عدد الوحدات المعيبة. ولمعرفة العلاقة بين السرعة – مقاساً بعدد الوحدات المنتجة في الساعة – وعدد الوحدات المعيبة تم جمع البيانات التالية من إنتاج (٣٣) يوماً:

| اليوم | متوسط عدد الوحدات المنتجة في الساعة | عدد الوحدات المعيبة | اليوم | متوسط عدد الوحدات المنتجة في الساعة | عدد الوحدات المعيبة |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 281 | 4 | 18 | 300 | 16 |
| 2 | 285 | 4 | 19 | 301 | 17 |
| 3 | 287 | 7 | 20 | 301 | 20 |
| 4 | 287 | 7 | 21 | 303 | 17 |
| 5 | 287 | 8 | 22 | 303 | 17 |
| 6 | 290 | 7 | 23 | 304 | 18 |
| 7 | 291 | 9 | 24 | 304 | 12 |
| 8 | 291 | 9 | 25 | 305 | 18 |
| 9 | 293 | 9 | 26 | 306 | 18 |
| 10 | 294 | 10 | 27 | 306 | 18 |
| 11 | 295 | 5 | 28 | 307 | 20 |
| 12 | 296 | 11 | 29 | 312 | 20 |
| 13 | 297 | 13 | 30 | 313 | 8 |
| 14 | 297 | 12 | 31 | 314 | 24 |
| 15 | 299 | 15 | 32 | 314 | 9 |
| 16 | 300 | 16 | 33 | 316 | 24 |
| 17 | 300 | 12 | | | |

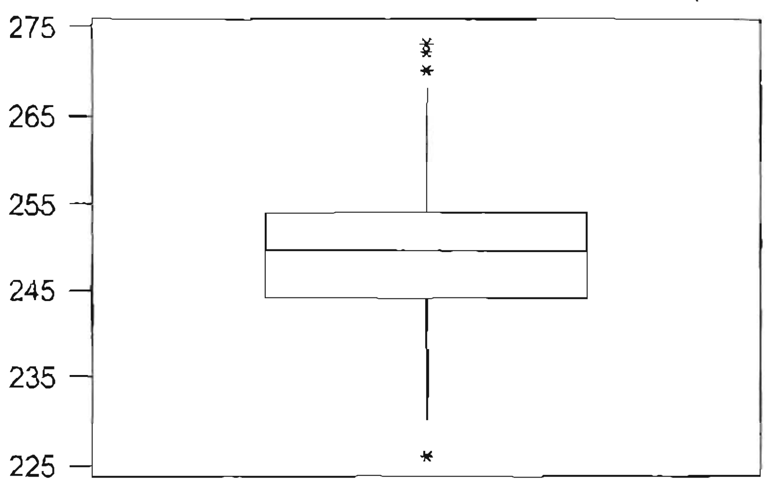
- ارسم الرسم المبعثر بين متوسط عدد الوحدات المنتجة في الساعة وعدد الوحدات المعيبة وفسر الشكل الذي تحصل عليه.
- احسب معامل الارتباط الخطي بين متوسط عدد الوحدات المنتجة في الساعة وعدد الوحدات المعيبة. هل العلاقة معنوية؟ فسر النتائج التي تحصل عليها.

٨. قام قسم الجودة بمصنع لطاولات الحاسب الآلي الشخصي بجمع وتبويب أنواع عيوب الطاولات غير المطابقة للمواصفات التي أنتجتها في مدة عام. الجدول التالي يوضح أنواع العيوب وتكرار حدوثها.

| نوع العيب | تكرار حدوث العيب | تكلفة العيب (ريال) |
|---|---|---|
| أ | 27 | 2 |
| ب | 43 | 15 |
| ج | 17 | 10 |
| د | 98 | 1 |
| و | 15 | 5 |
| ز | 55 | 8 |

ارسم رسم باريتو لتكرار حدوث العيب والتكلفة، حلل النتائج التي تحصل عليها.

٩. الشكل التالي هو رسم الصندوق لمخرجات عملية ما.




من رسم الصندوق:

قدّر قيم الوسيط، الرُبيع الأول والثالث واحسب المدى الربيعي.

هل شكل التوزيع ملتو أم متماثل؟

حدد قيم المشاهدات الشاذة.

١٠. ارسم رسم السبب والأثر لتوضيح الأسباب الكامنة للمشكلات التالية:

طول فترة انتظار المراجعين في قسم الإسعاف في أحد المستشفيات.

تأخُر حضور الموظفين للعمل في إحدى المؤسسات.

شكاوى إدارة شركة من صعوبة الحصول على بيانات ومعلومات عن أنشطتها.

تكرار أعطال الحاسب الآلي في إحدى الشركات.

تكرار الأخطاء في الفواتير التي تصدرها إحدى الشركات.

# الفصل الرابع

# خرائط المراقبة للمتغيرات

يتألف هذا الفصل من جزأين: يتناول الجزء الأول خريطة المراقبة بصورة عامة والذي يشتمل على تعريف خريطة المراقبة، وأهدافها، وأنواعها، وخطوات إعدادها، وتفسيرها، ويتناول الجزء الثاني خرائط مراقبة المتغيرات الأساسية والذي يتضمن خريطة الوسط الحسابي والخرائط المتصلة بها، وخريطة الوسيط والمدى، وخريطة المشاهدات الفردية والمدى المتحرك، وخريطة مراقبة T، والتوزيع الطبيعي وخرائط المراقبة.

## ٤-١ خريطة المراقبة: تعريفها، أهدافها، خطوات إعدادها:

### ٤-١-١ مدخل:

كما سبق شرحه في الفصل الأول، تتسم مخرجات أية عملية متكررة بالاختلافات مهما عظمت جودة التصميم ودقة الآلات المستخدمة وتماثل ظروف العمل. ويمكن تصنيف هذه الاختلافات في المجال الصناعي إلى ثلاثة، هي: اختلافات داخل الوحدة المنتجة، واختلافات بين الوحدات المنتجة في نفس الوقت، واختلافات في الوحدات المنتجة في فترات زمنية مختلفة. ولهذه الاختلافات أسباب عديدة منها: تآكل المعدات، اختلاف مهارات العمال، العوامل البيئية كالحرارة والضوء، المواد الخام، والقياس.

وتنقسم هذه الاختلافات كما أشرنا إلى ذلك إلى: **اختلافات أسباب عامة**، وهي اختلافات متأصلة وملازمة لأي عملية وتعزى لأسباب كثيرة يصعب تحديدها أو تحديد مصادرها كما لا يمكن تفاديها، و**اختلافات أسباب خاصة** وهي التي تحدث نتيجة لإحداث غير عادية وغير متوقعة؛ لذا يمكن تحديدها وضبطها. فإذا كانت الاختلافات ناتجة عن أسباب خاصة فلابد من تحديدها والتخلص منها؛ لأن وجودها يؤدي إلى أن تكون مخرجات العملية غير متسقة وبالتالي يكون المنتج النهائي غير مطابق للمواصفات. وتتطلب الرقابة على الأسباب الخاصة ثلاثة أشياء، هي:

- آلية للكشف عن وجود الأسباب الخاصة.
- القدرة على التعقب لإيجاد السبب أو الأسباب الخاصة.
- والقدرة على حل المشكلات.

وتعتبر خريطة المراقبة (Control Chart) الأداة الأساسية التي تستخدم للفصل بين اختلافات الأسباب الخاصة والعامة في مخرجات أي عملية. أما تحديد الأسباب الخاصة فيعتمد على نظام قاعدة البيانات في المنظمة. وأحياناً الذاكرة وحدها تكفي لتحديد السبب الخاص، كأن يتذكر المشرف على وحدة الإنتاج في إدارة مصنع ما، أنه تم استخدام مواد خام من مصدر (مورِّد) مختلف، أو أن يتذكر أنه تم الاعتماد على عمال جدد في خط الإنتاج "ب"، أو تم إجراء صيانة في أحد خطوط الإنتاج، .. إلخ. ويفضل تدوين الملاحظات المتعلقة بالعملية قبل إجراء سحب العينات بوقت كاف. فمثلاً في البيئة الصناعية يتم عادة تدوين بعض الملاحظات المهمة قبل سحب العينات، مثل:

تاريخ إجراء صيانة للماكينة، وقوة التيار الكهربائي، درجات الحرارة والرطوبة، عمال المناوبة/الوردية، تاريخ معايرة أجهزة القياس، مصدر/مصادر المواد الخام، توقيت وعدد مرات إعادة ضبط الماكينة .. إلخ. غير أنه في حالات كثيرة يلاحظ أن التغييرات التي تحدث في العمليات لا يتم توثيقها، مما يصعب البحث لتحديد السبب الخاص. ففي مثل هذه الحالات يمكن استخدام طرق رسم السبب والأثر، أو رسم باريتو، أو عقد جلسات نقاش غير رسمية مع المشتركين حديثاً في العمليات للتوصل إلى السبب أو الأسباب الخاصة.

### ٤-١-٢ نظرية خريطة المراقبة:

ترجع فكرة خريطة المراقبة (Control Chart) إلى الدكتور والتر شوهارت (Dr. Walter A. Shewhart)، الذي كان يعمل بمختبرات هاتف بل الأمريكية (Bell Telephone Laboratories) باحثاً عن أسباب رداءة أجهزة الهاتف. وفي عام ١٩٢٤م طور شوهارت خريطة إحصائية لمراقبة متغيرات المنتج والتي تمثل بداية مراقبة الجودة إحصائياً. وتهدف الخريطة إلى فهم وفصل مصادر الاختلافات. ويعتبر شوهارت أول من فرق بين اختلافات الأسباب العامة واختلافات الأسباب الخاصة. وظل شوهارت يطور في نظرية خريطة المراقبة إلى أن أصدر في عام ١٩٣١م كتابه الشهير "الرقابة الاقتصادية على جودة المنتج المصنّع" (The Economic Control of Manufactured Product Quality) إصدار (Van Nostrand, New York) ، وهذا الكتاب يعد أساس الرقابة الإحصائية على الجودة بمفهومها الحديث.

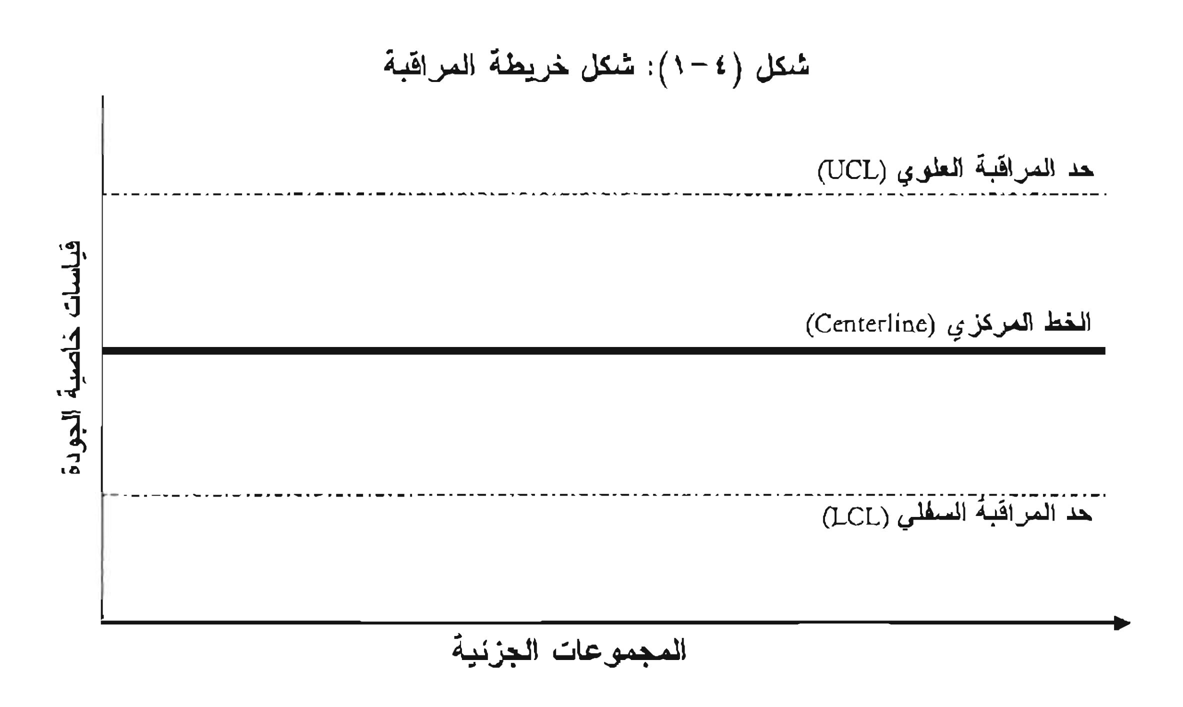
وخريطة المراقبة هي تمثيل بياني لإحدى خواص[١] جودة منتج أو خدمة ما تُستخدم للتمييز بين اختلافات الأسباب الخاصة والأسباب العامة. وخرائط المراقبة من حيث الشكل متماثلة؛ لأن الخريطة تتكون من ثلاثة خطوط أفقية متوازية: الخط العلوي ويعرف بحد المراقبة العلوي (Upper Control Limit (UCL)) ، والخط الأوسط ويعرف بالخط الوسط/المركزي (Centerline) ويمثل القيمة المتوقعة للمتغير (خاصية الجودة) في المدى البعيد، والخط السفلي ويعرف بحد المراقبة السفلي (Lower Control Limit (LCL)) (الشكل ٤-١). ويمثل المحور الأفقي في الخريطة أرقام العينات والتي تعرف بالمجموعات الجزئية (Subgroups)، والمحور الرأسي يمثل إحصائيات العينات (مثل المتوسطات الحسابية للعينات). ويتم في الخريطة توقيع قيم إحصاءات العينة للمجموعات الجزئية في شكل نقاط (أو أي علامات أخرى) متصلة بخطوط مستقيمة. ورياضياً يأخذ النموذج العام لخريطة المراقبة لخاصية جودة ($w$) الصيغة التالية:

[١] يجب الإشارة إلى أن خرائط المراقبة تنقسم إلى خرائط مراقبة لمتغير واحد (Univariate Control Charts) وخرائط مراقبة لمتغيرات متعددة (Multivariate Control Charts).

$$UCL = \mu_{w} + L\sigma_{w}$$
$$CL = \mu_{w} \qquad (4\text{-}1)$$
$$LCL = \mu_{w} - L\sigma_{w}$$

حيث إن UCL حد المراقبة العلوي، وLCL حد المراقبة السفلي، و $\mu_{w}$ الوسط الحسابي لخاصية الجودة، و $\sigma_{w}$ الانحراف المعياري للخاصية، و $L\sigma_{w}$ هو المسافة بين حد المراقبة العلوي أو السفلي والخط المركزي (CL) بوحدات الانحراف المعياري، أي أن الحد العلوي يساوي ($\mu_{w} + L\sigma_{w}$) والحد السفلي ($\mu_{w} - L\sigma_{w}$). وتحدد قيمة L في معظم خرائط المراقبة بـ (٣) بحيث يكون احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول (احتمال أن تُظهر خريطة المراقبة إشارة لحالة عدم مراقبة عندما تكون العملية في حالة مراقبة) مساوياً لـ (0.0027). ويجب الإشارة إلى أن اختيار ثلاثة انحرافات معيارية ($3\sigma$) هو اختيار اقتصادي يهدف إلى الموازنة بين احتمالي الوقوع في خطأ النوع الأول وخطأ النوع الثاني (Besterfield 2001, p.184). وبالطبع يمكن اختيار قيم أخرى لـ L لإعداد خريطة المراقبة كاستخدام (L=3.09) في المنظمات البريطانية (Bissel 1994; p.116)، كما يمكن تحديد احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول والذي يحدد قيمة L تلقائياً.

شكل (٤-١): شكل خريطة المراقبة



وتفسر النقاط التي تقع فوق حد المراقبة العلوي أو تحت حد المراقبة السفلي بأنها مؤشرات لوجود أسباب خاصة. في حين يشير وقوع النقاط داخل حدي المراقبة مع عدم وجود أي أنماط واتجاهات غير عشوائية في النقاط إلى عدم وجود أسباب خاصة. ويقال في هذه الحالة إن العملية مستقرة (Stable) أو في حالة المراقبة الإحصائية (In state of Statistical control). وتكون العملية خارج المراقبة الإحصائية (Out of Control) في حالة وقوع نقطة واحدة أو أكثر خارج حدي المراقبة (الحد العلوي والسفلي) أو في حالة بروز أنماط غير عشوائية في النقاط حتى في حالة وقوعها داخل حدي المراقبة أو في كلتا الحالتين. كما يجب ملاحظة أن مصطلح خارج المراقبة الإحصائية لا يعني فقدان السيطرة على العملية ومخرجاتها. ففي حالات كثيرة تكون مخرجات العملية خارج المراقبة الإحصائية إلا أن بعض وحداتها مطابقة للمواصفات. وعلى النقيض في حالات أخرى تكون مخرجات العملية في حالة المراقبة الإحصائية ولكنها غير مطابقة للمواصفات. غير أن الوضع الأمثل هو أن تكون العملية تحت المراقبة الإحصائية ومخرجاتها مطابقة للمواصفات.

## خريطة المراقبة واختبار الفروض:

يجب أن نشير إلى أن فكرة خريطة المراقبة قريبة لمفهوم اختبار الفروض (Hypotheses Testing) في الإحصاء الاستدلالي (Statistical Inference). حيث يمكن صياغة فرضي العدم والبديل كما يلي:

***فرض العدم ($H_0$): العملية في حالة ضبط إحصائي أو مستقرة.***

***الفرض البديل ($H_1$): العملية خارج الضبط الإحصائي أو غير مستقرة، أي توجد أسباب خاصة.***

فوقوع أية نقطة داخل حدي المراقبة (العلوي والسفلي) يعني أنه لا يوجد دليل كاف لرفض فرض العدم؛ مما يعني أن العملية مستقرة. في حين يشير وقوع أية نقطة خارج حدي المراقبة إلى رفض فرض العدم، أي أن العملية خارج المراقبة. وعند اتخاذ القرار حول فرض العدم يوجد نوعان من الأخطاء يمكن الوقوع فيهما؛ إذا رُفض فرض العدم الصحيح يطلق عليه الخطأ من النوع الأول (Type I error)، ويستنتج أن العملية خارج المراقبة في حين أنها تكون تحت المراقبة، ويرمز لاحتمال الوقوع في هذا الخطأ بـ $\alpha$ (شكل ٤-٢). كما أن عدم رفض فرض العدم غير الصحيح يطلق عليه الخطأ من النوع الثاني (Type II error)، ويستدل منه أن العملية تحت المراقبة في حين أنها خارج المراقبة، ويرمز لاحتمال الوقوع في هذا الخطأ بـ $\beta$ (الجدول (٤-١)).

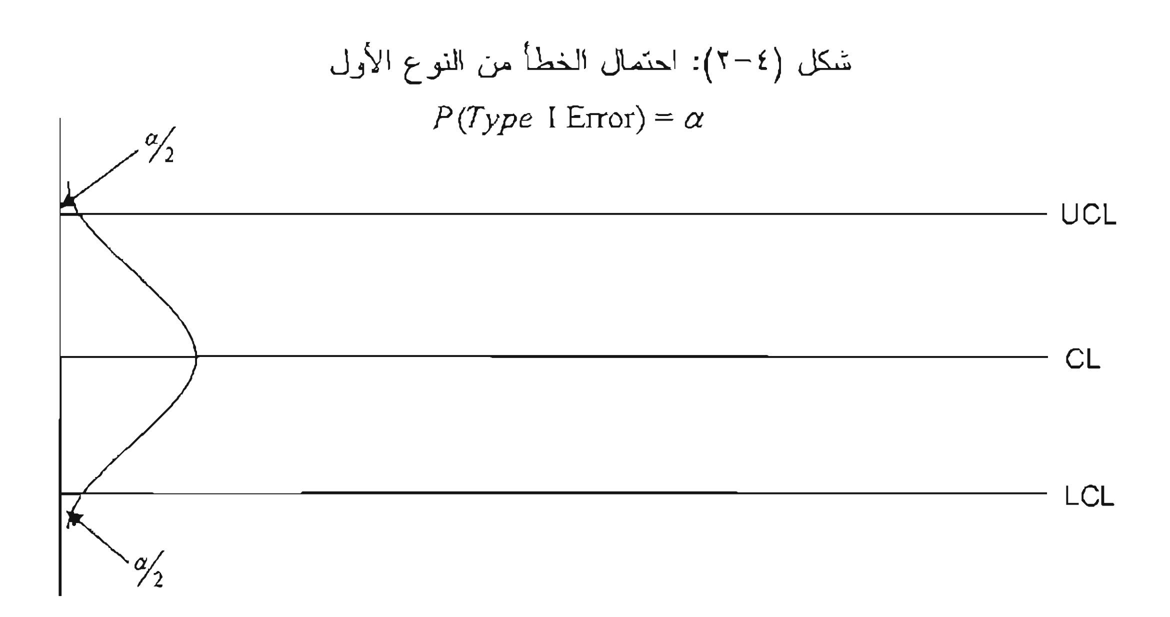
## جدول (٤-١): نوعا الأخطاء

| الحالة الحقيقية / القرار | العملية تحت المراقبة | العملية خارج المراقبة |
|---|---|---|
| العملية تحت المراقبة | قرار صحيح | خطأ من النوع الأول (احتمال α) |
| العملية خارج المراقبة | خطأ من النوع الثاني (احتمال β) | قرار صحيح |

وعلى الرغم من وجه الشبه بين خريطة المراقبة واختبار الفروض إلا أنه يوجد اختلاف بينهما. ففي اختبار الفروض نختبر عادة صحة الفروض من عدمها في حين تستخدم خريطة المراقبة للكشف عن أية انحراف من حالة الضبط الإحصائي. هذا فضلاً عن وجود اختبارات أخرى تستخدم للكشف عن وجود أسباب خاصة غير وقوع نقطة خارج حدي المراقبة؛ مثل وجود أنماط واتجاهات غير عشوائية في النقاط داخل حدي المراقبة.

شكل (٤-٢): احتمال الخطأ من النوع الأول

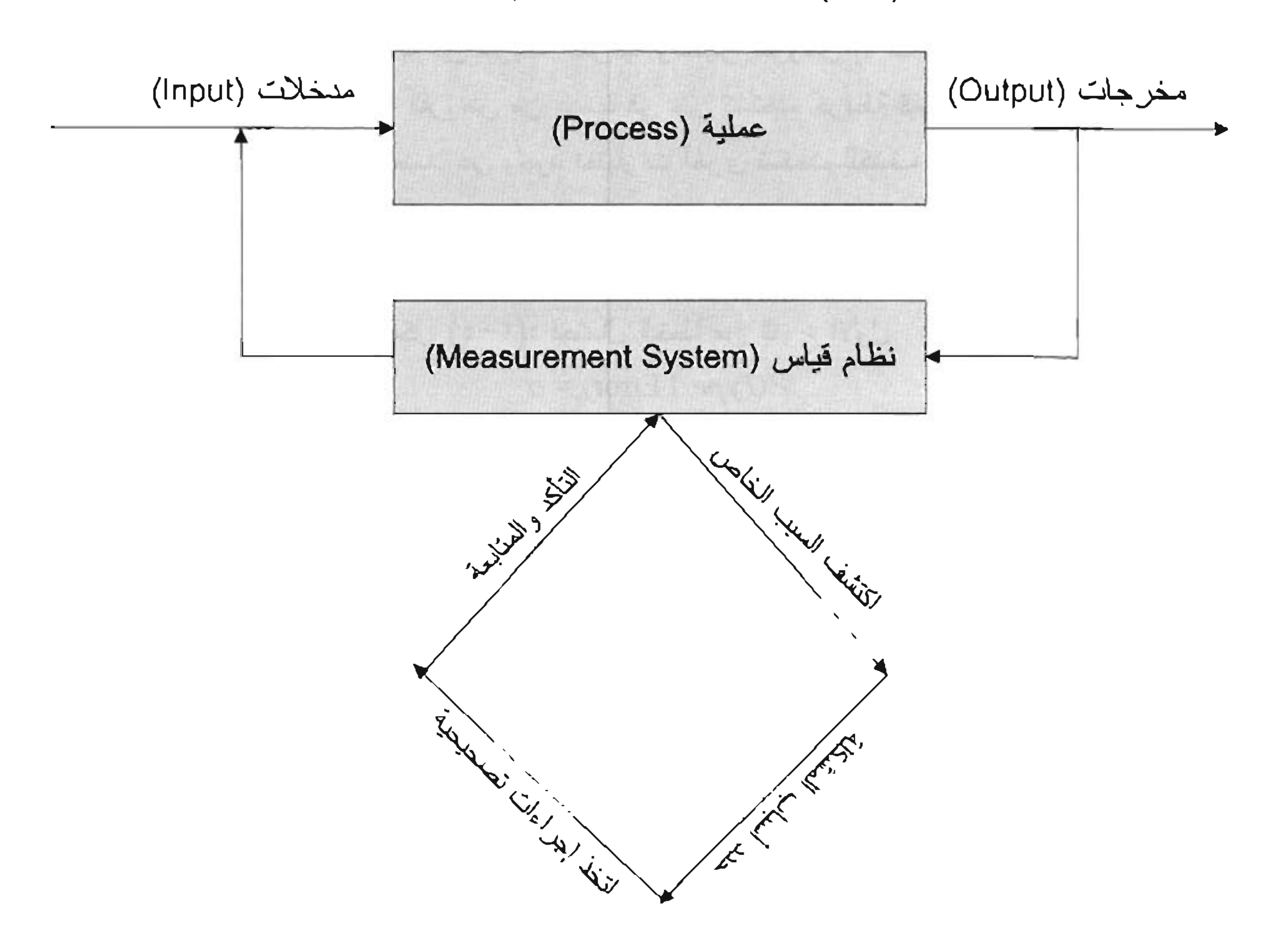
$$P(Type\ \text{I Error}) = \alpha$$



### ٤-١-٣ أهداف خرائط المراقبة وفوائدها:

تستخدم خرائط المراقبة بصفة أساسية لمراقبة العمليات؛ بهدف تقليل الاختلافات في مخرجاتها. وخريطة المراقبة هي أداة تشخيصية تقيس أداء العملية وتحديد مدى استقرارها. كما توفر الخريطة مؤشرات لتحسين أداء العملية كالإشارة إلى مدى بعد مخرجات العملية عن القيم المستهدفة لها. وبذلك تتاح للمسؤولين عن العملية اتخاذ الإجراءات التصحيحية متى ما بدا أي اتجاهات أو انحرافات في مخرجات العملية عن الأهداف الموضوعة لها. والشكل (٤-٣) يلخص عملية التحسين لأية عملية باستخدام خريطة المراقبة.

**شكل (٤-٣): تحسين العملية باستخدام خريطة المراقبة**




المصدر: (Montgomery, Runger, and Hubele , 2001, p. 454)

فيما يلي أهم أهداف وفوائد استخدام خرائط المراقبة (انظر Besterfield, 2001, pp. 163-164 و http://deming.eng.clemson.edu/pub/tutorials/qctools/ و Ziadi, 1990, p.183 و Montgomery, 2001 p. 163 ):

- تحسين الإنتاجية: إن استخدام خرائط المراقبة يسهم في خفض الحاجة إلى إعادة العمل والإصلاح وتقليل الفاقد في مخرجات العمليات.
- التقليل من حدوث العيوب: عن طريق تطبيق خرائط المراقبة يمكن منع أو تقليل حدوث عدم المطابقات؛ لما يسهم به هذا التطبيق بدرجة كبيرة من استقرار العمليات، أي أن تكون تحت الضبط. وهذا يتسق مع فلسفة "أدِّ أداءً صحيحاً من البداية" (Do it right the first time).
- منع التعديلات غير الضرورية في العملية: تسهم خرائط المراقبة، الأداة الأساسية للفصل بين اختلافات الأسباب العامة والأسباب الخاصة، في منع أي تعديل غير ضروري في العملية. ويعزى ذلك إلى أنه لا توجد آلية أخرى تستخدم للتمييز بين اختلافات الأسباب العامة والخاصة. فإذا تم تعديل العملية، على أساس اختبارات دورية مثلاً، دون الرجوع إلى نتائج خرائط المراقبة ربما يكون ذلك رد فعل غير ضروري لخلفية اختلافات طبيعية؛ مما قد يؤدي إلى تدهور أداء العملية. ويتسق هدف خريطة المراقبة في هذا مع فلسفة "إذا لم يتعطل لا داعي لإصلاحه" (If it isn't broken, don't fix it).
- توفير معلومات تشخيصية: تظهر اتجاهات النقاط في خريطة المراقبة معلومات قيّمة قد تسهم في المساعدة في تغيير العملية الذي من شأنه تحسين أدائها.
- مقدرة العملية: توفر خرائط المراقبة معلومات عن مقدرة العملية ومدى وفائها بالمتطلبات، ومعلومات عن قيم معالم العملية المهمة ومدى استقرارها عبر الزمن.

### ٤-١-٤ أنواع خرائط المراقبة:

يمكن تقسيم خرائط المراقبة حسب نوع البيانات إلى مجموعتين هما: خرائط المراقبة للمتغيرات (Variables Control Charts) وخرائط المراقبة للخواص (Attribute Control Charts). ويعتمد اختيار الخريطة المناسبة للاستخدام بالإضافة لنوع البيانات على حجم المجموعة الجزئية، وتكرار المعاينة وخاصية الجودة المراد مراقبتها ومرحلة تطبيق الخريطة. والجدول (٤-٢) يلخص أنواع الخرائط حسب نوع البيانات والتطبيق وحجم المجموعة الجزئية.

جدول (٤-٢): أنواع خرائط المراقبة

| المتغير | الخاصية المُراد مراقبتها | المجموعة الجزئية | نوع الخريطة |
|---|---|---|---|
| المتغيرات (Variables) | متوسط العملية (Process Average) | $n \geq 1$ | الوسط الحسابي، الوسيط، خريطة الجمع التراكمي للانحرافات (CUSUM)، خريطة الوسط الحسابي المرجح أُسيا (EWMA) |
| | | $n = 1$ | الوسيط، القياسات الفردية، خريطة الجمع التراكمي للانحرافات (CUSUM)، خريطة الوسط الحسابي المرجح أُسيا (EWMA) |
| | تباين العملية (Process Variation) | $n \geq 1$ | المدى، الانحراف المعياري |
| | | $n = 1$ | المدى المتحرك |
| الخواص (Attributes) | نسبة عدم المطابقة | n ثابت أو متغير | خريطة p |
| | عدد وحدات عدم المطابقة | n ثابت | خريطة np |
| | عدد غير المطابقات | n ثابت | خريطة c |
| | عدد غير المطابقات | n ثابت أو متغير | خريطة u |

## ٤-١-٥ خطوات إعداد خرائط المراقبة للمتغيرات:

يمر إعداد خريطة المراقبة بست خطوات متتالية، هي: تحديد المتغيرات المراد مراقبتها، واختيار المجموعات الجزئية الرشيدة، وتحديد حجم المجموعة الجزئية، وتحديد عدد المجموعات الجزئية، وتحديد أداة جمع البيانات، ورسم الخريطة المراقبة. وفيما يلي نستعرض تفاصيل هذه الخطوات:

**١. تحديد المتغيرات المراد مراقبتها:**

تعد خطوة تحديد المتغيرات المراد ضبطها ومراقبتها الخطوة الأولى لإعداد خريطة مراقبة. ولكثرة المتغيرات التي تمثل خواص المنتج ولصعوبة إعداد خرائط مراقبة لكل منها، يجب مراعاة ما يلي:

- اختيار الخاصية أو الخواص التي لها تأثير كبير في جودة المنتج النهائي.
- اختيار الخصائص عالية التكلفة أو اختيار الخواص التي في حالة عدم مطابقتها للمواصفات يزداد إنتاج الوحدات غير المطابقة والمعيبة.
- في حالة صعوبة تحديد الخواص المراد مراقبتها، يفضل استخدام تحليل باريتو ورسم السبب والأثر (انظر

الفصل الثالث) بغية الوصول إلى أسباب مشاكل الإنتاج الأكثر حدوثاً ومن ثم تحديد خواص المنتج الهامة التي تتطلب مراقبة.

- يفضل اختيار خواص الجودة التي يمكن قياسها كمياً ما أمكن، مثال الطول بالبوصة أو الوزن بالكيلو وهكذا، وهي تعرف بالمتغيرات. وفي حالة تعذر القياس الكمي يتم قياس المتغير (الخاصية) وصفياً كحصر العيوب وعدّها.
- إعادة تقييم خواص الجودة المختارة بصفة دورية، وبذلك يتحدد أما الاستمرار في مراقبة هذه الخواص وإما إضافة خصائص أخرى، وذلك في حالة مراقبة خاصية واحدة أو أكثر من خاصية واحدة في نفسه الوقت باستخدام خرائط مراقبة المتغيرات المتعددة.

### ٢. اختيار المجموعات الجزئية الرشيدة:

لإعداد خريطة مراقبة يتم جمع البيانات من عينات تعرف بالمجموعات الجزئية (Subgroups) يتم أخذها على فترات زمنية محددة من مخرجات العملية المراد مراقبتها. ولتحديد المجموعات الجزئية اقترح شوهارت اختيار ما أسماه بالمجموعات الجزئية الرشيدة (Rational Subgroups). حيث يتم اختيار عناصر المجموعة الجزئية الرشيدة بحيث تكون الاختلافات بين هذه العناصر أقل ما يمكن وترجع لأسباب الصدفة أو الأسباب العامة فقط. ويعزى اختيار المجموعات الجزئية الرشيدة بهذه الكيفية إلى أنه يتم الحصول على تقدير جيد للاختلافات الطبيعية في العملية ولسهولة اكتشاف وجود أسباب خاصة بسبب الاختلافات الكبيرة بين المجموعات الجزئية. وبصورة عامة توجد طريقتان لاختيار المجموعات الجزئية الرشيدة هما:

أ- تحديد نقطة زمنية محددة لاختيار وحدات المجموعات الجزئية الرشيدة: باستخدام هذه الطريقة تحتوي أية مجموعة جزئية على وحدات تم إنتاجها في زمن واحد قدر الإمكان. فيتم مثلاً أخذ خمس وحدات إنتاجية عند نهاية كل ساعة زمن (عند الساعة السابعة، السابعة الثامنة.. إلخ). وتؤدي هذه الطريقة إلى تقليل الاختلافات داخل المجموعة الجزئية الرشيدة إلى أقل ما يمكن وإلى تعظيم الاختلافات ما بين المجموعات الجزئية. وتُستخدم هذه الطريقة عندما يكون الهدف الأساسي لخريطة المراقبة هو كشف التغيرات في العملية. هذا فضلاً عن أن هذه الطريقة تعطي أفضل تقدير للانحراف المعياري للعملية في حالة خرائط المراقبة للمتغيرات.

ب- تحديد فترة زمنية لاختيار وحدات المجموعات الجزئية الرشيدة: وباستخدام هذه الطريقة يتم اختيار العينات خلال فترة زمنية محددة، أي أن أية مجموعة جزئية تُعدُّ عينة عشوائية لمخرجات العملية خلال الفترة، أي الفترة بين أخذ عينتين متتاليتين. مثلاً يقرر قسم الجودة أخذ خمس وحدات من إنتاج كل ساعة (بين الساعة السابعة والثامنة، والثامنة والتاسعة، وهكذا). وتؤدى هذه الطريقة إلى تقليل الاختلافات بين المجموعات

الجزئية على حساب زيادة الاختلافات داخل هذه المجموعات. كما يجب ملاحظة أن وجود تباين كبير في قيم الوسط الحسابي خلال الفترة بين العينات قد يؤدي إلى كبر مدى قيم المشاهدات داخل العينة الذي ينتج عنه اتساع حدود المراقبة؛ مما قد يظهر أن العملية في حالة الضبط والمراقبة.

تستخدم في بعض الأحيان الطريقتان معاً لجمع بيانات المجموعات الجزئية الرشيدة؛ ويتم في هذه الحالة أحياناً إعداد خريطتين للمراقبة لبيانات كل طريقة على حدة. وبصرف النظر عن الطريقة المستخدمة، يجب أن تكون وحدات المجموعة الجزئية الرشيدة متجانسة، أي أن تكون الوحدات المختارة منتجة تحت ظروف متماثلة قدر الإمكان كاستخدام نوع واحد من المواد الخام، وأن تكون الوحدات مسحوبة من إنتاج الآلة نفسه أو خط الإنتاج ومن مناوبة أو وردية معينة، وهكذا.

### ٣. تحديد حجم المجموعة الجزئية:

يعتمد حجم العينة على حجم التباين في مخرجات العملية وعلى درجة الدقة المطلوبة. ففي حالة تماثل الوحدات المنتجة نحتاج إلى عينات صغيرة لإعداد خريطة المراقبة، في حين يجب سحب عينات أكبر حجماً في حالة وجود اختلافات كبيرة في مخرجات العملية. وبصورة عامة يجب عند تحديد حجم المجموعات الجزئية الرشيدة أخذ الاعتبارات التالية:

- يتم أحياناً تحديد حجم المجموعة الجزئية بناءً على حجم التغير المراد كشفه بوحدات الانحراف المعياري($\delta\sigma$)، والاحتمال ($r$) المراد عنده كشف هذا التغير. ولتحديد حجم المجموعة الجزئية لكشف تغير محدد في متوسط العملية وباحتمال محدد أيضاً تستخدم المعادلة التالية (Benneyan 2001) :

$$n \geq \left(\frac{L-\Phi^{-1}(r)}{\delta}\right) \qquad (4\text{-}2)$$

حيث إن: $\Phi^{-1}(r)$ معكوس دالة التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي المقابل للاحتمال r ، و $\delta$ عدد وحدات الانحراف المعياري المساوي لحجم التغير في الاتجاه الذي نود كشفه، وL المسافة بين الخط المركزي وحد المراقبة العلوي أو السفلي بوحدات الانحراف المعياري ويساوي (٣) في معظم خرائط المراقبة. فمثلاً لكشف تغير قدره (٣) وحدات في المتوسط لعملية تتبع مخرجاتها التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي (٤٦) وانحراف معياري يساوي (٥) وباحتمال (٠,٥)، يتم تحديد حجم المجموعة الجزئية كما يلي:

$$n \geq \frac{L-\Phi^{-1}(r)}{\delta} = \frac{3-\Phi^{-1}(0.5)}{(49-46)/5} = \frac{3-0.0}{0.6} = 5$$

أي لكشف هذا التغير يجب أن يكون حجم المجموعة الجزئية أكبر من أو يساوي (٥) وحدة من مخرجات العملية وذلك باحتمال (٠,٥).

- كلما زاد حجم المجموعة الجزئية الرشيدة (n) تقل المسافة بين حدي المراقبة؛ مما يجعل خريطة المراقبة

أكثر حساسية لكشف التغيرات الصغيرة في متوسطات العينات. غير أن زيادة حجم العينات قد تزيد من تكلفة الاختبار والقياس؛ لأنه في حالات كثيرة تؤدي عملية الاختبار إلى تلف الوحدات. لذا يجب التوازن بين التكلفة وزيادة الحساسية عند تحديد حجم المجموعة الجزئية.

- يفضل استخدام عينات صغيرة الحجم في حالة ارتفاع تكلفة أخذ العينات وفحصها الذي يتطلب أحياناً آلات دقيقة وباهظة الثمن. كما يفضل استخدام العينات الصغيرة في حالة خصائص الجودة التي يؤدي اختبارها إلى تدميرها وتلفها.
- تُستخدم في معظم التطبيقات مجموعات جزئية يُراوح حجمها ما بين مشاهدة واحدة و(٦) مشاهدات (Farnum, 1994, p.167). وفي الماضي وقبل التوسع في استخدام الحاسب الآلي شاع استخدام مجموعات جزئية حجم كل منها (٥) وحدات إنتاجية، وذلك بسبب سهولة الحسابات المطلوبة لإعداد خريطة المراقبة.
- عندما يكون حجم المجموعة الجزئية (٤) وحدات فأكبر فإن توزيع متوسطات المجموعات الجزئية يقترب من التوزيع الطبيعي حتى إذا كان توزيع المجتمع الذي سحبت منه هذه المجموعات غير طبيعي. ويقترب توزيع متوسطات المجموعات الجزئية للتوزيع الطبيعي مع كبر حجم المجموعة الجزئية حسب نظرية النهاية المركزية (Central Limit Theorem). (Besterfield 2001, p.66).
- في حالات كثيرة يكون حجم المجموعة الجزئية مشاهدة واحدة فقط. تحدث مثل الحالات بتكرار في بعض الصناعات الكيميائية والتحويلية؛ إذ إن جودة خصائص المنتج في مثل هذه الصناعات تتغير ببطء وأن الوحدات المنتجة تكون عادة متماثلة باستثناء أخطاء القياس والتحليل. وفي هذه الحالة تستخدم إحدى خرائط المشاهدات الفردية.
- تتم في بعض الصناعات اختبار كل الوحدات المنتجة باستخدام أجهزة قياس آلية مدعومة أحياناً ببرنامج رقابة إحصائية على العمليات لعمل خرائط المراقبة.

### ٤. عدد المجموعات الجزئية:

يجب أن يكون تكرار مرات أخذ المجموعات الجزئية بشكل كاف بحيث يكشف التغيرات في مخرجات العملية. ويعتمد التكرار على معدل الإنتاج وعلى تكلفة أخذ العينات والفحص والقياس. وبصورة عامة، يُنصح إما بأخذ عينات صغيرة على فترات قصيرة أو أخذ عينات كبيرة على فترات طويلة. ولإعداد خريطة مراقبة يُقترح أخذ ما بين (٢٠) و(٢٥) مجموعة جزئية من مخرجات العملية (Besterfield, 2001, p. 168; Carey 2003, p.19). وفي حالة تحديد أقل من (٢٠) مجموعة جزئية تزيد الفرصة في عدم اكتشاف الأسباب الخاصة نظراً إلى أن معظم الاختبارات المستخدمة للكشف عن وجود أسباب خاصة تتطلب رسم عدد كبير النقاط.

**٥. أداة جمع البيانات:**

لا توجد أداة محددة لجمع البيانات لإعداد خرائط المراقبة. لذا تقوم معظم المنظمات بتصميم نماذج واستمارات خاصة بها لجمع البيانات. وتتكون استمارة جمع البيانات عادة من عدة حقول تشمل مثلاً التاريخ، اسم الوحدة المنتجة أو رقمها، اسم المسئول عن تعبئة البيانات، خط الإنتاج أوالآلة، حدود المواصفات، العامل، الوردية/المناوبة، وحدة القياس، رقم المجموعة الجزئية، القياسات وأوقات أخذها. والشكل (٤-٤) يوضح أحد النماذج المستخدمة لجمع البيانات. وتتم في هذه الخطوة أيضاً تحديد من سيتولى جمع البيانات. وللحصول على بيانات صحيحة، ينبغي أن يكون الشخص المسئول عن جمع البيانات قد حصل على تدريب كافٍ على طرق استخدام أجهزة القياس.

**٦. رسم خريطة المراقبة:**

بعد الحصول على البيانات يتم معالجتها بحساب مقدرات معالم الخريطة ثم رسمها. ولإعداد خريطة المراقبة ينصح باستخدام أحد برامج الحاسب الآلي المتخصصة في ضبط الجودة أو باستخدام الجداول الإلكترونية مثل برنامج إكسل.

**٤-١-٦ تطبيق خريطة المراقبة:**

يتم تطبيق خريطة المراقبة في بعض المنظمات على مرحلتين: **المرحلة الأولى، وفيها تؤسس** الخريطة برسم حدود مراقبة تجريبية (Trial Control Limits). إذ يتم أخذ عدد مناسب من المجموعات الجزئية (نحو ٢٥ مجموعة جزئية) من مخرجات العملية المراد مراقبتها على مراحل مختلفة. ولإعداد الخريطة يتم رسم حدود المراقبة والنقاط باستخدام المعادلات الخاصة بها. فإذا اتضح من الخريطة أن جميع النقاط تقع داخل حدّي المراقبة مع عدم وجود مؤشرات أخرى لوجود أسباب خاصة تعتبر العملية مستقرة أو تحت المراقبة الإحصائية. ومن ثم تُعتمد حدود المراقبة لمراقبة مخرجات العملية في المستقبل. وأما إذا اتضح من الخريطة أن العملية غير مستقرة بسبب وقوع نقطة أو عدة نقاط خارج حدّي المراقبة أو بسبب وجود مؤشرات أخرى، يتم تعقب السبب الخاص أو الأسباب الخاصة للقضاء عليها وإعادة رسم الخريطة بعد استبعاد النقطة أو النقاط سبب المشكلة ورسم حدود المراقبة المراجعة. وفي **المرحلة الثانية**، وهي مرحلة ما بعد تأسيس حدود المراقبة، يتم استخدام حدود المراقبة - الحد العلوي والسفلي والخط المركزي - لمراقبة مخرجات العملية في المستقبل، وذلك بجمع بيانات جديدة وإضافة رسم نقاط المجموعات الجزئية على الخريطة التي تم تأسيسها في المرحلة الأولى أو برسم نقاط المجموعات الجزئية على خريطة جديدة باستخدام الحدود نفسها التي تم الحصول عليها في المرحلة الأولى.

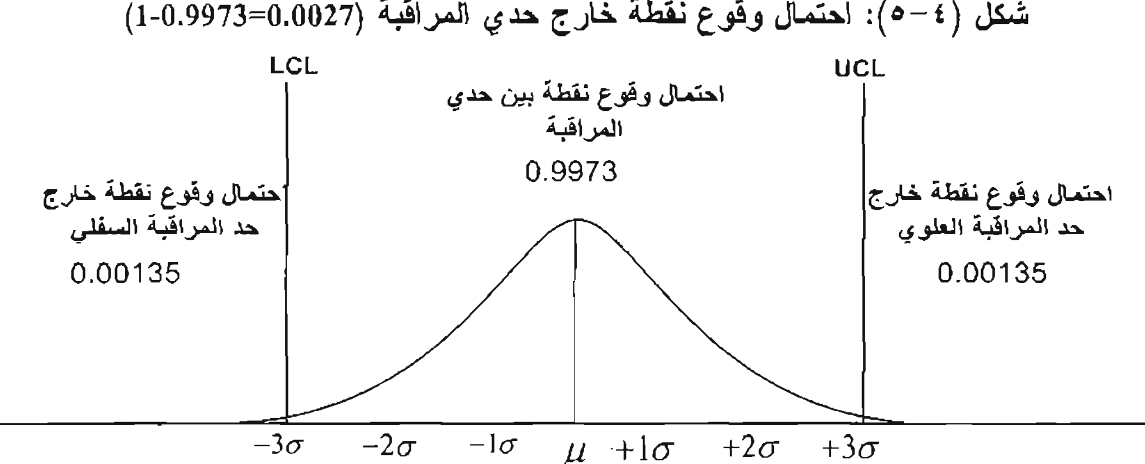
## شكل (٤-٤): نموذج لجدول جمع بيانات لرسم خريطتي الوسط الحسابي والمدى

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| المنتج | | | | | العملية | | | | | | | القياس | | | | | | | | حدود المواصفات | | | | | |
| العامل | | | | | الآلة / خط الإنتاج | | | | | | | جهاز القياس | | | | | | | | الوحدة | | | | | |
| الوقت / التاريخ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| رقم المجموعة الجزئية | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| قياسات العينة 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| المجموع | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| الوسط الحسابي | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| المدى | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| خريطة الوسط الحسابي | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| خريطة المدى | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

### ٤-١-٧ تفسير خريطة المراقبة:

تتكون خريطة المراقبة من ثلاثة خطوط أفقية متوازية: خط حد المراقبة العلوي، والخط المركزي، وخط حد المراقبة السفلي. ويتم رسم حدي المراقبة على بعد ثلاثة انحرافات معيارية من الخط المركزي في معظم أنواع الخرائط. وبافتراض أن الإحصاءات (متوسطات المجموعات الجزئية) تتبع التوزيع الطبيعي بالتقريب فإنه يتوقع وقوع قرابة (٩٩,٧٣%) من النقاط داخل حدي المراقبة ووقوع بقية النقاط أو نحو (٠,٢٧% أو قرابة ثلاثة من كل ألف نقطة) خارج حدي المراقبة حتى في حالة عدم وجود أسباب خاصة (شكل ٤-٥). وتشير هذه النسبة إلى أنه نادراً ما يتوقع حدوث إشارات خاطئة (False alarms) تدل على وجود أسباب خاصة. لذا يُفسر وقوع نقطة واحدة أو أكثر خارج حدي المراقبة على أنه مؤشر لوجود أسباب خاصة وعلى أن العملية خارج المراقبة في جميع أنواع خرائط المراقبة.

**شكل (٤-٥): احتمال وقوع نقطة خارج حدي المراقبة (1-0.9973=0.0027)**




كما يُفسر وجود أنماط واتجاهات غير عشوائية في النقاط حتى في حالة وقوعها داخل حدي المراقبة على أنها مؤشرات لوجود أسباب خاصة مؤثرة في سلوك العملية. وترجع الفكرة الأساسية لفحص أنماط النقاط إلى أن العملية المستقرة يجب أن تظهر فيها النقاط بشكل عشوائي بين حدي المراقبة. فعلى سبيل المثال قد يظهر من خريطة المراقبة وجود اتجاه تنازلي لعدد متتالٍ من النقاط؛ مما قد يشير إلى أن تعديلاً قد تم في الآلة أو تقادم ماكينة الإنتاج.

ولتفسير أنماط واتجاهات النقاط يتم عادة تقسيم خريطة المراقبة إلى ست مناطق متساوية (Zones) : ثلاث مناطق ( A و B و C ) للجزء من الخط المركزي وإلى حد مراقبة العلوي وثلاث مناطق متماثلة للجزء من الخط المركزي وحد المراقبة السفلي. وعرض أي منطقة من هذه المناطق يساوي واحد انحراف معياري (انظر الشكل ٤-٦). ويوضح الجدول (٤-٣) بعض المؤشرات المستخدمة للكشف عن وجود أسباب خاصة واحتمالات

حدوثها وبعض الأسباب المحتملة لحدوثها. كما توضح الأشكال من (٤-٧-أ) إلى (٤-٧-ح) تمثيلاً بيانياً للمؤشرات الثمانية الموضحة بالجدول (٤-٣).

شكل (٤-٦): تقسيم خريطة المراقبة إلى ست مناطق والاحتمالات الطبيعية

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 0.00135 | UCL | $+3\sigma$ |
| A | 0.02140 | | $+2\sigma$ |
| B | 0.13591 | | $+1\sigma$ |
| C | 0.34134 | الخط المركزي | |
| C | 0.34134 | | $-1\sigma$ |
| B | 0.13591 | | $-2\sigma$ |
| A | 0.02140 | | $-3\sigma$ |
| | 0.00135 | LCL | |

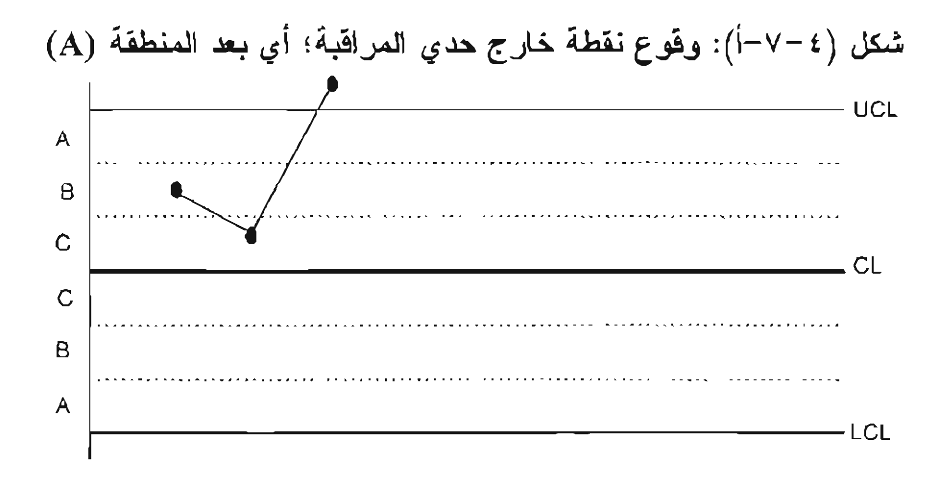
**جدول (٤-٣): بعض الاختبارات المستخدمة للكشف عن وجود أسباب خاصة**

| م | المؤشر | احتمال الحدوث | ملاحظات |
|---|---|---|---|
| ١ | وقوع نقطة واحدة خارج أحد حدي المراقبة؛ أي بعد المنطقة (A): | 0.00135 | وجود سبب واحد خاص، مثل: تغيير المواد الخام، عطل الماكينة، خطأ العامل، انقطاع الكهرباء، إلخ. |
| ٢ | وقوع تسع نقاط متتالية على أحد جانبي الخريطة (المنطقة (C) أو B أو A) في النصف العلوي أو النصف السفلي. | 0.0019 | مؤشر لتغيير تم في العملية، تبديل قطع الغيار، تغيير في طرق العمل، تدخل من الإدارة، كما يمكن أن يكون مؤشراً لتحسين العملية إذا كانت النقاط في أسفل خريطتي المدى والانحراف المعياري. |
| ٣ | تزايد أو تناقص ست نقاط متتالية بصورة مطردة. | 0.0014 | مؤشر إلى التغير المتنامي الملازم للعملية كتآكل المعدات أو التغير الموسمي للبيئة. ويشير الاتجاه التنازلي في خريطتي المدى والانحراف المعياري وخرائط الصفات إلى التحسن في العملية. |
| ٤ | تعاقب (أربع عشرة) نقطة متتالية فوق وتحت. | - | نادر الحدوث وربما يشير إلى خطأ في نوع الخريطة |

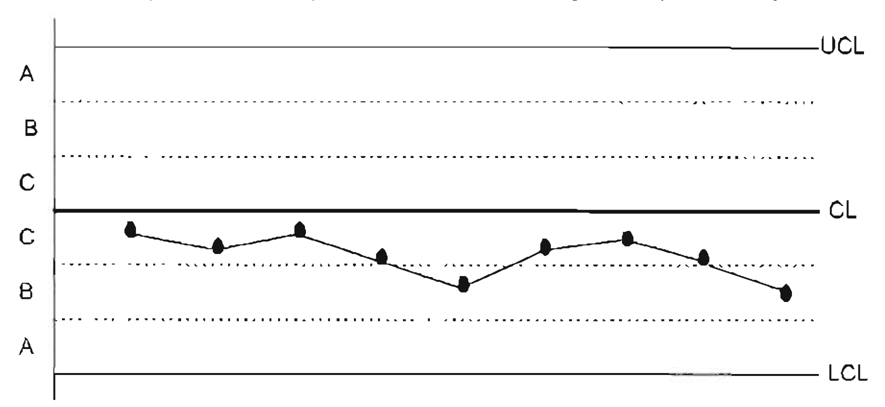
| م | المؤشر | احتمال الحدوث | ملاحظات |
|---|---|---|---|
| ٥ | وقوع نقطتين من أصل ثلاث نقاط متتالية في المنطقة (A) أو بعدها. | 0.0134 | يشير إلى حدوث متكرر لسبب خاص كتأثر بداية تشغيل الماكينة أو عامل غير مدرب، وربما يكون مؤشراً إلى التحسين في العملية إذا كانت النقاط في أسفل خريطتي المدى والانحراف المعياري. |
| ٦ | وقوع أربع نقاط من أصل خمس نقاط متتالية في المنطقة (B) أو بعدها. | 0.0026 | الأسباب نفسها المحتملة للمؤشر رقم (٥) |
| ٧ | وقوع (خمس عشرة) نقطة في المنطقة (C) (فوق أو تحت الخط المركزي). | 0.00325 | يشير إلى أن هناك تحسناً قد حدث في العملية أو أن هناك خطأ في التصميم أو في البيانات. |
| ٨ | وقوع (ثماني) نقاط متتالية على جانبي الخط المركزي باستثناء المنطقة (C). | 0.000096 | هذا النمط يشير إلى أن جزءاً من العملية خارج المراقبة. ويعكس المؤشر أن العينات التي تم فحصها واختبارها ربما سحبت من مجتمعات مختلفة مثل سحب عينات من خطوط إنتاج مختلفة، أو عينات تم إنتاجها باستخدام مواد خام مختلفة، وبسبب إجراءات القياس. |

المصادر : Montgomery Farnum 1994, pp. 171-175, Betteley, Mettrick, Sweeney and Wilson, 1994, pp.224-232 2001, pp. 175-177

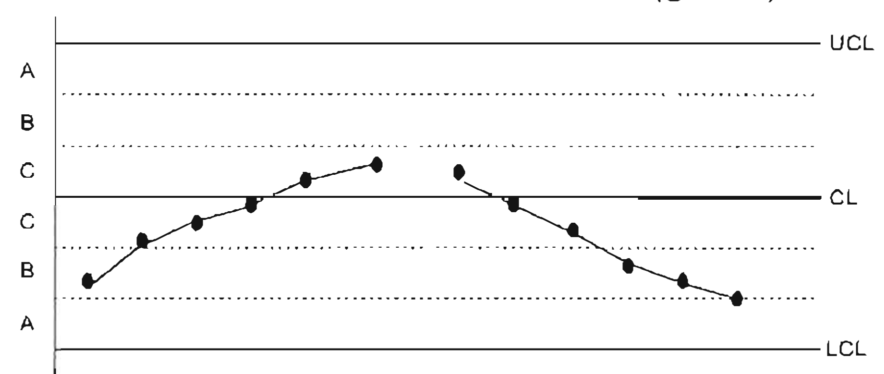
شكل (٤-٧-أ): وقوع نقطة خارج حدي المراقبة؛ أي بعد المنطقة (A)



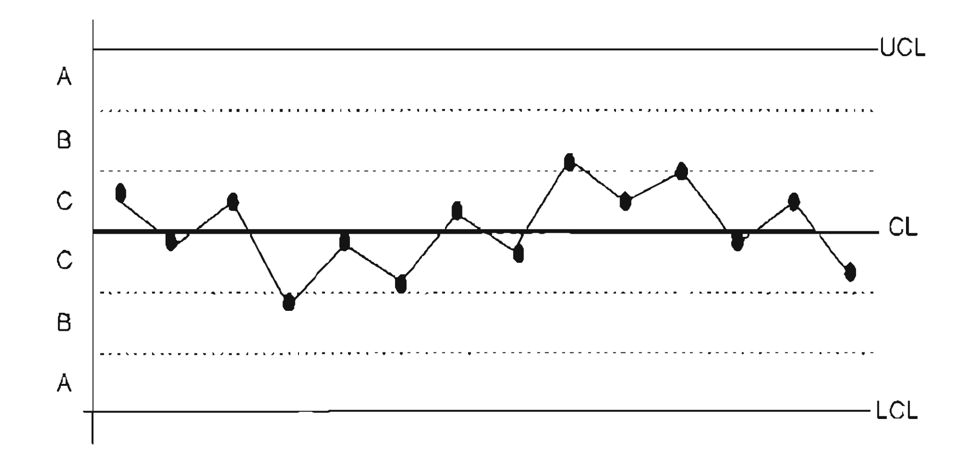

شكل (٤-٧-ب): وقوع تسع نقاط متتالية في المنطقة (C) أو بعدها



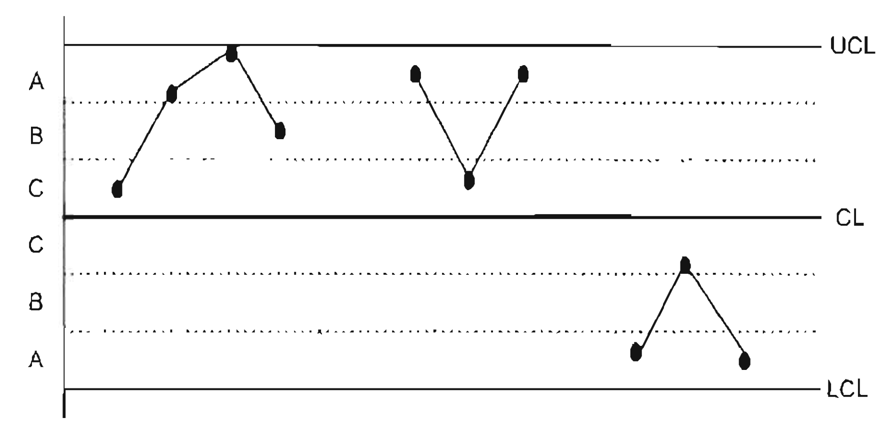

شكل (٤-٧-ج): تزايد أو تناقص ست نقاط متتالية بصورة مطردة



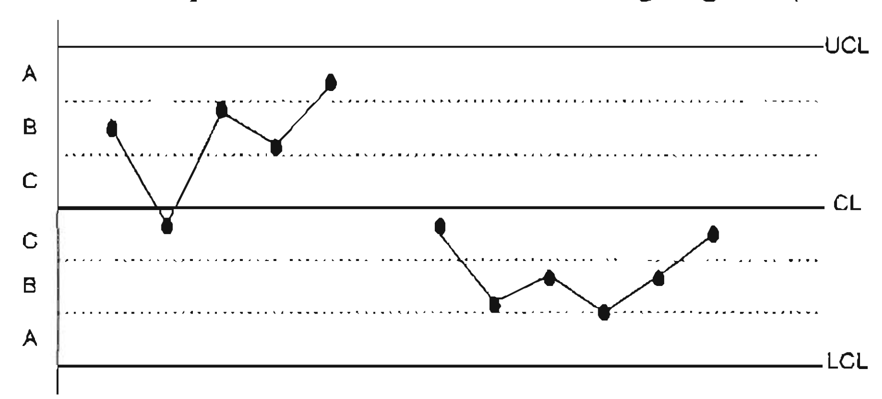

شكل (٤-٧-د): تعاقب أربع عشرة نقطة متتالية فوق وتحت (Up & Down)



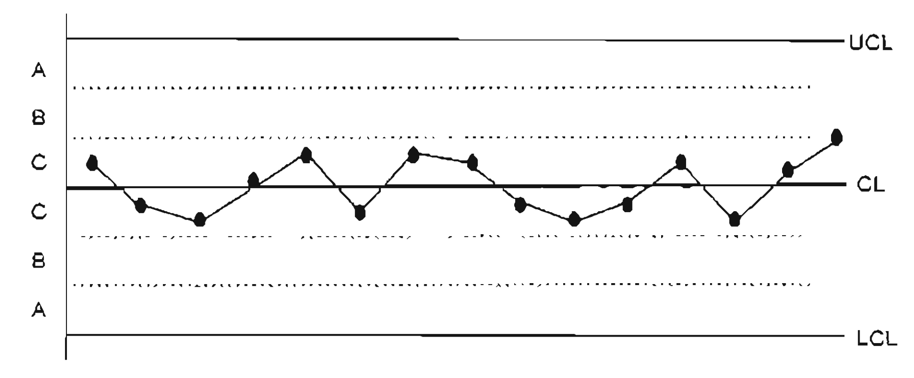
شكل (٤-٧-هـ): وقوع نقطتين من أصل ثلاث نقاط متتالية في المنطقة (A) أو بعدها

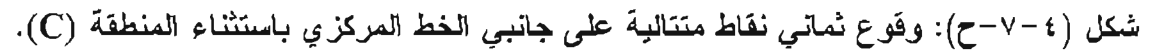


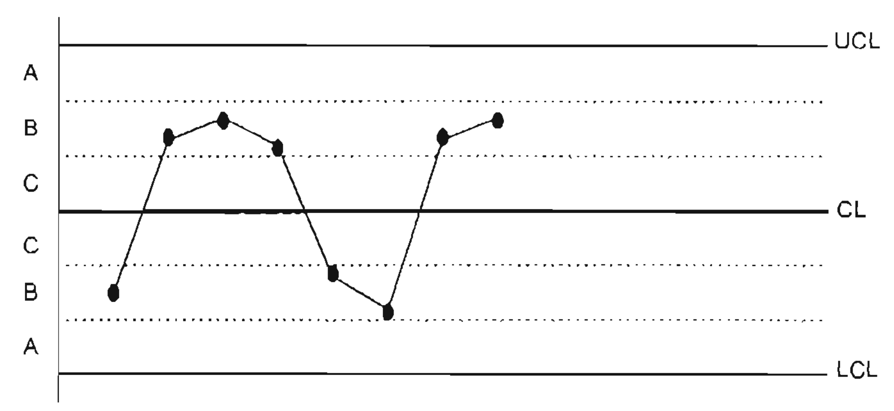

شكل (٤-٧-و): وقوع أربع نقاط من أصل خمس نقاط متتالية في المنطقة (B) أو بعدها




شكل (٤-٧-ز): وقوع خمس عشرة نقطة في المنطقة (C) (فوق أو تحت الخط المركزي)




شكل (٤-٧-ح): وقوع ثماني نقاط متتالية على جانبي الخط المركزي باستثناء المنطقة (C).




**ملاحظات على اختبارات الكشف عن وجود أسباب خاصة:**

- تم تطوير هذه الاختبارات للكشف عن وجود أسباب خاصة في حالة رسم حدي المراقبة على بعد ثلاثة انحرافات معيارية من المركز (3σ limits) وأن يكون حجم المجموعة الجزئية ثابتاً.
- تم تطوير هذه الاختبارات على أساس أن العملية مستقرة وتتبع مخرجاتها التوزيع الطبيعي. غير أنه يمكن استخدام الاختبارات نفسها حتى في حالة عدم تبعية مخرجات العملية للتوزيع الطبيعي (Betteley et al, 1994; pp.224-231).
- تم حساب احتمالات حدوث المؤشرات (العمود الثالث في الجدول ٤-٣) باستخدام نظرية الاحتمالات والتوزيع الطبيعي فمثلاً تم حساب احتمال حدوث المؤشرين الأولين كما يلي:
  - احتمال وقوع نقطة خارج حد المراقبة العلوي:

$$P(Z > 3) = 1 - P(Z < 3) = 1 - \Phi(3) = 1 - 0.99865 = 0.00135$$

  - احتمال وقوع نقطة خارج حد المراقبة السفي:

$$P(Z < -3) = \Phi(-3) = 0.00135$$

  - وقوع تسع نقاط متتالية على أحد جانبي الخط المركزي:

بما أن احتمال وقوع نقطة ما بين الخط المركزي والحد العلوي أو الحد السفلي للمراقبة يساوي (٠,٤٩٨٦٥)، فإن احتمال وقوع تسع نقاط متتالية (أحداث مستقلة) هو:

$$P(\text{9 consecutive points}) = 0.49865^9 = 0.001906$$

كما يجب ملاحظة أن احتمالات حدوث هذه المؤشرات يمكن تطبيقها في حالة تبعية البيانات للتوزيع الطبيعي فقط؛ أي أن هذه الاحتمالات لا يمكن تطبيقها لخرائط المدى، والانحراف المعياري.

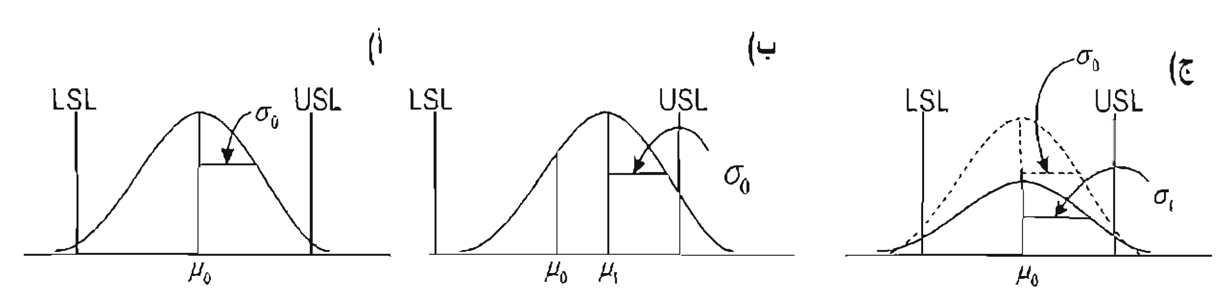
- تستخدم الاختبارات (١)، (٢)، (٥)، و(٦) للنصف العلوي والنصف السفلي من الخريطة كل على حدة. فمثلاً قد تقع نقطة واحدة فقط خارج حد المراقبة العلوي وتفسر على أنه مؤشر لوجود سبب خاص؛ وبالمثل يفسر وقوع نقطة واحدة أسفل حد المراقبة السفلي على أنه مؤشر خارج مراقبة. في حين تستخدم الاختبارات (٣)، و(٤)، (٧)، و(٨) على كامل الخريطة (النصف العلوي والنصف السفلي معاً).
- الاختبارات (٢)، و(٣)، و(٥) قد تشير إلى تحسن في العملية إذا وقعت النقاط في الجزء الأسفل من خريطة المدى أو الانحراف المعياري، أو أي من خرائط الخواص.
- يُستخدم الاختباران (٧) و(٨) لاختبار مدى تجانس مشاهدات المجموعات الجزئية. حيث يُستخدم الاختباران للتأكد من أن مشاهدات مجموعة جزئية تم أخذها من مصادر مختلفة أم لا.
- إذا كانت العملية في حالة مراقبة إحصائية، فإن احتمال حدوث إنذار خاطئ بوجود سبب خاص هو أقل من خمسة في الألف لأي اختبار من هذه الاختبارات (Nelson, 1984) .
- عملياً يجب اختبار أي نمط غير عادي يشير إلى وجود سبب خاص يؤثر في سلوك العملية.

## ٤-٢ خرائط المراقبة للمتغيرات:

### ٤-٢-١ مدخل:

لمراقبة متوسط مخرجات العملية يتم استخدام خريطة الوسط الحسابي أو الوسيط ولمراقبة التغير أو التباين في مخرجات العملية تستخدم خريطة المدى أو الانحراف المعياري. ويجب أن نشير إلى أنه من الضروري مراقبة كل من متوسط العملية (Process mean) والتغير في العملية (Process Variability) في آن واحد. ويرجع ذلك إلى أنه يمكن أن يكون متوسط مخرجات العملية تحت المراقبة الإحصائية في حين يكون هناك تباينٌ ملحوظٌ في المخرجات أو العكس. فمثلاً يوضح الشكل (٤-٨-أ) أن كلاً من متوسط وتباين مخرجات العملية تحت المراقبة حسب القيم الاسمية $(\mu_0, \sigma_0)$؛ وأن معظم مخرجات العمليات تقع في مدى حدود المواصفات. في حين يظهر من الشكل (٤-٨-ب) أن تغيراً قد حدث في متوسط العملية من $\mu_0$ إلى $\mu_1$، مما نتج عنه نسبة أكبر من المخرجات غير مطابقة للمواصفات. وأما الشكل (٤-٨-ج) يظهر أن تباين العملية قد تغير من $\sigma_0$ إلى $\sigma_1$ $(\sigma_1 > \sigma_0)$؛ مما نتج عنه أيضاً نسبة أكبر من الوحدات غير المطابقة على الرغم من أن متوسط مخرجات العملية ما زال في القيمة الاسمية. لذا تستخدم عادة خريطتا مراقبة، إحداهما لمراقبة متوسط العملية والأخرى لمراقبة التغير أو تباين العملية.

شكل (٤-٨): ثلاث عمليات مختلفة توضح ضرورة مراقبة متوسط وتباين مخرجات العمليات




وفيما يلي نستعرض خرائط الوسط الحسابي والمدى، والوسط الحسابي والانحراف المعياري وخريطتي الوسيط والمدى، وخريطة المشاهدات الفردية والمدى المتحرك، وخريطة المراقبة للمتغيرات المتعددة.

### ٤-٢-٢ خريطتا الوسط الحسابي والمدى ($\overline{X}$ and R Charts):

تعتبر خريطتا الوسط الحسابي والمدى من أهم وأولى خرائط مراقبة المتغيرات التي طورهـا شـوهارت. وعلى الرغم من أن الخريطتين تقدمان تقييمات مختلفة إلا أنها متكاملة لمراقبة العملية. حيث تـستخدم خريطـة الوسط الحسابي لمراقبة متوسط مخرجات العملية، في حين تستخدم خريطة المدى لمراقبة التشتت في مخرجـات العملية.

**خريطة الوسط الحسابي ($\overline{X}$ - Chart):**

تستخدم خريطة الوسط الحسابي لقياس مدى تمركز مخرجات العملية. وبافتراض أن خاصية الجودة تتبـع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي μ وانحراف معياري يساوي σ وأن قيمة كل من μ و σ معلومة، فإن حدود المراقبة لخريطة الوسط الحسابي يتم حسابها حسب الصيغ التالية:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \mu + L\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

الخـط المـركزي: $\mu$ (٤-٣)

حد المراقبة السفلي (LCL) : $LCL = \mu - L\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

وتحدد قيمة L في معظم خرائط المراقبة بـ (3)، بحيث يكون احتمال الوقوع في الخطأ من النـوع الأول (احتمال أن تظهر خريطة المراقبة إشارة لحالة عدم مراقبة عندما تكون العملية في حالة المراقبة) مـساوياً لـ (0.0027). ولأن قيمتي μ و σ غالباً ما تكونان مجهولتين فيتم تقديرهما من بيانات العينة (المجموعات الجزئيـة) التي يتم أخذها على فترات زمنية محددة من مخرجات العملية المراد مراقبتها. فإذا كان لدينا g مجموعة جزئيـة

رشيدة حجم كل منها n مشاهدة أخذت على فترات من مخرجات العملية، فإنه يمكن حساب الوسط الحسابي لكل مجموعة كما يلي:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \quad \text{for } j = 1,2,\ldots,g$$

كما يمكن حساب الوسط الحسابي العام لها، وهو يمثل الخط المركزي لخريطة الوسط الحسابي كما يلي:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} \bar{x}_j$$

حيث إن: $\bar{\bar{x}}$ هو متوسط متوسطات المجموعات الجزئية ومقدر للوسط الحسابي للمجتمع ($\mu$). ويتم تقدير الانحراف المعياري من قيم مدى المجموعات الجزئية. والمدى (R) هو الفرق بين أكبر وأصغر قيمة مشاهدة. وبحساب متوسط قيم مدى المجموعات الجزئية ($R_1, R_2, .., R_g$) يتم تقدير الانحراف المعياري باستخدام الصيغة التالية:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

حيث إن:

$R_j = x_{(n)} - x_{(1)}$ هو المدى ويساوي الفرق بين أكبر قيمة $x_{(n)}$ وأصغر قيمة $x_{(1)}$.

$\bar{R} = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} R_j$ متوسط قيم مدى المجموعات الجزئية.

$d_2$ = قيمة ثابتة تعتمد على حجم المجموعة الجزئية (n) (الملحق ٧).

وبإيجاد مقدري $\mu$ و $\sigma$ يمكن إعادة كتابة معادلات حدود المراقبة للخريطة كما يلي:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \bar{\bar{x}} + 3\frac{(\bar{R}/d_2)}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$

الخط المركزي: $\bar{\bar{x}}$ (٤-٤)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \bar{\bar{x}} - 3\frac{(\bar{R}/d_2)}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$

حيث إن $A_2 = 3/(d_2\sqrt{n})$ قيمة ثابتة تعتمد على حجم المجموعة الجزئية (n) وتحسب من الجدول (انظر الملحق ٧).

وبعد إجراء العمليات الحسابية اللازمة يتم رسم متوسط أي مجموعة جزئية $((\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_g))$ مع رقم المجموعة المقابلة، ثم رسم الخط المركزي وحدي المراقبة. ثم يتم قراءة وتفسير الخريطة، للتأكد من أن النقاط

تتوزع عشوائياً داخل حدي المراقبة مع عدم وجود أي أنماط/ اتجاهات تشير إلى وجود أسباب خاصة تؤثر في سلوك العملية. فإذا تبين من الخريطة وقوع نقطة أو أكثر خارج حدي المراقبة أو هناك نمط أو أنماط معينة لبعض النقاط يشير ذلك إلى أن العملية غير مستقرة بسبب وجود سبب أو أسباب خاصة تؤثر فيها.

**خريطة المدى:**

تُستخدم خريطة المدى (Range chart) لقياس الدقة في مخرجات العملية؛ ذلك لأن الخريطة تعكس تغيرات قيم مدى المجموعات الجزئية حول وسطها الحسابي. ولحساب حدي المراقبة لخريطة المدى تستخدم المعادلات التالية:

| | |
|---|---|
| حد المراقبة العلوي: (UCL): $UCL = \mu_R + L\sigma_R$ | |
| الخط المركزي: $\mu_R$ | (٤-٥) |
| حد المراقبة السفلي: (LCL): $LCL = \mu_R - L\sigma_R$ | |

**حيث إن:**

$\mu_R$ القيمة المتوقعة للوسط الحسابي لقيم مدى المجموعات الجزئية.

$\sigma_R$ القيمة المتوقعة للانحراف المعياري للمدى.

ولأن قيمتي $\mu_R$ و$\sigma_R$ غالباً ما تكونان مجهولتين؛ يتم تقديرها من بيانات العينات (المجموعات الجزئية). إذ تقدّر $\mu_R$ بحساب الوسط الحسابي لقيم مدى المجموعات الجزئية ( $\bar{R}$ ). وبافتراض أن خاصية الجودة تتبع التوزيع الطبيعي يمكن إثبات أن $\sigma_R$ يتم تقديره باستخدام المعادلة التالية (Farnum 1994, p. 183):

$$\hat{\sigma}_R = \frac{d_3}{d_2}\bar{R}$$

حيث إن $d_2$ و$d_3$ ثابتتان، يعتمد قيمة كل منهما على حجم المجموعة الجزئية ($n$) (انظر الملحق ٧).

وبإيجاد مقدري $\mu_R$ و$\sigma_R$ يمكن إعادة كتابة معادلات حدي المراقبة كما يلي:

| | |
|---|---|
| حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \bar{R} + 3\frac{d_3}{d_2}\bar{R} = \left(1 + 3\frac{d_3}{d_2}\right)\bar{R} = D_4\bar{R}$ | |
| الخط المركزي: = $\bar{R}$ | (٤-٦) |
| حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \bar{R} - 3\frac{d_3}{d_2}\bar{R} = \left(1 - 3\frac{d_3}{d_2}\right)\bar{R} = D_3\bar{R}$ | |

حيث إن: $\left(D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}\right)$ و $\left(D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}\right)$ قيم ثابتة تعتمد على حجم المجموعة الجزئية (n) وتحسب من الجدول (انظر الملحق ٧). ويلاحظ من معادلات حدود المراقبة أن هناك علاقة بين الخط المركزي لخريطة المدى وحدي المراقبة لخريطة الوسط الحسابي، حيث تتأثر حدود المراقبة لخريطة الوسط الحسابي بصورة مباشرة بالخط المركزي لخريطة المدى R. ويتضح من معادلات الخريطتين أن المسافة بين الخط المركزي وحدي المراقبة العلوي والسفلي في الخريطتين تزيد بزيادة متوسط قيم المدى $(\bar{R})$.

**تفسير خريطتي الوسط الحسابي والمدى:**

لأن حدي المراقبة العلوي والسفلي في خريطة الوسط الحسابي يعتمدان على قيم المدى، فإنه يفضل أولاً تفسير خريطة المدى. فإذا تبين من تفسير خريطة المدى أن العملية تحت المراقبة الإحصائية يتم تفسير خريطة الوسط الحسابي للتأكد ما إذا كان متوسط العملية تحت المراقبة أم لا. وأما إذا أظهرت خريطة المدى أن العملية خارج المراقبة فينصح بعدم تفسير خريطة الوسط الحسابي، ويفضل تحديد الأسباب الخاصة من وراء حدوث مؤشر خارج المراقبة وإعادة رسم الخريطتين.

**مثال (٤-١):**

تقدم المؤسسة العامة للبريد ضمن خدماتها المتعددة خدمة البريد الممتاز داخل وخارج المملكة. والبريد الممتاز هو خدمة بريد سريع لتوصيل الرسائل والطرود. وتم تحديد فترة وصول البريد الممتاز داخل المملكة بـ (٢٤) ساعة حداً أقصى. ولمراقبة فترات وصول البريد الممتاز إلى وجهته، يتم اختيار (٥) رسائل عشوائياً من الرسائل والطرود المرسلة وتقفي أثرها وتسجيل وقت وصولها للمرسل لهم. والجدول (٤-٤) يوضح فترات وصول البريد من وقت الإرسال إلى حين الاستلام بالساعات لمدة (٢٥) يوماً. المطلوب إعداد خريطتي الوسط الحسابي والمدى لهذه البيانات.

### جدول (٤-٤): بيانات فترات وصول الرسائل والطرود التي تم أخذها عشوائياً

| التاريخ | المجموعة الجزئية | فترات وصول الرسائل والطرود (ساعة) | | | | | الوسط الحسابي للمجموعة الجزئية | المدى |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $\bar{x}_i$ | R |
| ١ يناير ٢٠٠٥ | 1 | 23.3 | 18.0 | 22.5 | 19.1 | 25.4 | 21.66 | 7.4 |
| ٢ يناير ٢٠٠٥ | 2 | 14.7 | 18.2 | 24.1 | 21.0 | 17.9 | 19.18 | 9.4 |
| ٣ يناير ٢٠٠٥ | 3 | 15.0 | 21.5 | 17.9 | 15.4 | 23.0 | 18.56 | 8 |
| ٤ يناير ٢٠٠٥ | 4 | 13.0 | 22.2 | 25.1 | 21.0 | 7.5 | 17.76 | 17.6 |
| ٥ يناير ٢٠٠٥ | 5 | 19.5 | 18.7 | 22.9 | 18.3 | 22.6 | 20.4 | 4.6 |
| ٦ يناير ٢٠٠٥ | 6 | 21.2 | 18.6 | 22.6 | 16.6 | 18.9 | 19.58 | 6 |
| ٧ يناير ٢٠٠٥ | 7 | 22.9 | 22.1 | 22.2 | 11.4 | 17.6 | 19.24 | 11.5 |
| ٨ يناير ٢٠٠٥ | 8 | 15.3 | 20.6 | 20.9 | 18.6 | 21.9 | 19.46 | 6.6 |
| ٩ يناير ٢٠٠٥ | 9 | 10.4 | 23.6 | 15.7 | 21.9 | 30.0 | 20.32 | 19.6 |
| ١٠ يناير ٢٠٠٥ | 10 | 17.7 | 21.1 | 17.5 | 16.6 | 14.7 | 17.52 | 6.4 |
| ١١ يناير ٢٠٠٥ | 11 | 15.9 | 13.9 | 18.0 | 18.1 | 18.3 | 16.84 | 4.4 |
| ١٢ يناير ٢٠٠٥ | 12 | 20.4 | 12.7 | 23.6 | 25.8 | 25.4 | 21.58 | 13.1 |
| ١٣ يناير ٢٠٠٥ | 13 | 28.2 | 24.1 | 30.8 | 18.5 | 14.5 | 23.22 | 16.3 |
| ١٤ يناير ٢٠٠٥ | 14 | 22.3 | 22.5 | 21.5 | 23.4 | 28.8 | 23.7 | 7.3 |
| ١٥ يناير ٢٠٠٥ | 15 | 19.2 | 12.8 | 21.0 | 21.1 | 17.3 | 18.28 | 8.3 |
| ١٦ يناير ٢٠٠٥ | 16 | 21.2 | 23.2 | 22.1 | 17.8 | 27.4 | 22.34 | 9.6 |
| ١٧ يناير ٢٠٠٥ | 17 | 18.3 | 22.5 | 14.5 | 23.4 | 14.5 | 18.64 | 8.9 |
| ١٨ يناير ٢٠٠٥ | 18 | 14.4 | 21.2 | 27.2 | 15.2 | 25.6 | 20.72 | 12.8 |
| ١٩ يناير ٢٠٠٥ | 19 | 21.8 | 20.6 | 19.7 | 16.5 | 15.6 | 18.84 | 6.2 |
| ٢٠ يناير ٢٠٠٥ | 20 | 20.7 | 23.0 | 18.9 | 18.4 | 12.6 | 18.72 | 10.4 |
| ٢١ يناير ٢٠٠٥ | 21 | 16.7 | 26.7 | 13.9 | 26.6 | 20.2 | 20.82 | 12.8 |
| ٢٢ يناير ٢٠٠٥ | 22 | 22.0 | 20.9 | 19.7 | 21.5 | 16.6 | 20.14 | 5.4 |
| ٢٣ يناير ٢٠٠٥ | 23 | 6.5 | 26.9 | 23.9 | 18.4 | 20.5 | 19.24 | 20.4 |
| ٢٤ يناير ٢٠٠٥ | 24 | 18.5 | 17.2 | 16.8 | 16.4 | 23.3 | 18.44 | 6.9 |
| ٢٥ يناير ٢٠٠٥ | 25 | 18.7 | 23.2 | 20.0 | 20.7 | 19.0 | 20.32 | 4.5 |
| | | | الوسط الحسابي | | | | 19.8208 | 9.776 |

**الحل:**

**أولاً - خريطة الوسط الحسابي:**

لإعداد خريطة الوسط الحسابي تم حساب الأوساط الحسابية وقيم مدى المجموعات الجزئية، ثـم الوسـط الحسابي الكلي ومتوسط قيم المدى كما موضح الجدول (٤-٤). فمثلاً تم حساب الوسط الحـسابي للمجموعـات الثلاث الأولى كما يلي:

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i = \frac{23.3+18+22.5+19.1+25.4}{5} = 21.66$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i = \frac{14.7+18.2+24.1+21.0+17.9}{5} = 19.18$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i = \frac{15.0+21.5+17.9+15.4+23.0}{5} = 18.56$$

وتم حساب المدى للمجموعات الثلاث الأولى كما يلي:

$$R_1 = x_{(5)} - x_{(1)} = 25.4 - 18.0 = 7.4$$

$$R_2 = x_{(5)} - x_{(1)} = 24.1 - 14.7 = 9.4$$

$$R_3 = x_{(5)} - x_{(1)} = 23.0 - 15.0 = 8.0$$

ومن ثم تم حساب الوسط الحسابي الكلي ($\bar{\bar{x}}$) ومتوسط قيم المدى كما يلي:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i = \frac{21.66+19.18+18.56+...+20.32}{25} = 19.8208$$

$$\bar{R} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} R_i = \frac{7.4+9.4+8.0+...+4.5}{25} = 9.776$$

ولحساب حدي المراقبة لخريطة الوسط الحسابي تم استخدام معادلات حدود المراقبة (4-4) كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 19.8208 + 0.577 \times 9.776 = 25.4616$

الخط المركزي: $\bar{\bar{x}} = 19.8208$

حد المراقبة السفلي: $LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 19.8208 - 0.577 \times 9.776 = 14.180$

حيث إن قيمة الثابت ($A_2$) لمجموعة جزئية حجمها (5) تساوي (0.577). وباستخدام برنامج إكـسل تـم رسـم خريطة الوسط الحسابي (الشكل ٤-٩).

**ثانياً - خريطة المدى:**

لإعداد خريطة المدى تم حساب مدى كل من المجموعات الجزئية ومتوسط المدى كما موضــح الجــدول (٤-٤). ومن ثم تم حساب حدود المراقبة لخريطة المدى باستخدام معادلات حدود المراقبة (٤-٦) كما يلي:

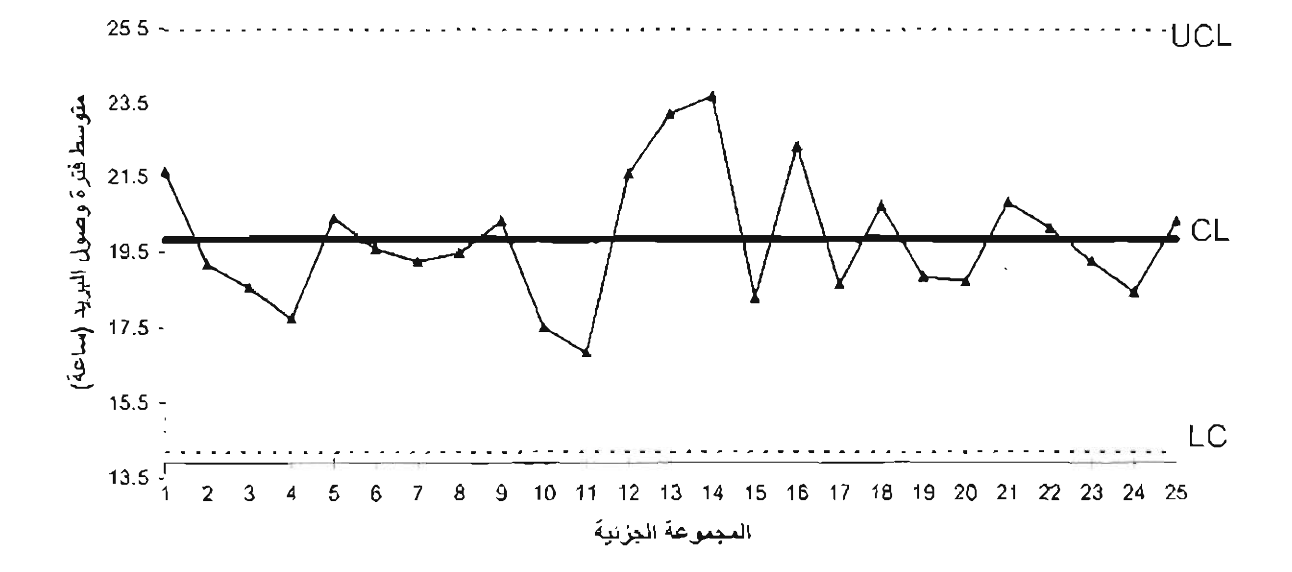
حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = D_4\bar{R} = 2.114 \times 9.776 = 20.6665$

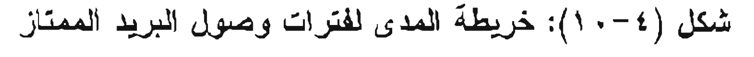
الخط المركزي: $\bar{R} = 9.776$

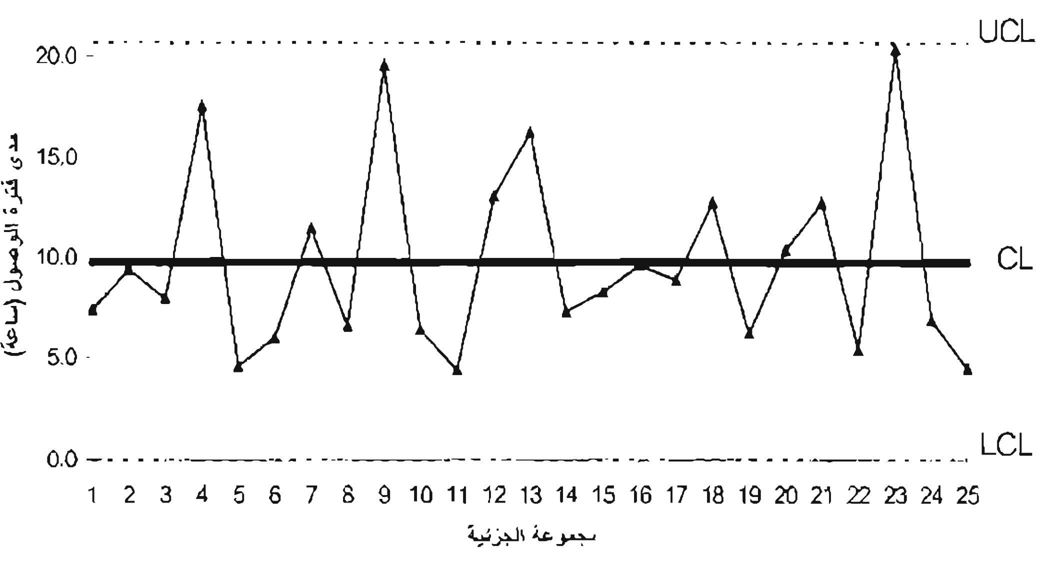
حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = D_3\bar{R} = 0 \times 9.776 = 0$

حيث إن قيمتي الثابت ($D_4$) و($D_3$) لمجموعة جزئية حجمها (5) تــساوي (2.114) وصــفراً علــى التــوالي. وباستخدام برنامج أكسل تم رسم خريطة المدى (شكل ٤-١٠).

**شكل (٤-٩): خريطة الوسط الحسابي لفترات وصول البريد الممتاز**






**تفسير الخريطة:**

يتضح من الشكلين (٤-٩) و(٤-١٠) أن جميع النقاط تقع داخل حدي المراقبة مع عدم وجود أية أنماط تشير إلى أن العملية غير مستقرة. وهذا يعني أن عملية توصيل البريد الممتاز عملية مستقرة إحصائياً. ومن ثم يمكن استخدام حدود المراقبة لمراقبة العملية في المستقبل باستخدام طريقة واحدة لجمع البيانات وحجم المجموعة الجزئية مع مراعاة مراجعة حدود المراقبة في حالة حدوث تغيير في عملية توصيل البريد الممتاز.

**مثال (٤-٢):**

ينتج أحد المصانع الأهلية للأدوية دواء بخاخ لعلاج نوع محدد من حساسية الأنف (Nasal spray) سعة (15 ml) بمواصفات كيميائية محددة. وتمثل كمية الدواء أحد الخواص المهمة التي تحرص إدارة المصنع على مراقبتها. ولمراقبة جودة الدواء تقوم وحدة الجودة بالمصنع بأخذ عينة عشوائية حجمها خمس وحدات عند كل ساعة، ثم يتم قياس الخواص المراد مراقبتها، ومن بينها كمية الدواء. ويوضح الجدول (٤-٥) البيانات التي أخذت في يومي ٣ و ٤ من أكتوبر ٢٠٠٣م. المطلوب إعداد خريطتي الوسط الحسابي والمدى لهذه البيانات.

## جدول (٤-٥): بيانات كميات الدواء التي تم أخذها عشوائياً

| التاريخ | الوقت | المجموعة الجزئية | المشاهدات (كمية الدواء في البخاخة، مل ) | | | | | الوسط الحسابي للمجموعة الجزئية | المدى |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $x_5$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $\overline{x}_i$ | R |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 1 | 14.9980 | 15.0000 | 15.0010 | 14.9980 | 15.0290 | 15.0050 | 0.031 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٨:٠٠ ص | 2 | 15.0010 | 14.9990 | 14.9990 | 14.9380 | 15.0240 | 14.9920 | 0.086 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٩:٠٠ ص | 3 | 15.0010 | 15.0020 | 15.0010 | 15.0120 | 15.0170 | 15.0070 | 0.016 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ١٠:٠٠ ص | 4 | 15.0020 | 15.0010 | 15.0000 | 15.0390 | 15.0170 | 15.0120 | 0.039 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ١١:٠٠ ص | 5 | 14.9980 | 14.9990 | 15.0000 | 14.9770 | 14.9950 | 14.9940 | 0.023 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ١٢:٠٠ م | 6 | 14.9960 | 15.0000 | 15.0000 | 15.0240 | 14.9470 | 14.9930 | 0.077 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠١:٠٠ م | 7 | 15.0020 | 15.0000 | 15.0010 | 15.0180 | 15.0070 | 15.0060 | 0.018 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٢:٠٠ م | 8 | 15.0000 | 15.0030 | 15.0000 | 15.0250 | 14.9880 | 15.0030 | 0.037 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٣:٠٠ م | 9 | 14.9970 | 14.9990 | 14.9990 | 15.0250 | 15.0170 | 15.0070 | 0.028 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٤:٠٠ م | 10 | 14.9980 | 15.0000 | 15.0020 | 15.0250 | 14.9930 | 15.0040 | 0.032 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٥:٠٠ م | 11 | 14.9960 | 15.0000 | 14.9990 | 14.9930 | 15.0050 | 14.9990 | 0.012 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٦:٠٠ م | 12 | 15.0000 | 15.0000 | 14.9990 | 14.9970 | 14.9830 | 14.9960 | 0.017 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ م | 13 | 14.9990 | 14.9990 | 14.9990 | 15.0300 | 15.0120 | 15.0080 | 0.031 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٨:٠٠ م | 14 | 15.0040 | 14.9990 | 15.0000 | 15.0110 | 14.9940 | 15.0020 | 0.017 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ٠٩:٠٠ م | 15 | 15.0000 | 15.0010 | 14.9990 | 14.9920 | 14.9950 | 14.9970 | 0.009 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ١٠:٠٠ م | 16 | 14.9980 | 15.0000 | 15.0000 | 14.9850 | 14.9870 | 14.9940 | 0.015 |
| ٠٣-أكتوبر-٠٣ | ١١:٠٠ م | 17 | 15.0030 | 15.0020 | 15.0000 | 15.0010 | 15.0070 | 15.0030 | 0.007 |
| ٠٤-أكتوبر-٠٣ | ١٢:٠٠ ص | 18 | 15.0040 | 15.0000 | 15.0010 | 15.0140 | 14.9860 | 15.0010 | 0.028 |
| ٠٤-أكتوبر-٠٣ | ٠١:٠٠ ص | 19 | 14.9990 | 15.0000 | 15.0010 | 14.9980 | 14.9950 | 14.9990 | 0.006 |
| ٠٤-أكتوبر-٠٣ | ٠٢:٠٠ ص | 20 | 15.0000 | 14.9980 | 14.9980 | 15.0270 | 15.0000 | 15.0050 | 0.029 |
| ٠٤-أكتوبر-٠٣ | ٠٣:٠٠ ص | 21 | 15.0010 | 15.0000 | 15.0000 | 14.9760 | 14.9830 | 14.9920 | 0.025 |
| ٠٤-أكتوبر-٠٣ | ٠٤:٠٠ ص | 22 | 14.9990 | 14.9990 | 15.0000 | 14.9920 | 15.0080 | 15.0000 | 0.016 |
| ٠٤-أكتوبر-٠٣ | ٠٥:٠٠ ص | 23 | 15.0000 | 15.0010 | 15.0010 | 14.9860 | 15.0240 | 15.0020 | 0.038 |
| ٠٤-أكتوبر-٠٣ | ٠٦:٠٠ ص | 24 | 14.9980 | 14.9980 | 15.0000 | 14.9800 | 14.9540 | 14.9860 | 0.046 |
| | | الوسط الحسابي | | | | | | 15.002 | 0.02846 |

**الحل:**

**أولاً - خريطة الوسط الحسابي:**

لإعداد خريطة الوسط الحسابي تم حساب الأوساط الحسابية وقيم المدى للمجموعات الجزئية، ثم الوسط الحسابي الكلي ومتوسط المدى كما يوضح الجدول (٤-٥). فمثلاً تم حساب الوسط الحسابي للمجموعتين الأوليين كما يلي:

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i = \frac{14.998+15.000+15.001+14.998+15.029}{5} = 15.005$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i = \frac{15.001+14.999+14.999+14.938+15.024}{5} = 14.992$$

وتم حساب المدى لأول مجموعتين كما يلي:

$$R_1 = x_{(5)} - x_{(1)} = 15.029 - 14.998 = 0.0310$$

$$R_2 = x_{(5)} - x_{(1)} = 15.024 - 14.938 = 0.0860$$

ثم تم حساب الوسط الحسابي الكلي ($\bar{\bar{x}}$) ومتوسط المدى كما يلي:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24} \bar{x}_i = \frac{15.005+14.992+15.007+...+14.986}{24} = 15.0002$$

$$\bar{R} = \frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24} R_i = \frac{0.031+0.086+0.016+...+0.046}{24} = 0.02846$$

وتم حساب حدي المراقبة لخريطة الوسط الحسابي حسب معادلات حدود المراقبة (4-4) كما يلي:

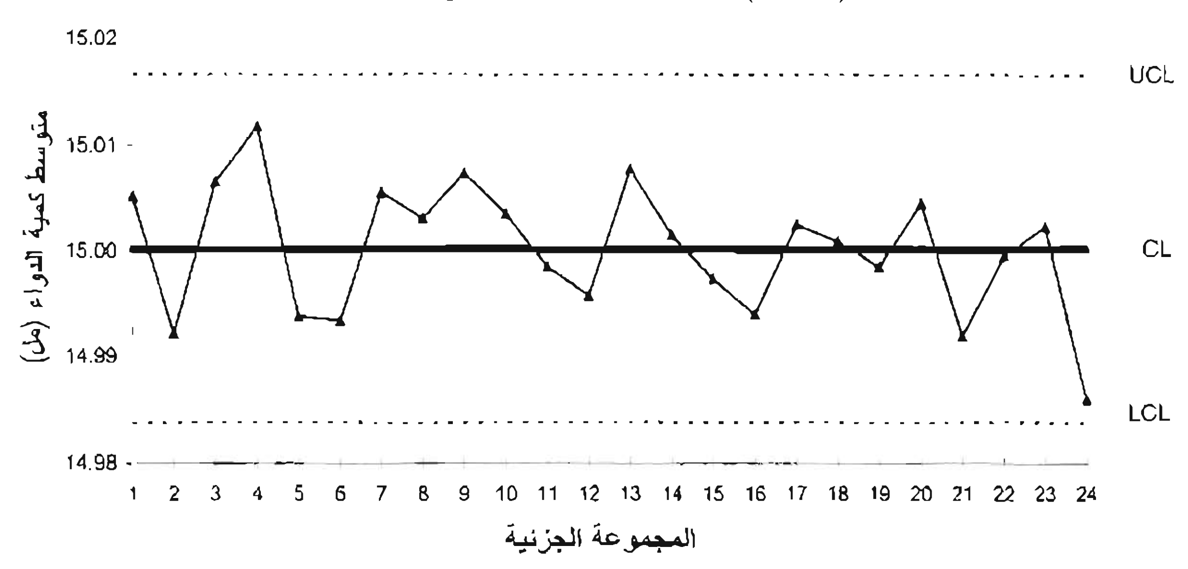
حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 15.0002 + 0.577x\, 0.02846 = 15.0166$

الخط المـــــركزي: $\bar{\bar{x}} = 15.0002$

حد المراقبة العلوي: $LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 15.0002 - 0.577 \times 0.02846 = 14.9838$

حيث إن قيمة الثابت ($A_2$) لمجموعة جزئية حجمها (5) تساوي (0.577). وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة الوسط الحسابي (الشكل ٤-١١).


شكل (٤-١١): خريطة الوسط الحسابي لكميات الدواء




**ثانياً - خريطة المدى:**

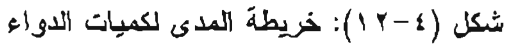
لإعداد خريطة المدى تم حساب قيم المدى للمجموعات الجزئية ومتوسط المدى كما موضح الجدول (٤-٥)، ثم تم حساب حدود المراقبة لخريطة المدى باستخدام معادلات حدود المراقبة (٤-٦) كما يلي:

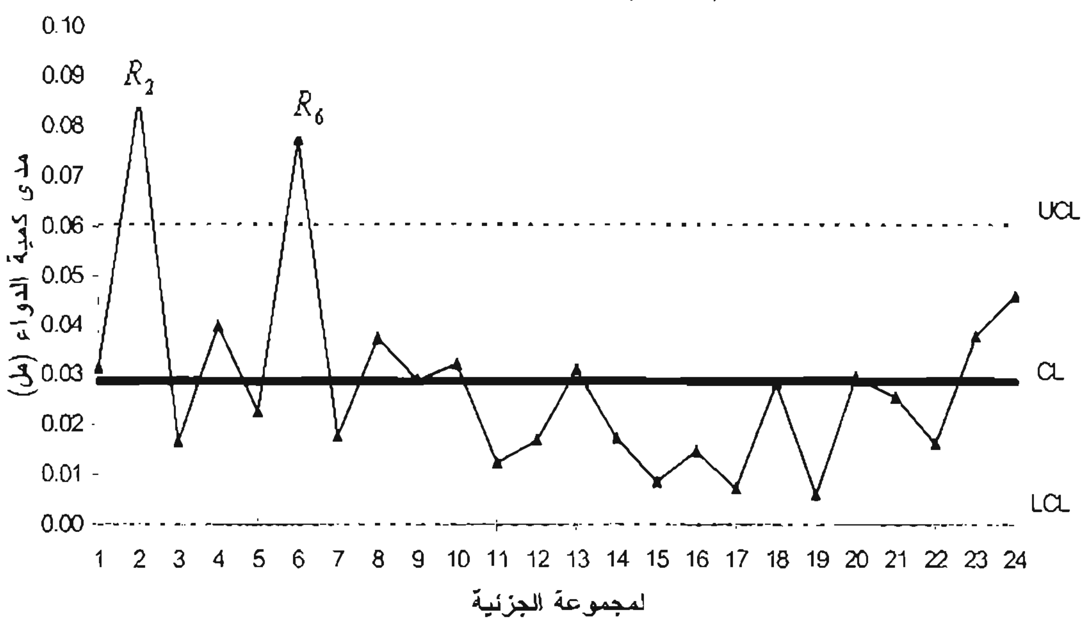
حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = D_4\bar{R} = 2.114 \times 0.02846 = 0.0602$

الخط المركزي: $\bar{R} = 0.0286$

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = D_3\bar{R} = 0 \times 0.02846 = 0$

حيث إن قيمتي الثابت ($D_4$) و($D_3$) لمجموعة جزئية حجمها (5) تساوي (2.114) وصفراً على التوالي. وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة المدى (شكل ٤-١٢).


شكل (٤-١٢): خريطة المدى لكميات الدواء

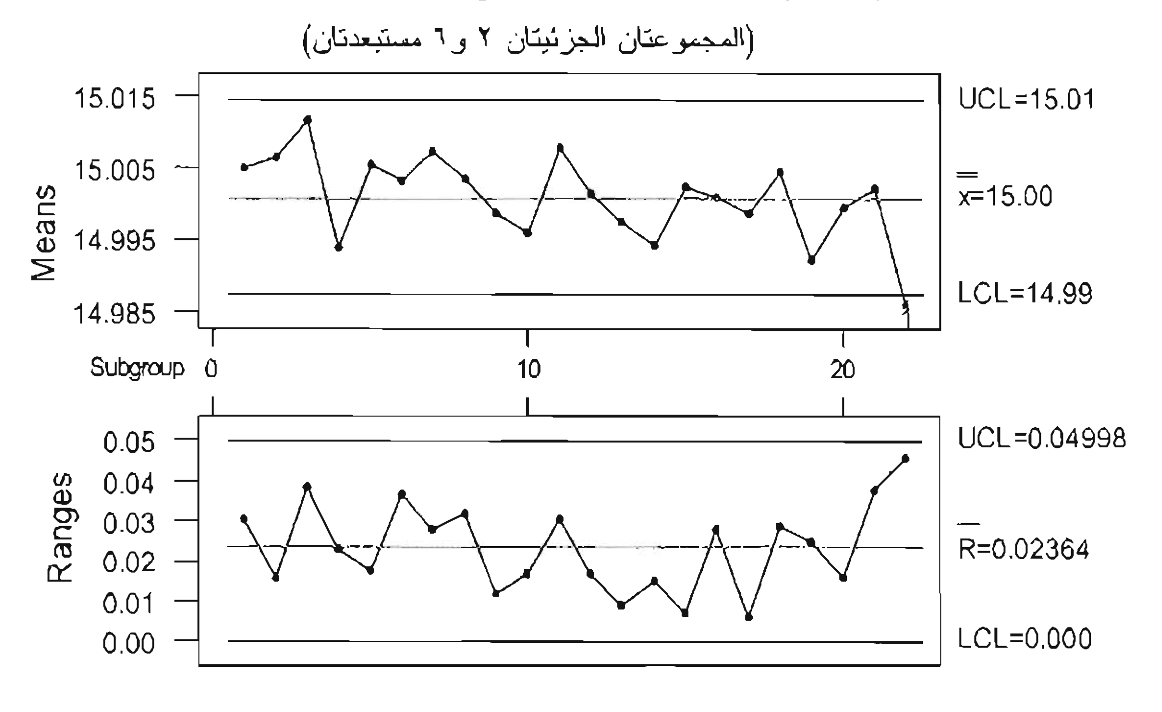



**تفسير الخريطة:**

كما أشرنا آنفاً يُفضل أن يتم أولاً تفسير خريطة المدى. فإذا تبين من تفسير خريطة المدى أن العملية تحت المراقبة الإحصائية يتم تفسير خريطة الوسط الحسابي للتأكد ما إذا كان متوسط مخرجات العملية تحت المراقبة أم لا. وفي هذا المثال يُلاحظ من خريطة المدى أن العملية خارج المراقبة الإحصائية لوقوع نقطتين خارج حد المراقبة العلوي (النقطتين الثانية والسادسة)، أي أنه لا يوجد استقرار إحصائي في تباين كمية الدواء. ويلاحظ من بيانات الجدول (٤-٤) أن التشتت في كميات الدواء البخاخ كبير لهاتين المجموعتين مقارنة ببقية المجموعات الأخرى. كما يلاحظ أن حدوث عدم استقرار العملية كان في المناوبة الأولى. فإذا تم تحديد السبب الخاص أو الأسباب لحالة عدم المراقبة، يتم استبعاد النقطتين وإعادة رسم خريطتي الوسط الحسابي والمدى وإعادة التفسير. وباعتبار أنه تم تحديد السبب الخاص من وراء وقوع النقطتين (المجموعة الجزئية الثانية والسادسة) خارج حد المراقبة العلوي – مثل صيانة جهاز التعبئة في هذه المناوبة – تم إعادة رسم خريطتي الوسط الحسابي والمدى (شكل ٤-١٣). ويتضح من خريطة المدى أن العملية مستقرة؛ لعدم وقوع نقطة خارج حدي المراقبة مع عدم وجود أنماط غير عادية. ويظهر من خريطة الوسط الحسابي وقوع نقطة المجموعة الجزئية (٢٤) خارج حد المراقبة السفلي، مما يشير إلى أن متوسط العملية خارج المراقبة الإحصائية. وباعتبار أيضاً تم تحديد السبب الخاص من وقوع النقطة خارج حد المراقبة السفلي، تم إعادة رسم خريطتي الوسط الحسابي والمدى (٤-١٤). ويظهر من الشكل أن العملية الآن مستقرة نظراً لعدم وقوع نقطة خارج حدي المراقبة ولعدم وجود أي نمط غير عادي في أي من الخريطتين. ومن ثم يمكن استخدام حدود المراقبة نفسها للخريطتين في مراقبة مخرجات العملية في المستقبل.

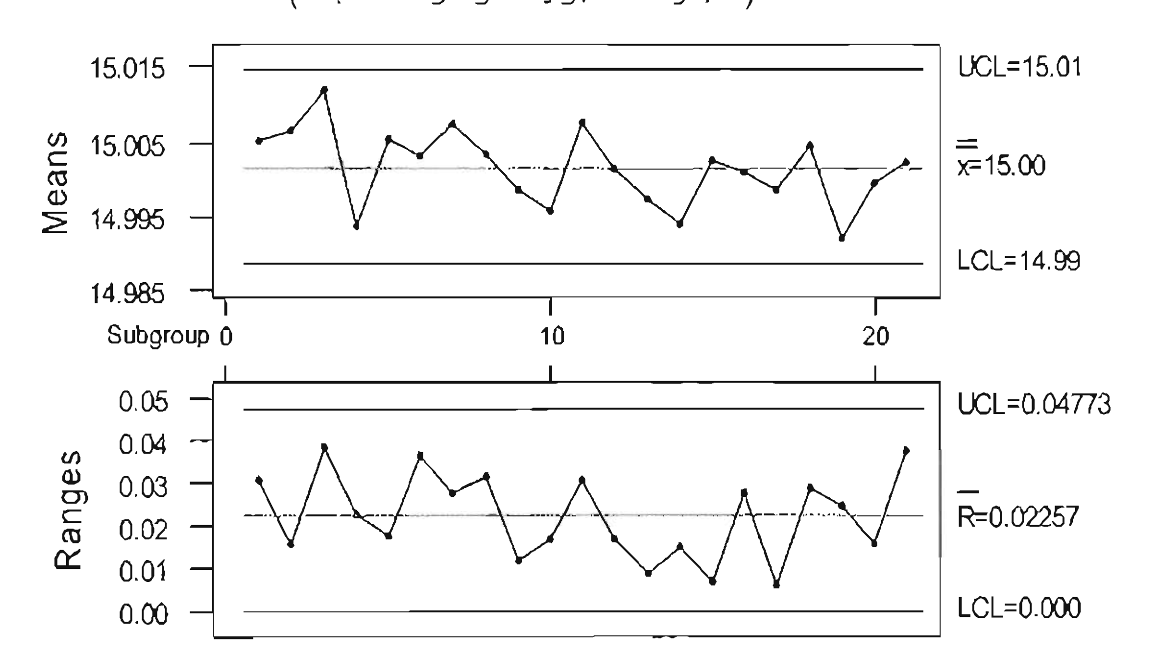
شكل (٤-١٣): خريطتا الوسط الحسابي والمدى لكميات الدواء

(المجموعتان الجزئيتان ٢ و٦ مستبعدتان)




شكل (٤-١٤): خريطتا الوسط الحسابي والمدى لكميات الدواء

(المجموعات الجزئية ٢ و٦ و٢٤ مستبعدة)



### ٤-٢-٣ خريطتا الوسط الحسابي والانحراف المعياري ($\bar{x}$ and s Charts):

تعتبر خريطتا الوسط الحسابي والانحراف المعياري وخريطتا الوسط الحسابي والمدى من أكثر الخرائط استخداماً. ويفضل استخدام خريطتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري في الحالات التالية (Montgomery 2001, p. 239):

* إذا كان حجم المجموعة الجزئية (n) كبيراً، (١٠) فأكبر؛ ذلك لأن الانحراف المعياري أكثر دقة بوصفه مقياساً للتشتت من المدى في حالة كبر حجم المجموعة الجزئية.
* إذا كان حجم المجموعة الجزئية متغيراً.

### خريطة الوسط الحسابي:

باتباع الخطوات السابقة نفسها لإعداد خريطة الوسط الحسابي وباستخدام مقدر الانحراف المعياري ($\hat{\sigma} = \bar{s}/C_4$) يتم حساب حدود المراقبة باستخدام الصيغ التالية:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \mu + 3\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \approx \bar{\bar{x}} + 3\frac{(\bar{s}/C_4)}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s}$

الخط المركزي: $= \bar{\bar{x}}$ (٤-٧)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \mu - 3\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \approx \bar{\bar{x}} - 3\frac{(\bar{s}/C_4)}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s}$

حيث إن:

($A_3 = 3/(c_4\sqrt{n})$) قيمة ثابتة تعتمد على حجم المجموعة الجزئية (n) (الملحق ٧)،

$\bar{s}$ متوسط الانحرافات المعيارية للمجموعات الجزئية ($\bar{s} = \frac{1}{g}\sum_{j=1}^{g} s_j$)، والانحراف المعياري للمجموعة $r$ يتم حسابه باستخدام الصيغة التالية: $s_r = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{ir} - \bar{x}_r)^2}$

### خريطة الانحراف المعياري:

لرسم خريطة الانحراف المعياري يتم حساب حدي المراقبة والخط المركزي حسب الصيغ التالية

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \mu_S + 3\sigma_S$

الخط المركزي: $\mu_S$ (٤-٨)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \mu_S - 3\sigma_S$

وبما أن قيمة كل من $\mu_S$ و $\sigma_S$ غالباً ما تكون مجهولة، يتم تقديرهما من بيانات العينة (المجموعات الجزئية).

ولعدد g مجموعة جزئية رشيدة حجم كل منها n مشاهدة، يتم حساب الانحراف المعياري لكل مجموعة ($s_1, s_2,..,s_g$) ومن ثم حساب الوسط الحسابي للانحرافات المعيارية. والوسط الحسابي للانحرافات المعيارية $\bar{s}$ هو مقدر $\mu_S$ (متوسط توزيع المعاينة للانحراف المعياري). ويتم تقدير $\sigma_S$ باستخدام الصيغة التالية (انظر Farnum 1994, p. 188):

$$\hat{\sigma}_S = \frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$$

حيث إن $c_4$ قيمة ثابتة تعتمد على حجم المجموعة الجزئية (n) (الملحق ٧)

وبإيجاد مقدري كل من $\mu_S$ و $\sigma_S$ يمكن إعادة كتابة معادلات حدي المراقبة كما يلي:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \bar{s} + 3\left(\frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}\right) = B_4\bar{s}$

الخط المركزي: $\bar{s}$ (٤-٩)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \bar{s} - 3\left(\frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}\right) = B_3\bar{s}$

حيث إن: $B_4 = 1 + (3/c_4)\sqrt{1-c_4^2}$ و $B_3 = 1 - (3/c_4)\sqrt{1-c_4^2}$ من القيم الثابتة التي تعتمد على حجم المجموعة الجزئية (n) محسوبة من الجدول (الملحق ٧).

وبعد إجراء الحسابات اللازمة يتم رسم الخط المركزي وحدي المراقبة، ثم تفسير الخريطة للتأكد من أن تشتت العملية في حالة مراقبة إحصائية. ويلاحظ من جدول الثوابت (الملحق ٧) أن حد المراقبة السفلي يكون مساوياً للصفر إذا كان حجم المجموعة الجزئية أقل من ٦. كما يجب ملاحظة أنه باستخدام خريطة الانحراف المعياري يمكن الحصول على إشارات خاطئة بوجود أسباب خاصة تؤثر في العملية؛ نظراً لعدم تماثل توزيع المعاينة للانحرافات المعيارية. لذا فإن استخدام ثلاثة انحرافات معيارية لحدي المراقبة العلوي والسفلي قد يزيد من معدل الإشارات الخاطئة. لذا طور ريان (Rayan, 1989, p.90) ما يُعرف بحدود الاحتمالات (Probability limits) لتكون بديلاً لحدي المراقبة. فإذا كان المتغير المراد مراقبته يتبع التوزيع الطبيعي فإن الانحراف المعياري للمتغير يتبع توزيع مربع كاي، ومن ثم يمكن حساب حدود الاحتمالات حسب الصيغ التالية:

حد الاحتمال العلوي (UPL): $UPL = \frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha}}{n-1}}$

الخط المركزي: $\bar{s}$ (٤-١٠)

حد الاحتمال السفلي (LPL): $LPL = \frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha}}{n-1}}$

فإذا كانت قيمة $\alpha$ تساوي (0.001) والعملية مستقرة فإنه يتوقع وقوع (٩٩,٨%) من النقاط داخل حدي الاحتمالات. ويلاحظ أن هذا الاحتمال قريب جداً لاحتمال وقوع نقطة داخل حدي المراقبة في حدود ثلاثة انحرافات معيارية لخريطة شوهارت وهو (0.9973).

**مثال (٤-٣): خريطتا الوسط الحسابي والانحراف المعياري:**

من بيانات المثال (٤-٢) والجدول (٤-٦) ارسم خريطتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري.

**الحل:**

**أولاً - خريطة الوسط الحسابي:**

لإعداد خريطة الوسط الحسابي تم حساب الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية للمجموعات الجزئية ثم الوسط الحسابي الكلي للمتوسطات والانحرافات المعيارية كما يوضح الجدول (٤-٦). وتم حساب الوسط الحسابي لكل مجموعة جزئية والوسط الحسابي الكلي كما في المثال السابق. كما تم حساب الانحراف المعياري لكل مجموعة جزئية ومتوسط الانحرافات المعيارية. فمثلاً تم حساب الانحراف المعياري للمجموعتين الأوليين كما يلي:

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{5}(x_{1i} - \bar{x}_1)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5-1}\left[(14.998-15.005)^2 + (15.0-15.005)^2 + (15.001-15.005)^2 + (14.998-15.005)^2 + (15.029-15.005)^2\right]} = 0.013$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{5}(x_{2i} - \bar{x}_2)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5-1}\left[(15.001-14.992)^2 + (14.999-14.992)^2 + (14.999-14.992)^2 + (14.938-14.992)^2 + (15.024-14.992)^2\right]} = 0.032$$

وتم حساب الوسط الحسابي لمتوسطات الانحراف المعياري كما يلي:

$$\bar{s} = \frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24} s_i = \frac{0.013+0.032+0.007+\ldots+0.020}{24} = 0.01145$$

ولحساب حدي المراقبة لخريطة الوسط الحسابي تم استخدام معادلات حدود المراقبة (٤-7) كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s} = 15.0002 + 1.427 \times 0.01145 = 15.0165$

الخط المـــــركزي: $\bar{\bar{x}} = 15.0002$

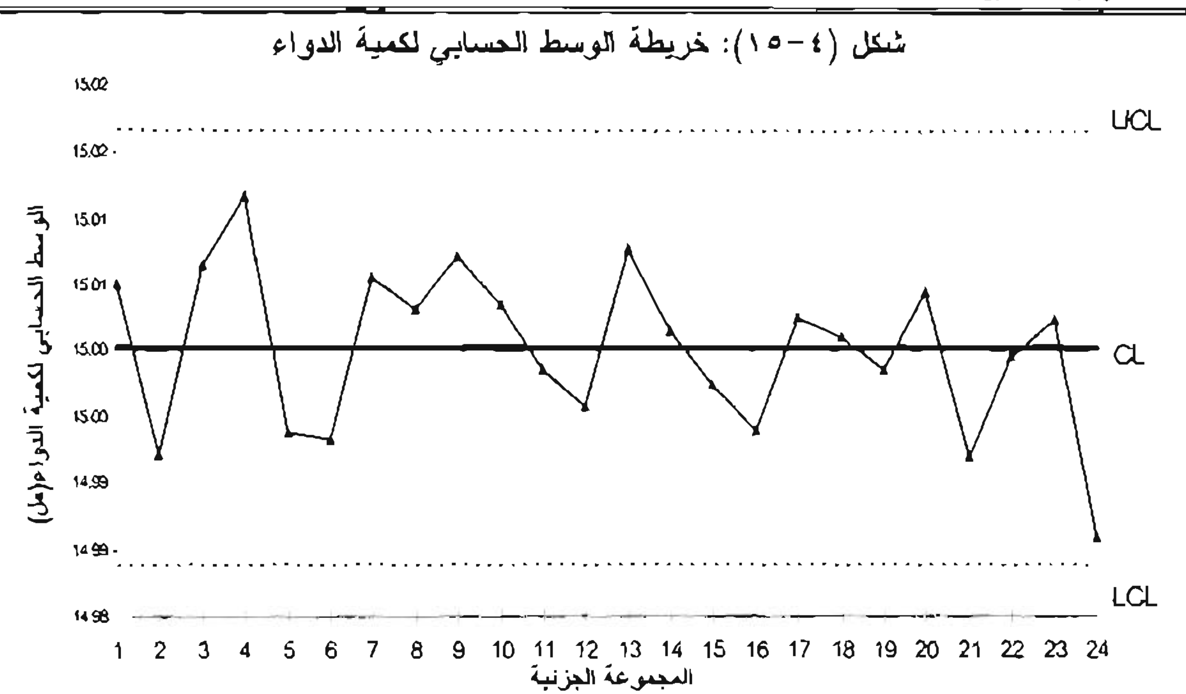
حد المراقبة العلوي: $LCL = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s} = 15.0002 - 1.427 \times 0.01145 = 14.9839$

حيث إن قيمة الثابت ($A_3$) لمجموعة جزئية حجمها (5) تساوي (1.427). وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة الوسط الحسابي (الشكل ٤-١٥).

جدول (٤-٦): الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمجموعات الجزئية

| رقم المجموعة الجزئية | المشاهدات (كمية الدواء في البخاخة، مل ) | | | | | الوسط الحسابي للمجموعة الجزئية | الانحراف المعياري |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $X_4$ | $x_5$ | $\bar{x}_i$ | $s_i$ |
| 1 | 14.998 | 15.000 | 15.001 | 14.998 | 15.029 | 15.005 | 0.013 |
| 2 | 15.001 | 14.999 | 14.999 | 14.938 | 15.024 | 14.992 | 0.032 |
| 3 | 15.001 | 15.002 | 15.001 | 15.012 | 15.017 | 15.007 | 0.007 |
| 4 | 15.002 | 15.001 | 15.000 | 15.039 | 15.017 | 15.012 | 0.017 |
| 5 | 14.998 | 14.999 | 15.000 | 14.977 | 14.995 | 14.994 | 0.010 |
| 6 | 14.996 | 15.000 | 15.000 | 15.024 | 14.947 | 14.993 | 0.028 |
| 7 | 15.002 | 15.000 | 15.001 | 15.018 | 15.007 | 15.006 | 0.007 |
| 8 | 15.000 | 15.003 | 15.000 | 15.025 | 14.988 | 15.003 | 0.013 |
| 9 | 14.997 | 14.999 | 14.999 | 15.025 | 15.017 | 15.007 | 0.013 |
| 10 | 14.998 | 15.000 | 15.002 | 15.025 | 14.993 | 15.004 | 0.012 |
| 11 | 14.996 | 15.000 | 14.999 | 14.993 | 15.005 | 14.999 | 0.005 |
| 12 | 15.000 | 15.000 | 14.999 | 14.997 | 14.983 | 14.996 | 0.007 |
| 13 | 14.999 | 14.999 | 14.999 | 15.030 | 15.012 | 15.008 | 0.014 |
| 14 | 15.004 | 14.999 | 15.000 | 15.011 | 14.994 | 15.002 | 0.006 |
| 15 | 15.000 | 15.001 | 14.999 | 14.992 | 14.995 | 14.997 | 0.004 |
| 16 | 14.998 | 15.000 | 15.000 | 14.985 | 14.987 | 14.994 | 0.007 |
| 17 | 15.003 | 15.002 | 15.000 | 15.001 | 15.007 | 15.003 | 0.003 |
| 18 | 15.004 | 15.000 | 15.001 | 15.014 | 14.986 | 15.001 | 0.010 |
| 19 | 14.999 | 15.000 | 15.001 | 14.998 | 14.995 | 14.999 | 0.002 |
| 20 | 15.000 | 14.998 | 14.998 | 15.027 | 15.000 | 15.005 | 0.013 |
| 21 | 15.001 | 15.000 | 15.000 | 14.976 | 14.983 | 14.992 | 0.012 |
| 22 | 14.999 | 14.999 | 15.000 | 14.992 | 15.008 | 15.000 | 0.006 |
| 23 | 15.000 | 15.001 | 15.001 | 14.986 | 15.024 | 15.002 | 0.014 |
| 24 | 14.998 | 14.998 | 15.000 | 14.980 | 14.954 | 14.986 | 0.020 |
| الوسط الحسابي | | | | | | 15.002 | 0.011445 |

شكل (٤-١٥): خريطة الوسط الحسابي لكمية الدواء




**ثانياً - خريطة الانحراف المعياري:**

لإعداد خريطة الانحراف المعياري تم حساب الانحراف المعياري لكل مجموعة جزئية، ثم متوسط الانحرافات المعيارية كما موضح بالجدول (٤-٦). وتم حساب حدود المراقبة للخريطة باستخدام معادلات حدود المراقبة (٤-٨) كما يلي:

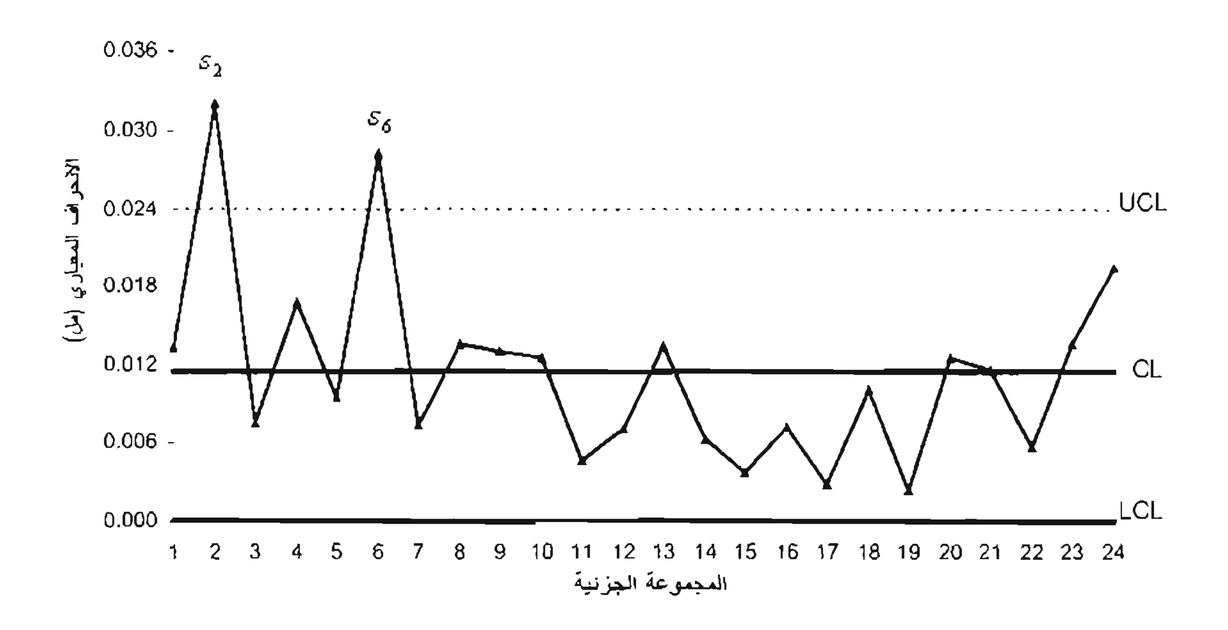
حد المراقبة العلوي: $UCL = B_4\bar{s} = 2.089 \times 0.01145 = 0.0239$

الخط المركزي: $= \bar{s} = 0.01145$

حد المراقبة السفلي: $LCL = B_3\bar{s} = 0 \times 0.01145 = 0$

حيث إن قيمتي الثابت ($B_4$) و($B_3$) لمجموعة جزئية حجمها (5) تساوي (2.089) وصفراً على التوالي (الملحق ٧). وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة الانحراف المعياري (الشكل ٤-١٦).

شكل (٤-١٦): خريطة الانحراف المعياري لكميات الدواء




**تفسير الخريطة:**

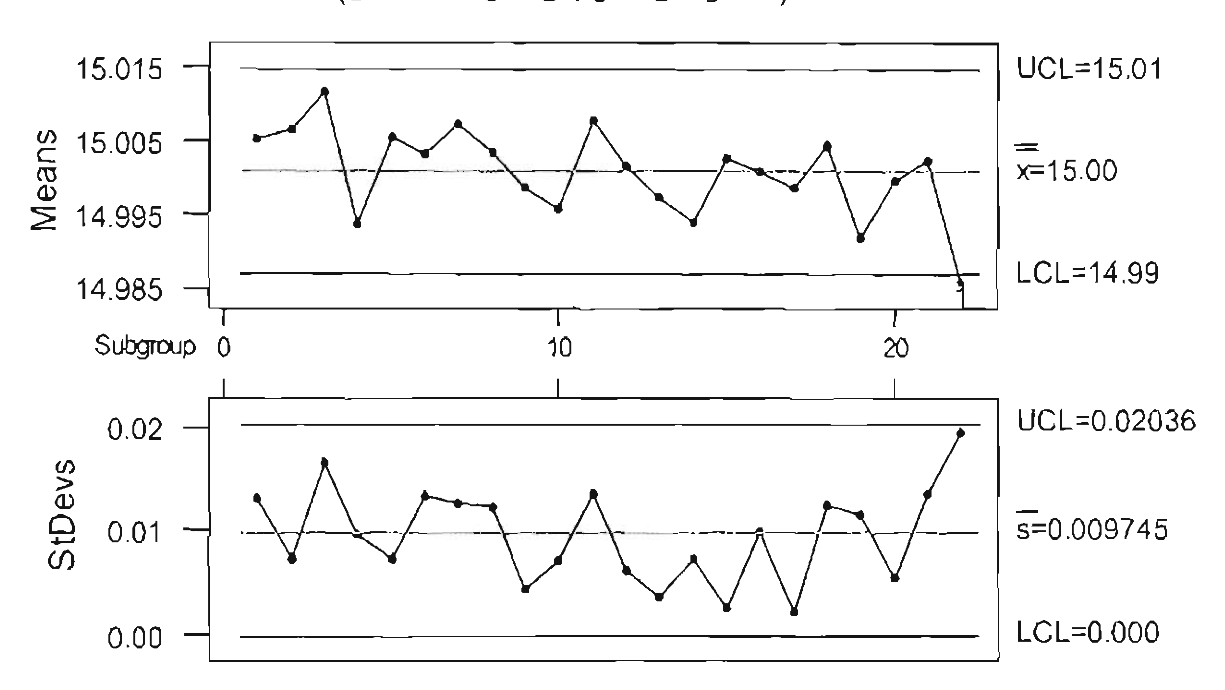
بما أن حدي المراقبة العلوي والسفلي في خريطة الوسط الحسابي يعتمدان على قيم الانحراف المعياري، فإنه يفضل أولاً تفسير خريطة الانحراف المعياري. فإذا تبين من خريطة الانحراف المعياري أن العملية تحت المراقبة الإحصائية يتم تفسير خريطة الوسط الحسابي للتأكد ما إذا كان متوسط مخرجات العملية تحت المراقبة أم لا. وأما إذا أظهرت خريطة الانحراف المعياري أن العملية خارج المراقبة فينصح بعدم تفسير خريطة الوسط الحسابي. وفي هذا المثال يلاحظ من خريطة الانحراف المعياري أن العملية خارج المراقبة لوقوع نقطتين خارج حد المراقبة العلوي (النقطتين الثانية والسادسة). ويلاحظ من بيانات الجدول (٤-٦) أن قيمة الانحراف المعياري لهاتين المجموعتين كبيرة مقارنة ببقية قيم الانحراف المعياري للمجموعات الأخرى. كما يلاحظ أن حدوث عدم استقرار العملية كان في المناوبة الأولى. فإذا تم تحديد السبب الخاص أو الأسباب لحالة عدم المراقبة، يتم استبعاد النقطتين وإعادة التحليل والتفسير.

وباعتبار أنه تم تحديد السبب الخاص من وراء وقوع النقطتين خارج حد المراقبة العلوي كما أوضحنا في المثال السابق تم إعادة رسم خريطتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري بعد استبعاد المجموعتين الجزئيتين ٢ و٦ (شكل ٤-١٧). ويتضح من خريطة الانحراف المعياري أن العملية مستقرة نظراً لعدم وقوع نقطة خارج حدي المراقبة مع عدم وجود أنماط غير عادية. ويظهر من خريطة الوسط الحسابي وقوع نقطة المجموعة الجزئية

(٢٤) خارج حد المراقبة السفلي، مما يشير إلى أن العملية غير مستقرة. وباعتبار أيضاً تم تحديد السبب الخاص من وقوع النقطة خارج حد المراقبة السفلي، تم إعادة رسم خريطتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري بعد استبعاد المجموعات الجزئية ٢ و٦ و٢٤ (شكل ٤-١٨). ويظهر من الشكل أن العملية الآن مستقرة؛ نظراً لعدم وقوع نقطة خارج حدي المراقبة ولعدم وجود أي نمط غير عادي في أي من الخريطتين. ومن ثم يمكن استخدام حدود المراقبة نفسها للخريطتين في مراقبة مخرجات العملية في المستقبل.

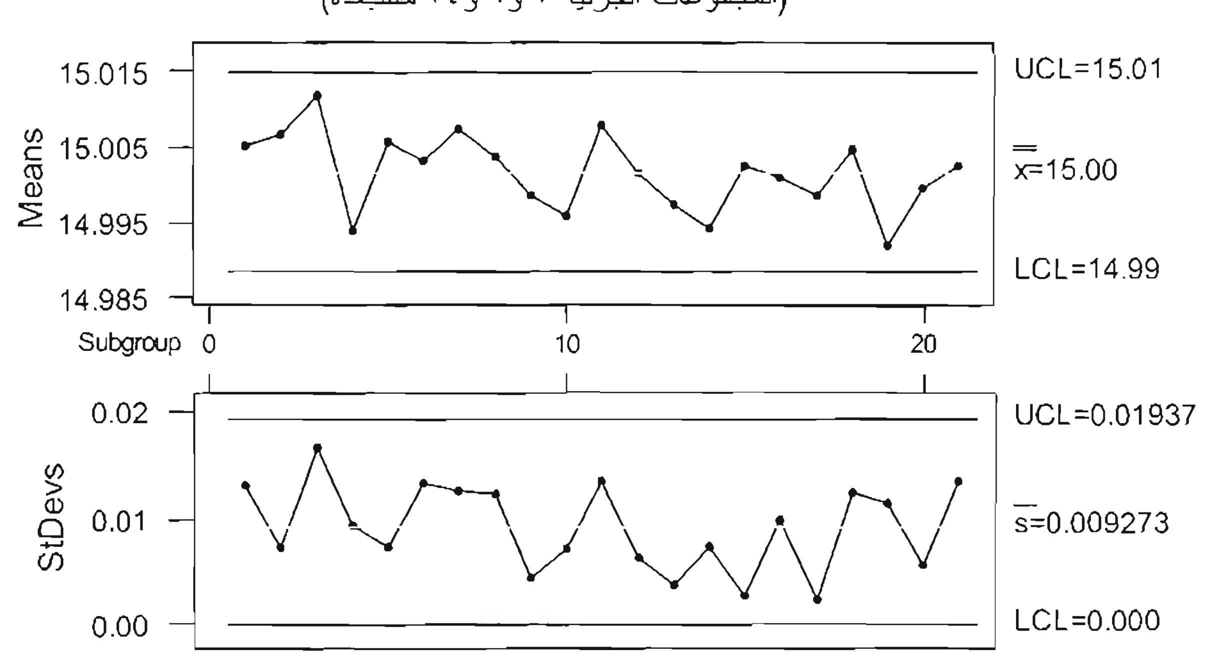
**شكل (٤-١٧): خريطتا الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكميات الدواء**

(المجموعتان الجزئيتان ٢ و٦ مستبعدتان)



شكل (٤-١٨): خريطتا الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكميات الدواء

(المجموعات الجزئية ٢ و٦ و٢٤ مستبعدة)




## ٤-٢-٤ خرائط المراقبة لأحجام مجموعات جزئية متغيرة:

### ٤-٢-٤-١ خريطتا الوسط الحسابي والانحراف المعياري (حالة أحجام جزئية متغيرة):

نواجه في بعض التطبيقات حالة عدم ثبات أحجام المجموعات الجزئية. وفي هذه الحالة يستخدم الترجيح لحساب كل من الوسط الحسابي الكلي $\bar{\bar{x}}$ ومتوسط الانحراف المعياري $\bar{s}$. فإذا كان $n_i$ يساوي عدد مشاهدات المجموعة الجزئية رقم $i$ فإن الوسط الحسابي الكلي، الخط المركزي لخريطة الوسط الحسابي، يتم حسابه كما يلي:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{g} n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{g} n_i} \qquad (4\text{-}11)$$

ويتم تقدير الانحراف المعياري باستخدام إحدى الطريقتين التاليتين:

- حساب الانحراف المعياري (Pooled s):

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{g} (n_i - 1) s_i^2}{\sum_{i=1}^{g} n_i - g}} \qquad (4\text{-}12)$$

- حساب الانحراف المعياري المرجح بأحجام العينات (Average s):

$$\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^{g} n_i s_i^2}{\sum_{i=1}^{g} n_i} \qquad (4\text{-}13)$$

ويتم حساب حدود المراقبة باستخدام المعادلتين (٤-٧) و(٤-٩) ذاتها على التوالي مع ملاحظة أن قيم الثوابت $A_3$ و$B_3$ و$B_4$ تعتمد على حجم العينة لكل مجموعة جزئية.

## خريطتا الوسط الحسابي والانحراف المعياري المعيارية:

### خريطة الوسط الحسابي المعيارية:

في حالة اختلاف أحجام المجموعات الجزئية تستخدم خرائط المراقبة المعيارية (Standardized Control Charts) للحصول على حدي مراقبة مستقيمين ومتوازيين. وفي الخريطة المعيارية يكون الخط المركزي مساوياً للصفر، وحدا المراقبة العلوي والسفلي مساويين لـ موجب ٣ وسالب ٣ على التوالي. ويتم حساب نقاط الخريطة بحساب القيم المعيارية التالية:

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{\bar{x}}}{\bar{s}\sqrt{n_i}} \qquad (4\text{-}14)$$

حيث إن $\bar{s}$ هو تقدير الانحراف المعياري حسب المعادلة (4-12) أو (4-13).

### خريطة المدى المعيارية:

لحساب القيم المعيارية للمدى $R_i$ يتم أولاً حساب القيم $r_i$ حيث

$$r_i = \frac{R_i}{\bar{s}} \qquad (4\text{-}15)$$

ومن ثم يتم حساب نقاط الخريطة كما يلي:

$$Z_i = \frac{r_i - d_2}{d_3} \qquad (4\text{-}16)$$

حيث إن $d_2$ و$d_3$ قيمتان ثابتتان تعتمدان على حجم العينة (ملحق ٧)

ويتم رسم النقاط $Z_i$ في الخريطة التي خطها المركزي يساوي الصفر (CL=0) وحدها العلوي يساوي موجب ثلاثة (UCL=+3) وحدها السفلي يساوي سالب ثلاثة (LCL=-3).

### ٤-٢-٤-٢ خريطتا الوسط الحسابي والمدى (حالة أحجام مجموعات جزئية متغيرة):

**خريطة الوسط الحسابي:**

لحساب حدود المراقبة لخريطتي الوسط الحسابي والمدى يتم حساب تقدير الانحراف المعياري كما يلي:

$$\hat{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{g} f_i \frac{R_i}{d_2(n_i)}}{\sum_{i=1}^{g} f_i} \qquad (4\text{-}17)$$

حيث إن: $f_i = \frac{d_2^2(n_i)}{d_3^2(n_i)}$ و$R_i$ مدى المجموعة الجزئية رقم i و$d_2$ و$d_3$ قيم ثابتة تعتمد على حجم العينة (ملحق ٧). ونقاط الخريطة هي قيم الوسط الحسابي لكل مجموعة جزئية ($\bar{x}_i$). ومن ثم يتم حساب حدود المراقبة كما يلي:

| | |
|---|---|
| حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \bar{\bar{x}} + \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n_i}}$ | |
| الخط المركزي: $\bar{\bar{x}}$ | (٤-١٨) |
| حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \bar{\bar{x}} - \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n_i}}$ | |

**خريطة المدى:**

نقاط خريطة المدى هي قيم مدى المجموعات الجزئية $R_i$، ويتم حساب حدود المراقبة كما يلي:

| | |
|---|---|
| حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = d_2(n_i)\hat{\sigma} + 3d_3(n_i)\hat{\sigma}$ | |
| الخط المركزي: $d_2(n_i)\hat{\sigma}$ | (٤-١٩) |
| حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = d_2(n_i)\hat{\sigma} - 3d_3(n_i)\hat{\sigma}$ | |

**مثال (٤-٤): خريطتا الوسط الحسابي والانحراف المعياري (حالة أحجام مجموعات جزئية متغيرة):**

تعتبر فترة انتظار العملاء في أحد البنوك من المؤشرات المهمة التي تحرص إدارة البنك على قياسها ومراقبتها. ولمراقبة فترة الانتظار العملاء لحين الحصول على الخدمة المطلوبة يقوم قسم الجودة بالبنك باختيار خمسة عملاء كل ساعة عشوائياً ، وذلك باستخدام طريقة العينة العشوائية المنتظمة (Systematic random sampling) ، ويتطلب من أي عميل تم اختياره في العينة تسجيل فترة الانتظار من وقت الوصول إلى حين

الحصول على الخدمة المطلوبة. الجدول التالي (٤-٧) يوضح فترات الانتظار بالدقائق للدوام الصباحي لمدة (٢٥) يوماً. ويلاحظ من الجدول أن بعض العملاء لا يقومون بتسجيل فترات انتظارهم في البنك، إذ تُراوح أحجام المجموعات الجزئية ما بين (٣) إلى (٥) مشاهدات. المطلوب إعداد خريطتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذه البيانات، وهل العملية مستقرة؟

**الحل:**

**أولاً خريطة الوسط الحسابي:**

لإعداد خريطة الوسط الحسابي تم حساب الأوساط الحسابية كما موضح بالجدول (٤-٧)، ثم يتم الوسط الحسابي الكلي كما يلي:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{25} n_i} = \frac{4\times10.775+5\times9.52+...+5\times11.46}{4+5+...+5} = \frac{1437.3}{114} = 12.608$$

والوسط الحسابي للانحراف المعياري:

$$\bar{S} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{25}(n_i-1)S_i^2}{\sum_{i=1}^{25} n_i - 25}} = \sqrt{\frac{(4-1)\times16.0092+(5-1)\times10.777+...+(5-1)\times16.258}{4+5+...+5-25}} = \sqrt{\frac{1994.062}{114-25}} = 4.733$$

وبما أن أحجام المجموعات الجزئية متغيرة؛ فإن حدي المراقبة العلوي والسفلي يكونان غير مستقيمين؛ ذلك لأن قيم الثوابت تختلف باختلاف حجم العينة. فمثلاً تم حساب حدي المراقبة للمجموعة الجزئية الأولى كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s} = 12.6079 + 1.628 \times 4.7334 = 20.3139$

الخط المركزي: $\bar{\bar{x}} = 12.6079$

حد المراقبة السفلي: $UCL = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s} = 12.6079 - 1.628 \times 4.7334 = 4.9019$

حيث إن قيمة الثابت ($A_3$) لمجموعة جزئية حجمها (4) تساوي (1.628). وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة الوسط الحسابي (الشكل ٤-١٩).

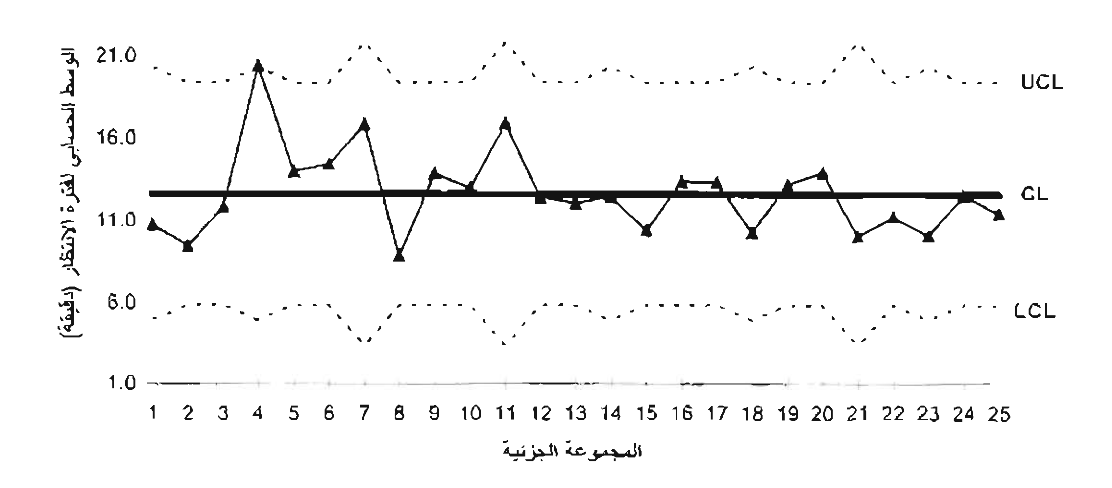
جدول (٤-٧): فترات انتظار عملاء البنك لحين الحصول على الخدمة المطلوبة والوسط الحسابي والانحراف المعياري لفترات الانتظار

| المجموعة الجزئية | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $\bar{x}_i$ | $s_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10.3 | 13.5 | 14.0 | 5.3 | | 10.7750 | 16.0092 |
| 2 | 11.0 | 8.5 | 7.8 | 5.9 | 14.4 | 9.5200 | 10.7770 |
| 3 | 10.1 | 12.3 | 7.3 | 20.3 | 9.5 | 11.9000 | 25.2200 |
| 4 | 14.5 | 36.5 | 10.5 | 20.3 | | 20.4500 | 130.6767 |
| 5 | 10.2 | 17.8 | 13.5 | 17.1 | 11.4 | 14.0000 | 11.3750 |
| 6 | 15.0 | 13.2 | 14.3 | 15.3 | 14.4 | 14.4400 | 0.6530 |
| 7 | 10.4 | 24.5 | 15.7 | | | 16.8667 | 50.7233 |
| 8 | 9.3 | 5.4 | 4.2 | 14.7 | 11.0 | 8.9200 | 18.1370 |
| 9 | 18.8 | 13.2 | 5.9 | 16.1 | 15.5 | 13.9000 | 23.9750 |
| 10 | 10.2 | 14.2 | 6.5 | 16.2 | 18.0 | 13.0200 | 21.6920 |
| 11 | 17.4 | 11.5 | 21.9 | | | 16.9333 | 27.2033 |
| 12 | 15.6 | 8.2 | 14.6 | 8.3 | 15.6 | 12.4600 | 14.9380 |
| 13 | 18.3 | 12.9 | 7.8 | 8.9 | 12.5 | 12.0800 | 16.9920 |
| 14 | 6.4 | 10.1 | 17.7 | 15.6 | | 12.4500 | 26.5367 |
| 15 | 5.0 | 11.9 | 13.6 | 7.5 | 14.2 | 10.4400 | 16.1230 |
| 16 | 15.3 | 17.7 | 15.4 | 14.7 | 3.8 | 13.3800 | 29.9870 |
| 17 | 14.4 | 8.8 | 6.7 | 13.9 | 22.9 | 13.3400 | 39.3830 |
| 18 | 9.9 | 12.6 | 3.4 | 15.4 | | 10.3250 | 26.3558 |
| 19 | 14.7 | 14.2 | 10.4 | 8.5 | 18.3 | 13.2200 | 14.7970 |
| 20 | 16.5 | 18.3 | 16.4 | 8.2 | 10.3 | 13.9400 | 19.4530 |
| 21 | 7.3 | 10.5 | 12.5 | | | 10.1000 | 6.8800 |
| 22 | 13.8 | 9.9 | 14.4 | 10.2 | 7.9 | 11.2400 | 7.6430 |
| 23 | 10.4 | 13.1 | 5.9 | 11.2 | | 10.1500 | 9.3100 |
| 24 | 13.7 | 10.9 | 9.6 | 18.1 | 10.4 | 12.5400 | 12.0430 |
| 25 | 10.2 | 14.5 | 6.2 | 10.0 | 16.4 | 11.4600 | 16.2580 |

جدول (٤-٨): المجموعات الجزئية الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية وحدود المراقبة لخريطة الوسط الحسابي

| المجموعة الجزئية | $n_i$ | $\bar{x}_i$ | UCL | $\bar{\bar{x}}$ | LCL | $A_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 10.7750 | 20.3139 | 12.6079 | 4.9019 | 1.6280 |
| 2 | 5 | 9.5200 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 3 | 5 | 11.9000 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 4 | 4 | 20.4500 | 20.3139 | 12.6079 | 4.9019 | 1.6280 |
| 5 | 5 | 14.0000 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 6 | 5 | 14.4400 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 7 | 3 | 16.8667 | 21.8570 | 12.6079 | 3.3588 | 1.9540 |
| 8 | 5 | 8.9200 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 9 | 5 | 13.9000 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 10 | 5 | 13.0200 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 11 | 3 | 16.9333 | 21.8570 | 12.6079 | 3.3588 | 1.9540 |
| 12 | 5 | 12.4600 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 13 | 5 | 12.0800 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 14 | 4 | 12.4500 | 20.3139 | 12.6079 | 4.9019 | 1.6280 |
| 15 | 5 | 10.4400 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 16 | 5 | 13.3800 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 17 | 5 | 13.3400 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 18 | 4 | 10.3250 | 20.3139 | 12.6079 | 4.9019 | 1.6280 |
| 19 | 5 | 13.2200 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 20 | 5 | 13.9400 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 21 | 3 | 10.1000 | 21.8570 | 12.6079 | 3.3588 | 1.9540 |
| 22 | 5 | 11.2400 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 23 | 4 | 10.1500 | 20.3139 | 12.6079 | 4.9019 | 1.6280 |
| 24 | 5 | 12.5400 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |
| 25 | 5 | 11.4600 | 19.3625 | 12.6079 | 5.8533 | 1.4270 |

شكل (٤-١٩): خريطة الوسط الحسابي لفترات انتظار العملاء في أحد البنوك




ثانياً - خريطة الانحراف المعياري:

لإعداد خريطة الانحراف المعياري تم حساب الانحراف المعياري لكل مجموعة جزئية ومن ثم حساب متوسط الانحرافات المعيارية كما موضح بالجدول (٤-٩). وبما أن أحجام المجموعات الجزئية متغيرة فإن حدي المراقبة العلوي والسفلي يكونان غير مستقيمين؛ ذلك لأن قيم الثوابت تختلف باختلاف حجم العينة. فمثلاً تم حساب حدي المراقبة للمجموعة الجزئية الأولى كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = B_4\bar{s} = 2.266 \times 4.7334 = 10.7259$

الخط المركزي: $\bar{s} = 4.7334$

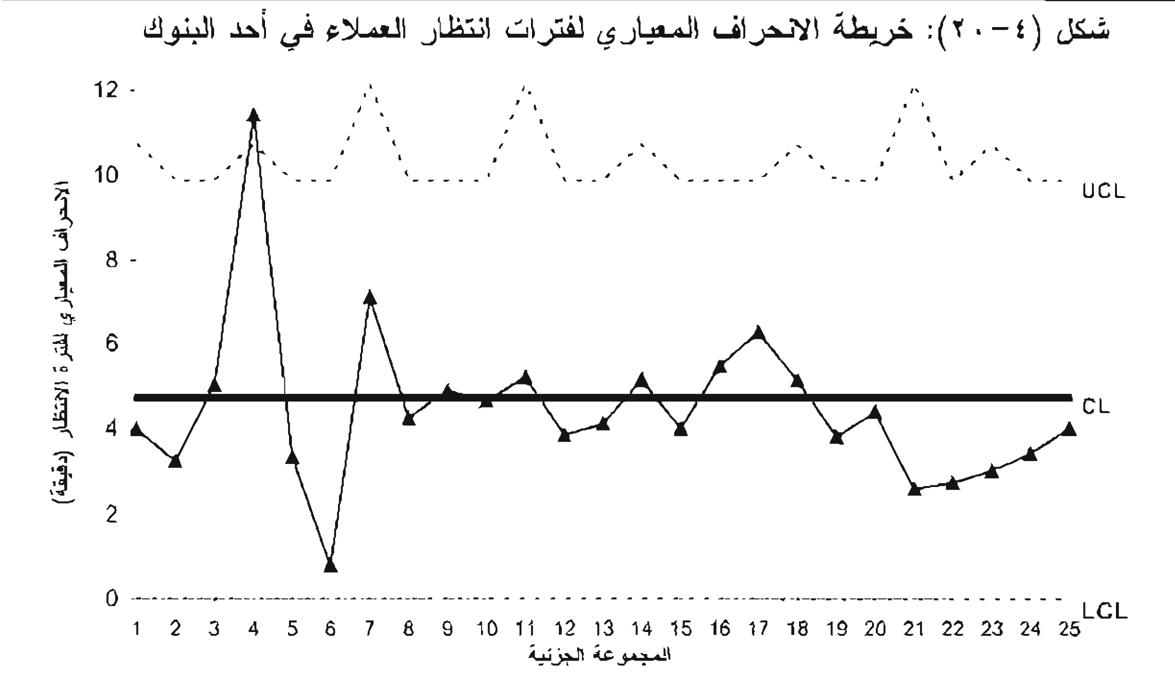
حد المراقبة السفلي: $LCL = B_3\bar{s} = 0 \times 4.7334 = 0$

حيث إن قيمتي الثابت ($B_4$) و($B_3$) لمجموعة جزئية حجمها (4) تساوي (2.266) وصفراً على التوالي (الملحق ٧). وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة الانحراف المعياري (انظر الشكل ٤-٢٠).

جدول (٤-٩): المجموعات الجزئية الانحرافات المعيارية وحدود المراقبة لخريطة الانحراف المعياري

| $B_3$ | $B_4$ | LCL | $\bar{s}$ | UCL | $s_i$ | $n_i$ | المجموعة الجزئية |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2.2660 | 0 | 4.7334 | 10.7259 | 4.0011 | 4 | 1 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 3.2828 | 5 | 2 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 5.0220 | 5 | 3 |
| 0 | 2.2660 | 0 | 4.7334 | 10.7259 | 11.4314 | 4 | 4 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 3.3727 | 5 | 5 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 0.8081 | 5 | 6 |
| 0 | 2.5680 | 0 | 4.7334 | 12.1554 | 7.1220 | 3 | 7 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 4.2588 | 5 | 8 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 4.8964 | 5 | 9 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 4.6575 | 5 | 10 |
| 0 | 2.5680 | 0 | 4.7334 | 12.1554 | 5.2157 | 3 | 11 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 3.8650 | 5 | 12 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 4.1221 | 5 | 13 |
| 0 | 2.2660 | 0 | 4.7334 | 10.7259 | 5.1514 | 4 | 14 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 4.0153 | 5 | 15 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 5.4760 | 5 | 16 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 6.2756 | 5 | 17 |
| 0 | 2.2660 | 0 | 4.7334 | 10.7259 | 5.1338 | 4 | 18 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 3.8467 | 5 | 19 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 4.4106 | 5 | 20 |
| 0 | 2.5680 | 0 | 4.7334 | 12.1554 | 2.6230 | 3 | 21 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 2.7646 | 5 | 22 |
| 0 | 2.2660 | 0 | 4.7334 | 10.7259 | 3.0512 | 4 | 23 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 3.4703 | 5 | 24 |
| 0 | 2.0890 | 0 | 4.7334 | 9.8881 | 4.0321 | 5 | 25 |

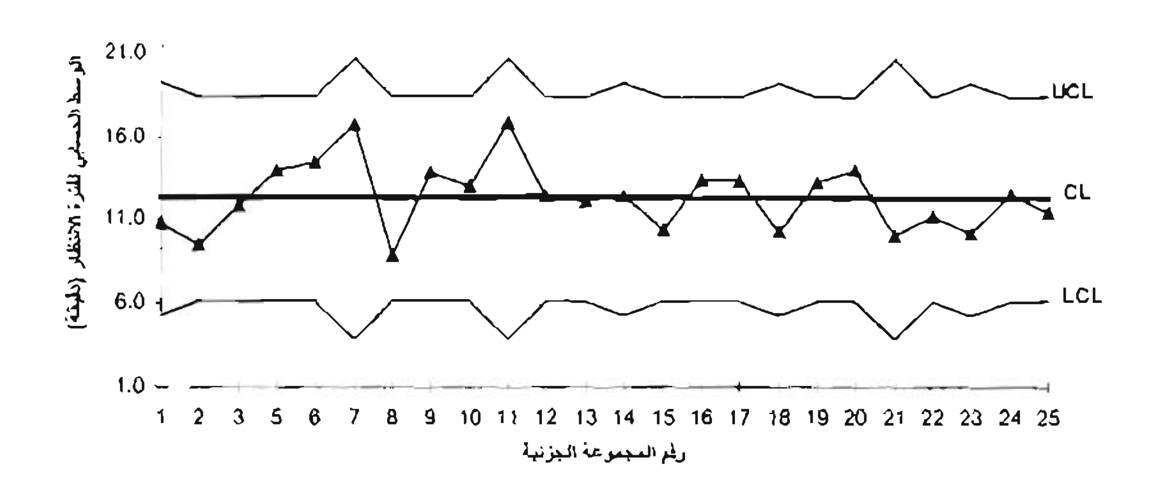
شكل (٤-٢٠): خريطة الانحراف المعياري لفترات انتظار العملاء في أحد البنوك



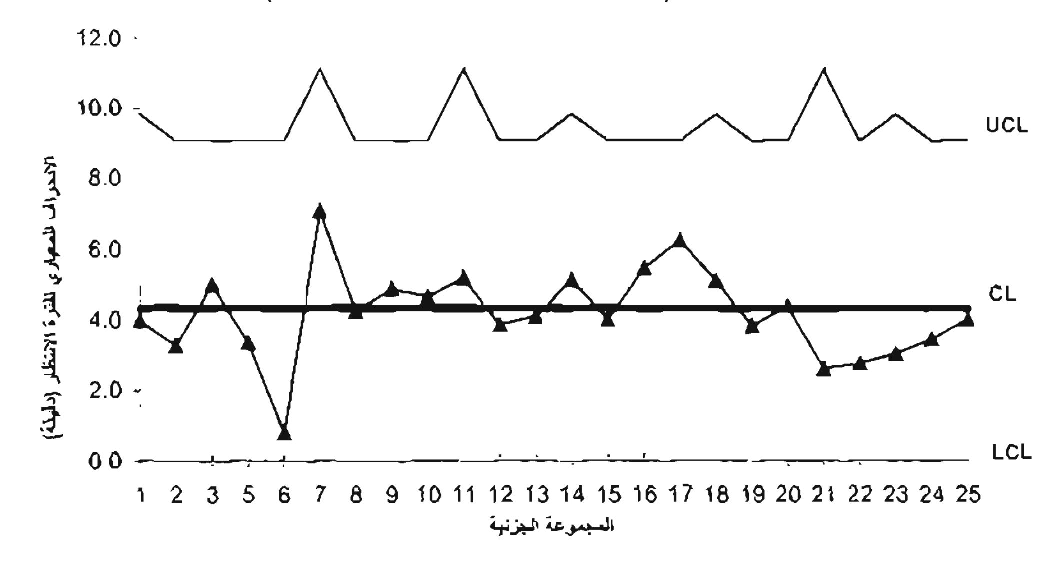

## تفسير الخريطة:

يظهر من خريطة الانحراف المعياري (الشكل ٤-٢٠) وقوع نقطة المجموعة الجزئية الرابعة خارج حد المراقبة العلوي. ويلاحظ من بيانات الجدول (٤-٩) أن قيمة الانحراف المعياري لهذه المجوعة كبيرة مقارنة ببقية قيم الانحراف المعياري للمجموعات الأخرى. وبتعقب الأسباب الخاصة، تبين حدوث أعطال متكررة في الحاسب الآلي في ذلك اليوم؛ مما نتج عنه فترات انتظار مختلفة. وبما أنه تم كشف السبب الخاص من وراء وقوع النقطة (المجموعة الجزئية رقم ٤) تم إعادة رسم خريطتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري بعد استبعاد المجموعة الجزئية الرابعة (انظر الشكلين ٤-٢١ و ٤-٢٢). ويظهر من الخريطتين أن جميع النقاط تقع داخل حدي المراقبة. وكما أشرنا في بداية الفصل إلى أنه تستخدم جميع اختبارات الكشف عن وجود أسباب خاصة في حالة ثبات أحجام العينة (المجموعات الجزئية)، باستثناء الاختبار الأول وهو وقوع نقطة أو أكثر خارج حدي المراقبة، والذي يستخدم في حالتي ثبات وتغير أحجام العينات.

شكل (٤-٢١): خريطة الوسط الحسابي لفترات انتظار العملاء في أحد البنوك
(المجموعة الجزئية الرابعة مستبعدة)




شكل (٤-٢٢): خريطة الانحراف المعياري لفترات انتظار العملاء في أحد البنوك
(المجموعة الجزئية الرابعة مستبعدة)




### ٤-٢-٥ خرائط المراقبة المبنية على قيم معيارية وحالة معرفة معالم خاصية الجودة:

تستخدم في بعض الأحيان القيم المعيارية (Standard Values) لإعداد خريطة المراقبة بدلاً من استخدام بيانات العينة لتقدير معالم الخريطة. والقيم المعيارية هي معالم خصائص الجودة المراد ضبطها. وفي حالة

استخدام القيم المعيارية يتم تطبيق معادلات مختلفة عن تلك المبنية على تقدير معالم الخريطة من بيانات العينة (المجموعات الجزئية). وفيما يلي نستعرض خرائط الوسط الحسابي والمدى والانحراف المعياري المبنية على قيم معيارية والتي تستخدم أيضاً في حالة معرفة معالم الخاصية المراد ضبطها.

**خريطة الوسط الحسابي:**

- نقاط الخريطة: نقاط الخريطة هي الأوساط الحسابية للمجموعات الجزئية ( $\bar{x}_i$ ) أو ($x_i$) في حالة المشاهدات الفردية.
- حدود المراقبة:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \mu_0 + 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$

الخط المركزي (CL) : $\mu_0$ (٤-٢٠)

حد المراقبة السفلي(LCL) : $LCL = \mu_0 - 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$

حيث تكون $\mu_0$ القيمة المعيارية للوسط الحسابي و $\sigma_0$ القيمة المعيارية للانحراف المعياري، و n حجم العينة (المجموعة الجزئية).

**خريطة المدى:**

- نقاط الخريطة: نقاط الخريطة هي قيم مدى المجموعات الجزئية ($R_i$).

**حدود المراقبة:**

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = d_2\sigma_0 + 3d_3\sigma_0$

الخط المركزي : $d_2\sigma_0$ (٤-٢١)

حد المراقبة السفلي(LCL) : $LCL = d_2\sigma_0 - 3d_3\sigma_0$ أو يساوي صفراً، إذا كانت قيمة $(d_2\sigma_0 - 3d_3\sigma_0)$ سالبة.

حيث إن $\sigma_0$ القيمة المعيارية للانحراف المعياري، و $d_2$ و $d_3$ قيم ثابتة تعتمد على حجم المجموعة الجزئية (انظر الملحق ٧).

**خريطة الانحراف المعياري:**

- نقاط الخريطة: نقاط الخريطة هي الانحرافات المعيارية للمجموعات الجزئية ($s_i$)

حدود المراقبة:

| | |
|---|---|
| حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = B_6\sigma_0$ | |
| الخط المركزي: $c_4\sigma_0$ | (٤-٢٢) |
| حد المراقبة السفلي(LCL) : $LCL = B_5\sigma_0$ | |

حيث إن $\sigma_0$ القيمة المعيارية للانحراف المعياري و $B_5$ و $B_6$ و $c_4$ قيم ثابتة تعتمد على حجم المجموعة الجزئية (الملحق ٧).

**مثال (٤-٥):**

من بيانات المثال (٤-٢) أعد رسم خريطتي الوسط الحسابي والمدى، علماً بأن القيمة المعيارية لمتوسط سعة البخاخ (15 ml) ، والقيمة المعيارية للانحراف المعياري هي (0.009 ml). فهل تشير الخريطة إلى وجود أسباب خاصة؟.

**الحل:**

**أولاً - خريطة الوسط الحسابي:**

نقاط الخريطة: هي المتوسطات الحسابية للمجموعات الجزئية كما موضح بالجدول (4-5).

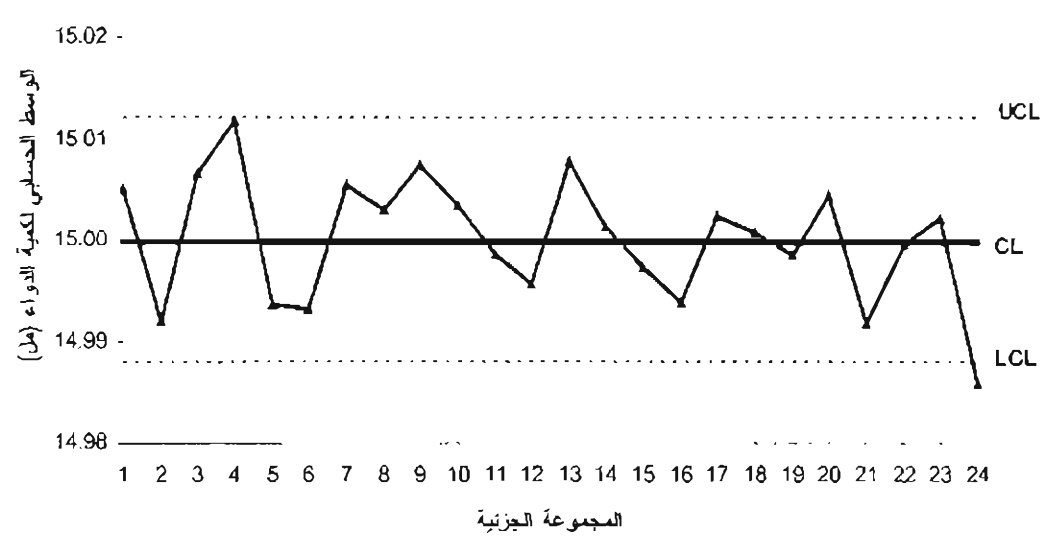
- حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \mu_0 + 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} = 15 + 3\times\frac{0.009}{\sqrt{5}} = 15.0121$

- الخط المركزي: $\mu_0 = 15$

- **حد المراقبة السفلي** (LCL): $LCL = \mu_0 - 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} = 15 - 3\times\frac{0.009}{\sqrt{5}} = 14.9879$

وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة مراقبة للوسط الحسابي (شكل ٤-٢٣).

شكل (٤-٢٣): خريطة الوسط الحسابي لكميات الدواء




**ثانياً - خريطة المدى:**

نقاط الخريطة: نقاط الخريطة هي قيم مدى المجموعات الجزئية كما موضح بالجدول (٤-٥).

حدود المراقبة:

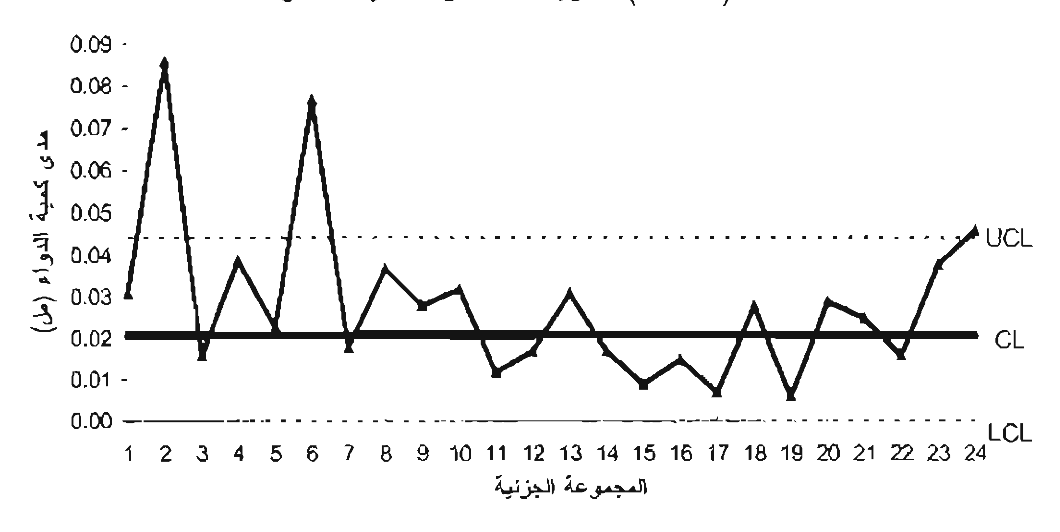
- حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = d_2\sigma_0 + 3d_3\sigma_0 = 2.326 \times 0.009 + 3 \times 0.864 \times 0.009 = 0.04426$

- الخط المركزي : $d_2\sigma_0 = 2.326 \times 0.009 = 0.02093$

- حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = d_2\sigma_0 - 3d_3\sigma_0 = 2.326 \times 0.009 - 3 \times 0.864 \times 0.009 = -0.002394 \Rightarrow LCL = 0$

وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة مراقبة المدى (انظر الشكل ٤-٢٤).

شكل (٤-٢٤): خريطة المدى لكميات الدواء



ويظهر من الخريطتين اللتين استخدمنا في إعدادهما القيمة المعيارية لكل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري، أن العملية غير مستقرة لوقوع ثلاث نقاط خارج حد المراقبة العلوي في خريطة المدى ولوقوع نقطة خارج حد المراقبة السفلي في خريطة الوسط الحسابي. ويجب أن نشير هنا إلى أن القيمة المعيارية للوسط الحسابي والانحراف المعياري قد تكون غير ملائمة للعملية المراد مراقبتها، مما ينتج عنه حدوث مؤشرات خارج مراقبة خاطئة. الأمر الذي يستدعي البحث عن أسباب لعدم استقرار العملية غير موجودة. ويرجع ذلك إلى أن القيم المعيارية التي تضعها الإدارة ربما تكون غير متسقة مع الواقع الحالي للعمليات.

**٤-٢-٦ تقييم أداء خريطة الوسط الحسابي:**

توجد طريقتان لتقييم أداء خريطة المراقبة هما: رسم منحنى خاصية التشغيل (Operating characteristic (OC) Curve) وحساب متوسط طول الدورة (Average Run Length (ARL) والذي سيتم شرحه لاحقاً.

**منحنى خاصية التشغيل:**

يستخدم منحنى خاصية التشغيل (OC curve) لوصف قدرة خريطة المراقبة لكشف التغيرات (Shifts) في مخرجات العملية. ومنحنى خاصية التشغيل هو رسم بياني لاحتمالات عدم كشف التغير في متوسط العملية. والمنحنى يماثل منحنى القوة (Power curve) في اختبار الفروض. ولرسم المنحنى نفترض أن تغيراً قد حدث في مخرجات العملية عن وسطها أو مركزها بوحدات الانحراف المعياري لمخرجات العملية؛ من $(\mu_0)$ إلى $(\mu_0+\delta\sigma)$ مثلاً، حيث إن $\delta$ عدد وحدات الانحراف ويمكن أن يأخذ قيماً سالبة أو موجبة. ومن ثم يتم حساب احتمال عدم كشف هذا التغير كما يلي:

$$\beta = P\left\{LCL \le \bar{x} \le UCL \mid \mu;\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma\right\}$$

وبما أن $\bar{x}$ يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي $\mu$ وانحراف معياري يساوي $\sigma/\sqrt{n}$ وأن حدي المراقبة هما: $\left(\mu_0 \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$، فإن المعادلة أعلاه يمكن إعادة كتابتها كما يلي:

$$\beta = P\left(\mu_0 - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \bar{x} \le \mu_0 + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \mid \mu = \mu_0 + \delta\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\beta = P\left(\frac{\mu_0 - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \left[\mu_0 + \delta\sigma\right]}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \le \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \le \frac{\mu_0 + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \left[\mu_0 + \delta\sigma\right]}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)$$

أي أن:

$$\begin{aligned}\beta &= P\left(-3 - \delta\sqrt{n} \le Z \le 3 - \delta\sqrt{n}\right)\\ &= \Phi\left(3 - \delta\sqrt{n}\right) - \Phi\left(-3 - \delta\sqrt{n}\right)\end{aligned} \qquad (4\text{-}23)$$

**مثال (٤-٦):**

احسب احتمالات كشف خريطة الوسط الحسابي للتغيرات التالية في متوسط مخرجات العملية: (٠,٥) انحراف معياري، (١,٥) انحراف معياري، و(٢,٠) معياري، إذا كان حجم المجموعة الجزئية يساوي (٥).

**الحل:**

باستخدام المعادلة (4-23) يمكن حساب قيم β كما يلي:

* كشف تغير يساوي (٠,٥) انحراف معياري:

$$\beta = \Phi\left[3 - 0.5\sqrt{5}\right] - \Phi\left[-3 - 0.5\sqrt{5}\right]$$
$$\beta = \Phi(1.881966) - \Phi(-4.11803) = 0.9701$$

وهذا يعني أن احتمال كشف تغير قدره نصف انحراف معياري في متوسط مخرجات العملية هو $\left[1 - \beta = 1 - 0.9701 = 0.0299\right]$.

* كشف تغير (١,٥) انحراف معياري:

$$\beta = \Phi\left[3 - 1.5\sqrt{5}\right] - \Phi\left[-3 - 1.5\sqrt{5}\right]$$
$$\beta = \Phi(-0.3541) - \Phi(-6.3541) = 0.3616$$

وهذا يعني أن احتمال كشف تغير قدره (١,٥) انحراف معياري في متوسط مخرجات العملية هو $\left[1 - \beta = 1 - 0.3616 = 0.6384\right]$.

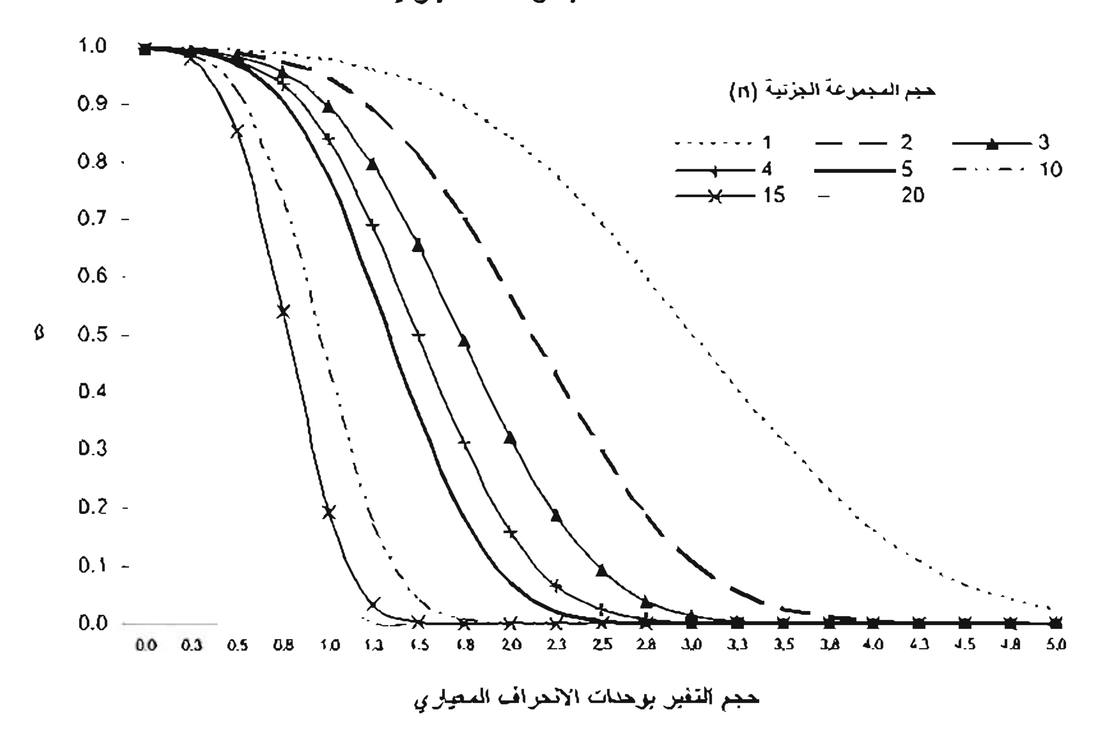
* كشف تغير (٢,٠) انحراف معياري:

$$\beta = \Phi\left[3 - 2\sqrt{5}\right] - \Phi\left[-3 - 2\sqrt{5}\right]$$
$$\beta = \Phi(-1.47214) - \Phi(-7.47214) = 0.0705$$

وهذا يعني أن احتمال عدم كشف تغير قدره انحرافين معياريين في متوسط مخرجات العملية هو $\left[1 - \beta = 1 - 0.0705 = 0.9295\right]$.

ويوضح الشكل (٤-٢٥) منحنيات التشغيل لأحجام مجموعات جزئية مختلفة وقيم تغير بوحدات الانحراف المعياري أيضاً مختلفة. ويستشف من هذا التحليل أن لخريطة الوسط الحسابي قدرة عالية على كشف التغيرات الكبيرة مقارنة بقدرتها على كشف التغيرات الصغيرة. كما تزيد مقدرة الكشف عن التغيرات بزيادة حجم العينة (المجموعة الجزئية).

شكل (٤-٢٥): منحنيات التشغيل لقيم مختلفة من التغير بوحدات الانحراف المعياري ولثمانية أحجام مختلفة للمجموعات الجزئية




**متوسط طول الدورة:**

لتقييم حساسية خريطة المراقبة للكشف عن وجود أسباب خاصة يتم حساب ما يعرف بمتوسط طول الدورة (Average Run Length (ARL)). ومتوسط طول الدورة (ARL) هو عدد المجموعات الجزئية المطلوب أخذها واختبارها لحين حدوث أول مؤشر خارج المراقبة؛ أو عدد النقاط المطلوب رسمها في الخريطة قبل أن تقع نقطة خارج حدي المراقبة أو قبل ظهور نمط أو اتجاه في النقاط المرسومة يشير إلى حالة عدم المراقبة. ويتم حساب متوسط طول الدورة في حالتين هما:

* حالة استقرار العملية وعدم حدوث تغير فيها: ويسمى طول الدورة في هذه الحالة بطول الدورة تحت المراقبة (in-control run length). ويقيس طول الدورة في هذه الحالة متوسط عدد المجموعات الجزئية المطلوب أخذها واختبارها لحين حدوث أول إنذار خاطئ (false alarm) بوجود نقطة تقع خارج حدي المراقبة. ويتم حساب متوسط طول الدورة في حالة المراقبة لأية خريطة مراقبة لشوهارات بإيجاد معكوس احتمال الخطأ من النوع الأول، أي:

$$ARL_{ic} = \frac{1}{\alpha} \qquad (4\text{-}24)$$

فمثلاً إذا لم يحدث تغير في العملية، فإن احتمال وقوع نقطة خارج حدي المراقبة هو ($\alpha=0.0027$) ومن ثم فإن متوسط طول الدورة هو:

$$ARL_{in} = \frac{1}{0.0027} = 370.4$$

وهذا يعني أنه في حالة استقرار العملية يتوقع حدوث مؤشر خارج مراقبة (Out of control signal) بعد فحص واختبار (٣٧٠) مجموعة جزئية في المتوسط. فإذا كانت الفترة الزمنية بين أخذ وحدات المجموعات الجزئية ساعة مثلاً، فإنه يتوقع حدوث إشارة خارج المراقبة بعد كل (٣٧٠) ساعة حتى في حالة استقرار العملية.

* حالة حدوث تغير في العملية: يتم عادة حساب متوسط طول الدورة بافتراض أن تغيراً قد حدث في مخرجات العملية عن مركزها بعدد من الانحرافات المعيارية $(\delta\sigma)$. وفي هذه الحالة يسمى طول الدورة بطول الدورة خارج المراقبة (out-of-control run length)، ويقيس متوسط عدد النقاط المرسومة (المجموعات الجزئية) من بداية تغير العملية وحتى حدوث إشارة خارج المراقبة. ويفضل أن يكون طول الدورة في هذه الحالة قصيراً جداً. ويستخدم طول الدورة خارج المراقبة لمقارنة أداء خرائط مراقبة مختلفة من حيث قدرتها لكشف التغيرات، مثلاً مقارنة حساسية خريطتي الوسط الحسابي وخريطة المتوسط المرجح أسياً لكشف التغيرات الصغيرة في مخرجات العملية. ويتم حساب متوسط طول الدورة خارج المراقبة كما يلي:

$$\text{ARL}_{out} = \frac{1}{1-\beta} \qquad (4\text{-}25)$$

حيث إن $\beta$ هو احتمال الخطأ من النوع الثاني.

**مثال (٤-٧):**

من المثال السابق (٤-٦) احسب متوسط أطوال الدورة للتغيرات التالية: ٠,٥ انحراف معياري، و١,٥انحراف معياري، و٢ انحرافين معياريين في متوسط مخرجات العملية.

**الحل:**

- متوسط طول الدورة لكشف تغير قدره (٠,٥) انحراف معياري هو:

$$ARL = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1-0.9701} = 33.4$$

وهذا يعني أن متوسط عدد النقاط المطلوبة لكشف تغير قدره نصف انحراف معياري يساوي (٣٣) نقطة (مجموعة جزئية)، أي أنه يتوقع حدوث إشارة خارج مراقبة بعد (٣٣) نقطة من بدء التغير في متوسط العملية.

- متوسط طول الدورة لكشف تغير (١,٥) انحراف معياري هو:

$$ARL = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1-0.3616} = 1.6$$

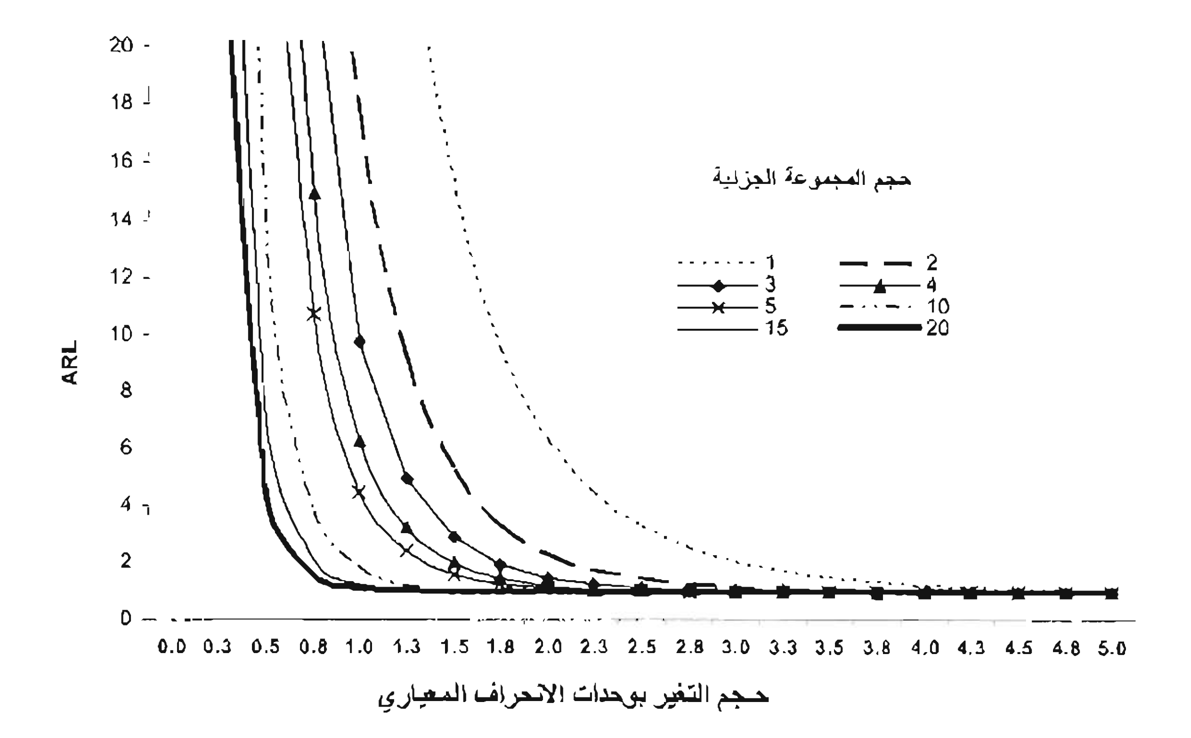
- متوسط طول الدورة لكشف تغير (٢,٠) انحراف معياري هو:

$$ARL = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1-0.0705} = 1.1$$

ويوضح الجدول (٤-١٠) والشكل (٤-٢٦) أطوال الدورة لقيم مختلفة من أحجام التغير في مخرجات العملية بوحدات الانحراف المعياري وأحجام المجموعات الجزئية. ويلاحظ من الشكل أن قيم أطوال الدورة كبيرة عند التغيرات الصغيرة، وتكون قيم الدورة قريبة من الواحد الصحيح لكشف التغيرات التي تزيد على انحرافين معياريين وللمجموعات الجزئية التي تزيد أحجامها على (٤) وحدات.

**شكل (٤-٢٦): أطوال الدورة لقيم مختلفة من أحجام التغير في مخرجات العملية**

بوحدات الانحراف المعياري وأحجام المجموعات الجزئية



**جدول (٤-١٠):أطوال الدورة (ARLs) لقيم مختلفة من أحجام التغير في مخرجات العملية بوحدات الانحراف المعياري وأحجام المجموعات الجزئية**

| حجم التغير | أحجام المجموعات الجزئية | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| **0.00** | 370.4 | 370.4 | 370.4 | 370.4 | 370.4 | 370.4 | 370.4 | 370.4 |
| **0.25** | 281.1 | 223.9 | 184.2 | 155.2 | 133.2 | 73.3 | 47.3 | 33.4 |
| **0.50** | 155.2 | 90.6 | 60.7 | 43.9 | 33.4 | 12.8 | 7.0 | 4.5 |
| **0.75** | 81.2 | 38.1 | 22.5 | 15.0 | 10.8 | 3.8 | 2.2 | 1.6 |
| **1.00** | 43.9 | 17.7 | 9.8 | 6.3 | 4.5 | 1.8 | 1.2 | 1.1 |
| **1.25** | 25.0 | 9.2 | 5.0 | 3.2 | 2.4 | 1.2 | 1.0 | 1.0 |
| **1.50** | 15.0 | 5.3 | 2.9 | 2.0 | 1.6 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **1.75** | 9.5 | 3.3 | 2.0 | 1.4 | 1.2 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **2.00** | 6.3 | 2.3 | 1.5 | 1.2 | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **2.25** | 4.4 | 1.7 | 1.2 | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **2.50** | 3.2 | 1.4 | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **2.75** | 2.5 | 1.2 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **3.00** | 2.0 | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **3.25** | 1.7 | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **3.50** | 1.4 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **3.75** | 1.3 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **4.00** | 1.2 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **4.25** | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **4.50** | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| **5.00** | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |

المصدر: تم حساب قيم أطوال الدورة باستخدام برنامج إكسل

### ٤-٢-٧ خريطتا الوسيط والمدى:

تستخدم خريطة الوسيط (Median Control Chart) لضبط ومراقبة متوسط العملية. ويرجع شيوع استخدام الخريطة في الماضي إلى سهولة الحسابات اللازمة لإعدادها. والوسيط هو قيمة المشاهدة التي تتوسط المشاهدات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً إذا كان عدد المشاهدات فردياً ومتوسط قيمتي المشاهدتين الوسطيتين إذا كان عدد المشاهدات زوجياً. ولتسهيل حساب الوسيط شاع في الماضي استخدام أعداد فردية لحجم المجموعة الجزئية (٣، ٥، ٧،..). ويعاب على خريطة الوسيط أنها أقل حساسية في كشف التغيرات في مخرجات العملية في

حالة وجود قيم متطرفة، ربما تكون مؤشراً لوجود أسباب خاصة (Farnum 1994, p. 192). وفيما يلي خطوات إعداد خريطة الوسيط:

* حساب الوسيط لكل مجموعة جزئية ($\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, ..., \tilde{x}_g$).
* رسم قيم وسائط المجموعات الجزئية في شكل نقاط ومن ثم توصيلها بخطوط مستقيمة.
* يتم أحياناً رسم القيم الفردية للمجموعات الجزئية في شكل نقاط فقط (Farnum 1994; p.192). وهنا يجب مُلاحظة أن نقاط القيم الفردية قد تقع خارج حدي المراقبة؛ لأنها أكثر تشتتاً من قيم الوسيط، إلا أنه لا تُفسر على أنها مؤشرات لوجود أسباب خاصة.
* ولرسم حدود المراقبة لخريطتي الوسيط والمدى يتم استخدام معادلات مختلفة:

**أولاً – معادلات حدود مراقبة تعتمد قيمتي الوسط الحسابي الكلي ومتوسط المدى (Farnum 1994, p. 192):**

**خريطة الوسيط:**

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \bar{\bar{x}} + A_6\bar{R}$

الخط المركزي: $\bar{\bar{x}}$ (٤-٢٦)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \bar{\bar{x}} - A_6\bar{R}$

**حيث إن: $\bar{\bar{x}}$ الوسط الحسابي الكلي $\bar{R}$ الوسط الحسابي لقيم مدى المجموعات الجزئية.**

خريطة المدى:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = D_4\bar{R}$

الخط المركزي = $\bar{R}$ (٤-٢٧)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = D_3\bar{R}$

**ثانياً - معادلات حدود مراقبة تعتمد قيمتي الوسيط الكلي ووسيط المدى**

:((Grant and Leavenworth 1988; pp. 375-377)) و (Besterfield 2001, p.210))

**خريطة الوسيط:**

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL=Md_{Md}+A_5R_{Md}$

الخط المركـــــــــــــــزي: $Md_{Md}$ (٤-٢٨)

حد المراقبة السفلي (LCL): $UCL=Md_{Md}-A_5R_{Md}$

**خريطة المدى:**

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = D_6R_{Md}$

الخط المركـــــــــــــــزي: $R_{Md}$ (٤-٢٩)

حد المراقبة السفلي (LCL): $UCL = D_5R_{Md}$

حيث إن: $Md_{Md}$ الوسيط الكلي، $R_{Md}$ وسيط قيم مدى المجموعات الجزئية، و$A_5$، و$D_5$، و$D_6$ هي ثوابـــت تستخدم لحساب حدود المراقبة ($3\sigma$ control limits) (Besterfield, 2001, p. 211). ولإعداد الخريطة يتم رســـم حـــدود المراقبة ونقاط الخريطة، وهي تمثل قيم وسائط المجموعات الجزئية بالنـــسبة لخريطـــة الوســـيط وقـــيم مـــدى المجموعات الجزئية لخريطة المدى.

**مثال (٤-٨):**

من ضمن أنشطة إدارة الجودة الشاملة التي ينفذها أحد المستشفيات الحكومية قياس مدى رضاء المستفيدين من خدماتها. ويتم قياس الرضا عن الخدمات الطبية باستخدام استبانة تتكون من عدة محاور وعناصـــر طُـــوِّرت على مقياس ليكرت (Likert Scale) تشمل: فترة الانتظار، وتعامل الأطباء والممرضين، نظافة غـــرف المعاينـــة والتنويم، خدمة التمريض، الغذاء، ونحو ذلك. ويتكون المقياس من خمس نقاط هي: راض تمام الرضـــا، راض، راض إلى حد ما، غير راض، غير راض جداً. ويتم أخذ عينة عشوائية قوامها (١٠) من مرضى الخروج يوميـــاً لتعبئة استبانة الرضا. ويتم تحليل البيانات بإعداد خرائط المراقبة لبيانات كل ثلاثة أسابيع. الجدول التالي (٤-١١) يوضح بيانات درجات الرضا الكلي (Overall Satisfaction Score) عن خدمات التنويم للفتـــرة مـــن ٢٠٠٥/٤/١م وإلى ٢٠٠٥/٤/٢١م. المطلوب إعداد خريطة الوسيط والمدى لدرجات الرضا العام عن خدمات التنويم باســـتخدام المعادلات (٤-٢٠) و(٤-٢١)، هل العملية تحت المراقبة الإحصائية؟

**الحل:**

## أولاً - خريطة الوسيط :

لإعداد الخريطة تم حساب وسيط ومدى أية مجموعة جزئية (الجدول 4-11)، ثُمَّ تَمَّ حساب حدود المراقبة لخريطة كما يلي:

الوسط الحسابي الكلي: $\bar{\bar{x}} = \frac{3+2+4+...+3}{210} = 3.671$

متوسط قيم المدى $\bar{R} = \frac{1+2+2+...+2}{21} = 1.524$

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \bar{\bar{x}} + A_6\bar{R} = 3.671 + 0.365 \times 1.524 = 4.23$

الخط المركــزي: $\bar{\bar{x}} = 3.671$

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \bar{\bar{x}} - A_6\bar{R} = 3.671 - 0.365 \times 1.524 = 3.12$

حيث إن قيمة الثابت ($A_6$) لمجموعة جزئية حجمها (10) تساوي (0.365). وباستخدام برنامج إكسل تــم رسم خريطة الوسيط كما يوضح الشكل (4-27).

## ثانياً - خريطة المدى:

لإعداد الخريطة تم حساب قيم مدى المجموعات الجزئية ووسطها الحسابي. وفيما يلــي حــدود المراقبــة لخريطة المدى:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = D_4\bar{R} = 1.777 \times 1.524 = 2.71$

الخط المركزي: $\bar{R} = 1.524$

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = D_3\bar{R} = 0.223 \times 1.524 = 0.34$

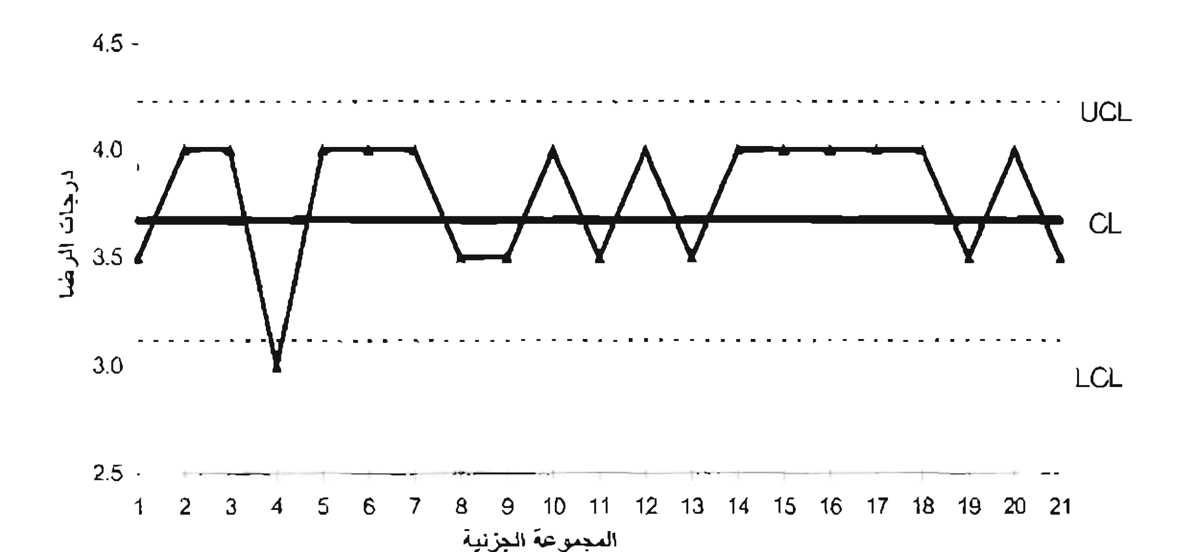
حيث إن قيمة الثابت ($D_4$) و($D_3$) لمجموعة جزئية حجمها (١٠) تساوي (1.777) و(0.223) علــى التــوالي. وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة المدى كما يوضح الشكل (٤-٢٨).

جدول (٤-١١): درجات الرضا* العام عن خدمات التنويم في أحد المستشفيات الحكومية

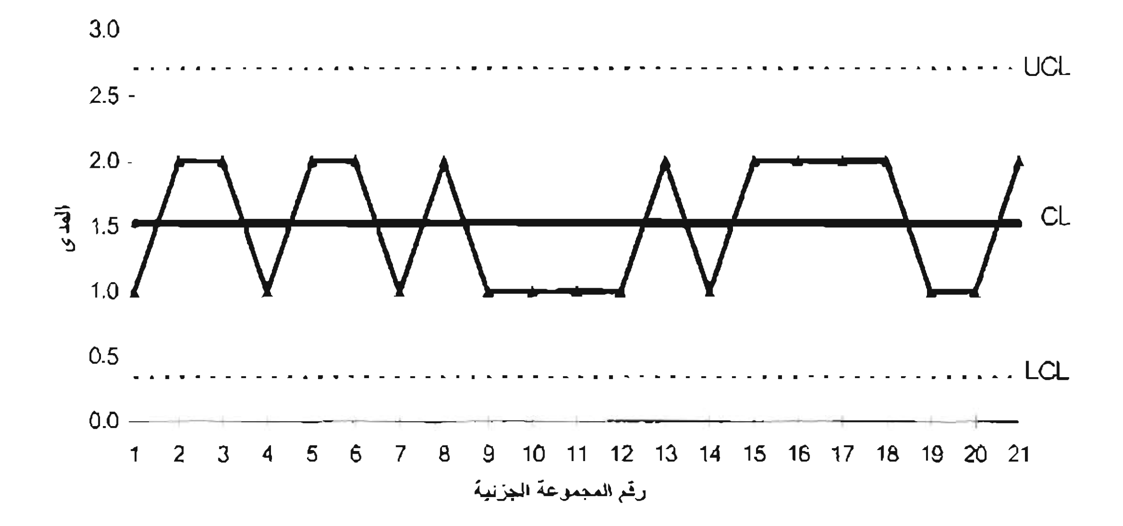
| المدى | الوسيط | درجات الرضا | | | | | | | | | | اليوم |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R | $\tilde{x}_i$ | $x_{10}$ | $x_9$ | $x_8$ | $x_7$ | $x_6$ | $x_5$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | |
| 1.0 | 3.5 | 4 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 1 |
| 2.0 | 4.0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 | 2 | 2 |
| 2.0 | 4.0 | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 5 | 4 | 3 |
| 1.0 | 3.0 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 2.0 | 4.0 | 3 | 4 | 4 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| 2.0 | 4.0 | 4 | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1.0 | 4.0 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 4 | 7 |
| 2.0 | 3.5 | 5 | 3 | 3 | 5 | 3 | 3 | 5 | 3 | 5 | 4 | 8 |
| 1.0 | 3.5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 9 |
| 1.0 | 4.0 | 4 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 3 | 4 | 4 | 3 | 10 |
| 1.0 | 3.5 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 11 |
| 1.0 | 4.0 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 12 |
| 2.0 | 3.5 | 4 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 | 3 | 13 |
| 1.0 | 4.0 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 | 14 |
| 2.0 | 4.0 | 3 | 4 | 4 | 4 | 3 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 15 |
| 2.0 | 4.0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 3 | 3 | 16 |
| 2.0 | 4.0 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4 | 17 |
| 2.0 | 4.0 | 4 | 4 | 3 | 5 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4 | 4 | 18 |
| 1.0 | 3.5 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 19 |
| 1.0 | 4.0 | 4 | 4 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 3 | 20 |
| 2.0 | 3.5 | 3 | 4 | 4 | 5 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 21 |

* ٥= راض تمام الرضا، ٤=راض، ٣= راض إلى حد ما، ٢= غير راض، ١= غير راض تماماً.

شكل (٤-٢٧): خريطة الوسيط لدرجات الرضا الكلي عن خدمات التنويم في أحد المستشفيات الحكومية




شكل (٤-٢٨): خريطة المدى لدرجات الرضا الكلي عن خدمات التنويم في أحد المستشفيات الحكومية



**تفسير الخريطة:**

يتضح من خريطة المدى (٤-٢٨) أن العملية غير مستقرة لوقوع أربع نقاط (9,10,11,12) من أصل خمس نقاط متتالية في المنطقة (B)، وكذلك لوقوع أربعة نقاط أخرى (15,16,17,18) من أصل خمس نقاط متتالية في المنطقة (B). ففي الحالة الأولى بلغت قيمة مدى درجات الرضا عن خدمات التنويم درجة واحدة، في حين بلغت قيمة المدى في الحالة الثانية درجتين. وتشير حالة عدم المراقبة الأولى إلى استقرار مستوى خدمات التنويم، في حين تشير حالة عدم المراقبة الثانية إلى عدم ثبات مستوى خدمات التنويم في الفترة من اليوم الخامس عشر إلى الثامن عشر.

وبالنظر إلى خريطة الوسيط (شكل ٤-٢٧) يلاحظ أن العملية غير مستقرة أيضاً؛ لوقوع نقطة المجموعة الجزئية الرابعة تحت حد المراقبة السفلي، فضلاً عن وقوع أربع نقاط أخرى (15,16,17,18) من أصل خمس نقاط متتالية في المنطقة (B). ويتضح من الجدول أن حدوث حالة عدم المراقبة كان في اليوم الرابع (المجموعة الجزئية ٤) والأيام من التاسع إلى الثاني عشر والأيام من الخامس عشر إلى الثامن عشر.

ولوجود أربع حالات خارج مراقبة ظهرت صعوبة في تعقب الأسباب الخاصة من ورائها. وبافتراض تحديد السبب أو الأسباب الخاصة من وراء حالة عدم المراقبة الأولى في خريطة المدى تم حذف المجموعة الجزئية التاسعة، بداية نمط وقوع أربع نقاط من أصل خمس نقاط، وتم إعادة رسم خريطتي الوسيط والمدى، وأظهرت الخريطتان أربع حالات عدم مراقبة أخرى. ومن ثم تكررت عملية الحذف لتشمل المجموعات الجزئية العاشرة والحادية عشرة والرابعة ولم تظهر الخريطة حالة المراقبة. ويرجع ذلك إلى تقارب قيم درجات الرضا التي تؤدى إلى الحصول على قيم ثابتة لقيم كل من المدى والوسيط. لذا ينصح في مثل هذه الحالات بما يلي:

- استخدام مقياس ذي مدى أكبر من النقاط الخمس، وليكن عشر نقاط مثلاً.
- تحويل البيانات إلى وصفية (Attribute) بحيث يمثل الرضا عن خدمات التنويم (الدرجات من ٣ إلى ٥) وعدم الرضا (الدرجتين ١ و٢) واستخدام خريطة نسبة عدم المطابقة التي سيتم دراستها في الفصل السادس.

**٤-٢-٨ خريطتا المشاهدات الفردية والمدى المتحرك:**

في حالات كثيرة يصعب أخذ مجموعات جزئية من مخرجات العملية يزيد حجم كل منها على مشاهدة واحدة. وفيما يلي أمثلة لحالات يفضل فيها استخدام مشاهدة واحدة من مخرجات العملية لإعداد خريطة المراقبة (Amsden, Butler and Amsden 1998, p.71-73.; Farnum 1994. p.193-194, Montgomery 2001, p.249):

* بطء معدلات الإنتاج؛ ففي مثل هذه الحالات تكون الفجوات الزمنية بين القياسات المتتالية كبيرة بحيث يصعب تأسيس مجموعات جزئية.
* في بعض العمليات يتم فحص آلي لجميع الوحدات المنتجة وبذلك لا يوجد أساس للمجموعات الجزئية.

* في بعض العمليات تختلف القياسات المتكررة لمخرجات العملية فقط بسبب خطأ في التحليل أو المختبر، كما يحدث ذلك في العديد من العمليات الكيميائية.
* وجود اختلافات ضئيلة جداً في مخرجات العملية المراد مراقبتها وضبطها.
* ارتفاع تكلفة قياس / اختبار الوحدات المنتجة أو أن عملية القياس تستغرق وقتاً طويلاً.

توجد خرائط مراقبة عديدة تم تطويرها لمراقبة المشاهدات الفردية. وفي هذا الجزء نتناول ما يعرف بخريطتي المشاهدات الفردية والمدى المتحرك (X and Moving Range-Chart).

## خريطتا المشاهدات الفردية والمدى المتحرك:

### خريطة المشاهدات الفردية:

لإعداد خريطة المشاهدات الفردية يتم اتباع الخطوات التالية:

* تقدير الانحراف المعياري لمخرجات العملية بحساب ما يعرف بقيم المدى المتحرك (Moving ranges). والمدى المتحرك هو القيمة المطلقة للفرق بين قيمتي مشاهدتين متتاليين. فإذا كان لدينا عدد $g$ مشاهدة من مخرجات عملية ما $(x_1, x_2, x_3, .., x_g)$، فإن المدى المتحرك لأزواج المشاهدات $\{(x_1,x_2), (x_2,x_3), (x_3,x_4),...,(x_{g-1},x_g)\}$ هي:

$$|x_2 - x_1|, |x_3 - x_2|, |x_4 - x_3|, ..., |x_g - x_{g-1}|$$

ويتم حساب متوسط قيم المدى المتحرك كما يلي:

$$\overline{MR} = \frac{1}{g-1}\sum_{i=1}^{g-1}|x_{i+1} - x_i|$$

ثم يتم تقدير الانحراف المعياري لمخرجات العملية حسب المعادلة التالية:

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

وبما أن قيمة $d_2$ يساوي (1.128) لمجموعة جزئية حجمها يساوي (2)، فإن معادلة تقدير الانحراف المعياري تصبح:

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{1.128}$$

* يتم حساب حدي المراقبة لمتوسط العملية باستخدام المعادلات التالية:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \bar{x} + 3\left(\frac{\overline{MR}}{1.128}\right) = \bar{x} + 2.660\overline{MR}$

الخط المركـــــــــــزي: $\bar{x}$　　(٤-٣٠)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \bar{x} - 3\left(\frac{\overline{MR}}{1.128}\right) = \bar{x} - 2.660\overline{MR}$

حيث إن $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي لجميع المشاهدات الفردية ونقاط الخريطة هي قيم المشاهدات الفردية $(x_i)$.

**خريطة المدى المتحرك:**

ولمراقبة التشتت في مخرجات العملية يتم عادة إعداد خريطة المدى المتحرك. حيث يتم حساب حدي المراقبة لخريطة المدى كما يلي:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = D_4\overline{MR}$

الخط المركـــــــــــزي: $\overline{MR}$　　(٤-٣١)

حد المراقبة السفلي (LCL): صفر

**خريطتا المشاهدات الفردية والمدى المتحرك (حالة معرفة معالم خاصية الجودة):**

**خريطة المشاهدات الفردية:**

لإعداد خريطة المشاهدات الفردية في حالة القيم المعيارية أو معرفة كل من الوسط الحسابي والانحـــراف المعياري للمجتمع يتم استخدام المعادلات التالية:

خريطة المشاهدات الفردية (X-chart):

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \mu_0 + 3\sigma_0$

الخط المركـــــــــــزي: $\mu_0$　　(٤-٣٢)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \mu_0 - 3\sigma_0$

حيث إن: $\mu_0$ الوسط الحسابي للمجتمع و $\sigma_0$ الانحراف المعياري للمجتمع، ونقاط الخريطة هي قيم المشاهدات الفردية $(x_i)$

**خريطة المدى المتحرك (MR-chart):**

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = D_4 d_2 \sigma 0 = 3.267 \times 1.128\sigma_0 = 3.685 \times \sigma_0$

الخط المركــــــــــــزي: $CL = d_2\sigma_0 = 1.128\sigma_0$ (٤-٣٢)

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = D_3 d_2 = 0$

حيث إن و$\sigma_0$ الانحراف المعياري للمجتمع، و$D_4$ و$D_3$ و$d_2$ هي ثوابت يعتمد قيمها على حجم المجموعة الجزئية؛ وفي هذه الحالة تم افتراض أن حجم المجموعة الجزئية يساوي (٢) ونقاط الخريطة هي قيم المدى المتحرك.

مثال (٤-٩):

تنتج شركة دواء خافضاً للحرارة في شكل أقراص. يحتوي القرص الواحد على ٥٠٠ ملجم من البارسيتمول (Paracetmol 500mg). يقوم قسم الجودة بالشركة بأخذ قرص بصورة عشوائية بعد كل ثماني ساعات لإجراء التحليل الكيمائي للتأكد من محتوى القرص لمادة البارسيتمول بالمواصفة المطلوبة. الجدول التالي يوضح محتويات عينة أخذت عشوائياً من الدواء الخافض للحرارة للفترة من ٢٠٠٣/١٠/٣م إلى ٢٠٠٣/١٠/١١م. المطلوب إعداد خريطتي المشاهدات الفردية والمدى المتحرك للتأكد من استقرار العملية.

الحل:

**أولاً - خريطة المشاهدات الفردية :**

لإعداد الخريطة تم حساب قيم المدى المتحرك ومتوسط قيم المدى وحساب الوسط الحسابي الكلي لمحتوى الأقراص المختارات من البارسيتمول (جدول ٤-١٢).

- قيم المدى المتحرك: تم حساب المدى المتحرك للمشاهدات الثلاث الأولى، مثلاً كما يلي:

$$MR_1 = |x_2 - x_1| = |498.902 - 498.247| = 0.655$$
$$MR_2 = |x_3 - x_2| = |499.033 - 498.902| = 0.131$$

- متوسط قيم المدى:

$$\overline{MR} = \frac{1}{g-1}\sum_{i=1}^{g-1}|x_{i+1} - x_i| = \frac{0.655+0.131+...+1.121}{24} = 2.84$$

- الوسط الحسابي الكلي:

$$\bar{x} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} x_i = \frac{498.247+498.902+...+499.527}{25} = 500.66$$

وتم حساب حدي المراقبة لمتوسط محتوى الأقراص من البارسيتمول كما يلي:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \bar{x} + 2.660\overline{MR} = 500.66 + 2.66 \times 2.84 = 508.22$

الخط المركزي: $\bar{x} = 500.66$

حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \bar{x} - 2.660\overline{MR} = 500.66 - 2.66 \times 2.84 = 493.10$

ومن ثم تم إعداد الخريطة باستخدام برنامج اكسل كما يوضح الشكل (٤-٢٩).

## ثانياً - خريطة المدى المتحرك:

تم إعداد خريطة المدى المتحرك باستخدام معادلات حدود المراقبة كما يلي:

حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = D_4\overline{MR} = 3.267 \times 2.84 = 9.28$

الخط المركزي: $\overline{MR} = 2.84$

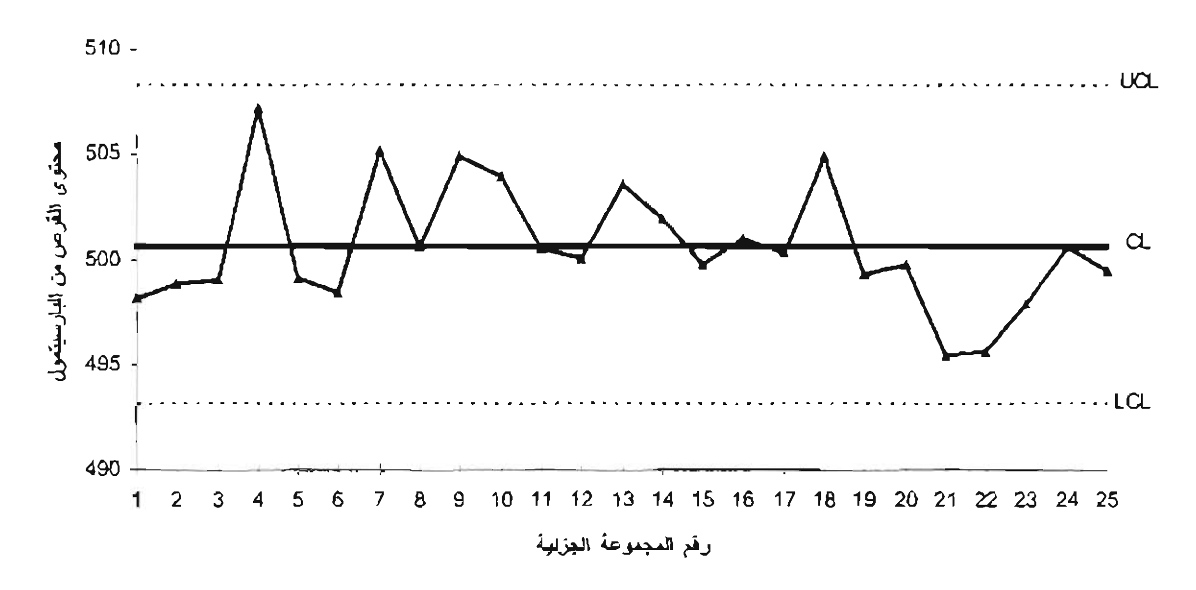
حد المراقبة السفلي (LCL): صفر

ثم تم إعداد الخريطة باستخدام برنامج إكسل كما يوضح الشكل (٤-٣٠).

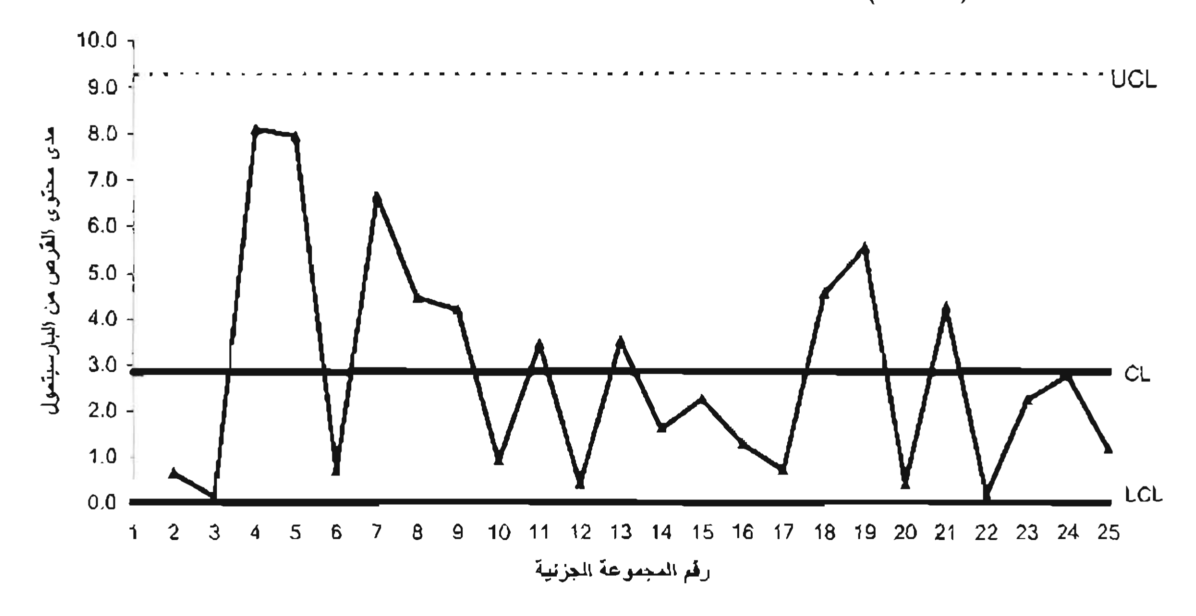
جدول (٤-١٢): بيانات محتويات العينة من البارسيتمول والحسابات اللازمة لخريطتي المشاهدات الفردية والمدى المتحرك

| التاريخ | الزمن | المجموعة الجزئية | كمية البارسيتمول x | المدى المتحرك MR |
|---|---|---|---|---|
| ٠٢-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 1 | 498.247 | - |
| | ٠٣:٠٠ م | 2 | 498.902 | 0.655 |
| | ١١:٠٠ م | 3 | 499.033 | 0.131 |
| ٠٤-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 4 | 507.141 | 8.108 |
| | ٠٣:٠٠ م | 5 | 499.194 | 7.947 |
| | ١١:٠٠ م | 6 | 498.497 | 0.697 |
| ٠٥-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 7 | 505.162 | 6.665 |
| | ٠٣:٠٠ م | 8 | 500.693 | 4.469 |
| | ١١:٠٠ م | 9 | 504.89 | 4.197 |
| ٠٦-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 10 | 503.983 | 0.907 |
| | ٠٣:٠٠ م | 11 | 500.523 | 3.46 |
| | ١١:٠٠ م | 12 | 500.101 | 0.422 |
| ٠٧-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 13 | 503.63 | 3.529 |
| | ٠٣:٠٠ م | 14 | 502.018 | 1.612 |
| | ١١:٠٠ م | 15 | 499.765 | 2.253 |
| ٠٨-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 16 | 501.048 | 1.283 |
| | ٠٣:٠٠ م | 17 | 500.337 | 0.711 |
| | ١١:٠٠ م | 18 | 504.902 | 4.565 |
| ٠٩-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 19 | 499.365 | 5.537 |
| | ٠٣:٠٠ م | 20 | 499.771 | 0.406 |
| | ١١:٠٠ م | 21 | 495.502 | 4.269 |
| ١٠-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 22 | 495.683 | 0.181 |
| | ٠٣:٠٠ م | 23 | 497.921 | 2.238 |
| | ١١:٠٠ م | 24 | 500.698 | 2.777 |
| ١١-أكتوبر-٠٣ | ٠٧:٠٠ ص | 25 | 499.527 | 1.171 |

شكل (٤-٢٩): خريطة المشاهدات الفردية لمحتوى الأقراص من البارسيتمول




شكل (٤-٣٠): خريطة المدى المتحرك لمحتوى الأقراص من البارسيتمول




**تفسير الخريطة:**

يستشف من الشكل (٤-٣٠) - خريطة المدى المتحرك - أن تشتت أو تباين محتوى الأقراص من البارسيتمول في حالة استقرار أو ضبط إحصائي، لوقوع جميع نقاط الخريطة داخل حدي المراقبة وعدم وجود أي أنماط غير عادية في نقاط الخريطة. كما يظهر من الشكل (٤-٢٩) أن متوسط محتوى الأقراص من البارسيتمول

في حالة استقرار أو ضبط إحصائي؛ لوقوع جميع نقاط الخريطة داخل حدي المراقبة وعدم وجود أي أنماط غير عادية في نقاط الخريطة.

**مثال (٤-١٠):**

من بيانات المثال السابق (٤-٩) أظهرت البيانات التاريخية أن الوسط الحسابي لمحتوى قرص خافض الحرارة من البارسيتمول يساوي (500) ملجم بانحراف معياري قدره (٢,٨) ملجم. المطلوب إعداد خريطتي المشاهدات الفردية والمدى المتحرك باستخدام قيمتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري لمحتوى القرص من البارسيتمول.

**الحل:**

**أولاً - خريطة المشاهدات الفردية:**

**لإعداد الخريطة تم حساب حدي المراقبة للخريطة كما يلي:**

- حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = \mu_0 + 3\sigma_0 = 500 + 3 \times 2.8 = 508.4$
- الخط المركزي: $\mu_0 = 500$
- حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = \mu_0 - 3\sigma_0 = 500 - 3 \times 2.8 = 491.60$

ونقاط الخريطة هي قيم المشاهدات الفردية ($X_i$).

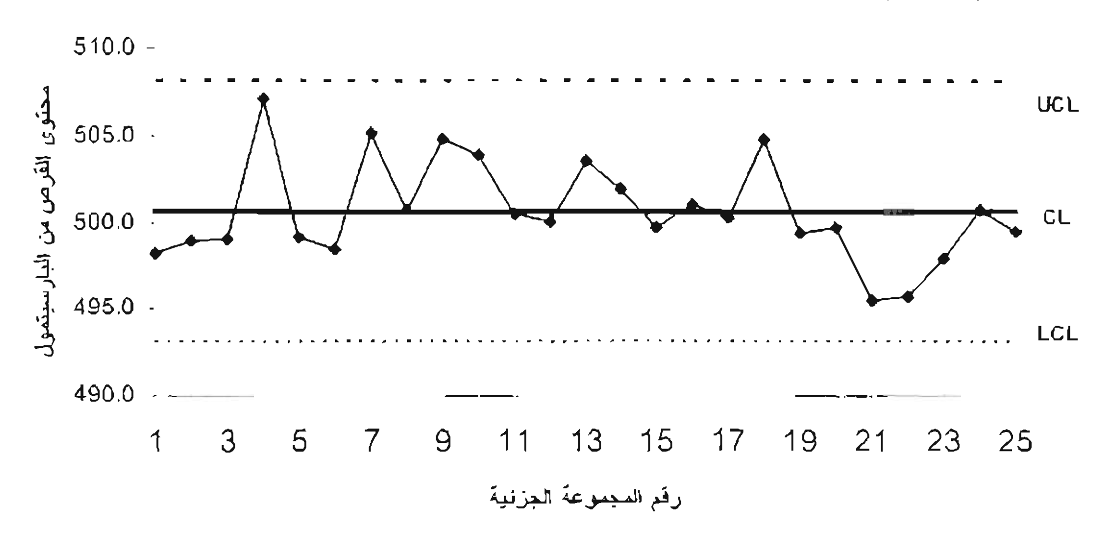
**ثانياً - خريطة المدى المتحرك:**

- حد المراقبة العلوي (UCL): $UCL = 3.685 \times \sigma_0 = 3.685 \times 2.8 = 10.32$
- الخط المركزي: $CL = 1.128\sigma_0 = 1.128 \times 2.8 = 3.16$
- حد المراقبة السفلي (LCL): $LCL = D_3 d_2 = 0$

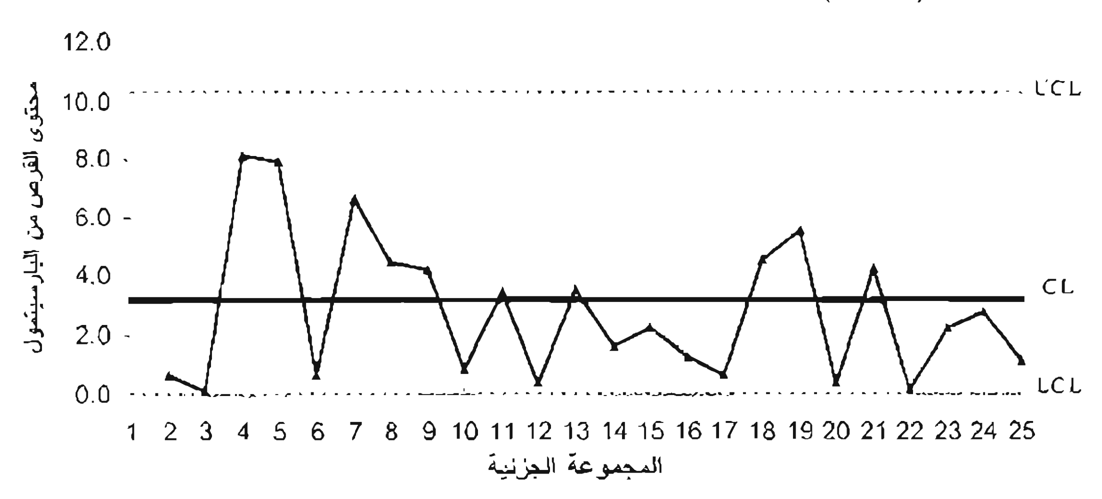
ونقاط الخريطة هي قيم المدى المتحرك كما تم حسابها في المثال السابق.

ومن ثم تم إعداد الخريطتين باستخدام برنامج إكسل كما يوضح الشكلان (٤-٣١) و (٤-٣٢). ويتضح من الشكلين أن متوسط وتشتت محتوى الأقراص من البارسيتمول في حالة استقرار أو مراقبة إحصائية، لوقوع جميع النقاط في كل من الخريطتين داخل حدي المراقبة مع عدم وجود أي أنماط غير عادية في نقاط الخريطتين. كما يلاحظ أن حدي المراقبة في الخريطتين (٤-٣١) و (٤-٣٢) أوسع من حدي المراقبة في الخريطتين (٤-٢٩) و(٤-٣٠).


شكل(٤-٣١): خريطة المشاهدات الفردية لمحتوى الأقراص من البارسيتمول




شكل (٤-٣٢): خريطة المدى المتحرك لمحتوى الأقراص من البارسيتمول




## ٤-٢-٩ خريطة المراقبة للمتغيرات المتعددة (Multivariate Control Chart):

### ٤-٢-٩-١ مدخل:

في الأجزاء السابقة تم مناقشة خرائط المراقبة لمتغير واحد (Univariate Control Charts) والتي تستخدم لمراقبة وضبط خاصية جودة واحدة. وباستخدام تلك الخرائط يتم رسم خريطة مراقبة واحدة لكل خاصية من خواص الجودة حتى في حالة وجود عدد كبير من الخواص المراد مراقبتها. وفي حالة وجود خاصتين مرتبطتين أو أكثر يصبح استخدام خرائط المراقبة لمتغير واحد لكل متغير على حدة غير فاعل ويؤدي إلى استنتاجات خاطئة نظراً

لتجاهل الارتباط بين خواص الجودة المراد مراقبتها (Rayan 1989; p. 215). ولمراقبة عدة متغيرات في آن واحد تستخدم طرق مراقبة الجودة للمتغيرات المتعددة (Multivariate Quality Control).

ومن أمثلة المتغيرات المتعددة: مراقبة طولي القطر الداخلي ($x_1$) والقطر الخارجي ($x_2$) لخرطوم معدني ينتج في مصنع ما، ومراقبة الخواص الكيميائية الأساسية (معدلات الكالسيوم ($x_1$)، الفلورايد ($x_2$)، والصوديوم ($x_3$)، الأملاح الذائبة ($x_4$)، إلخ) لمياه صحة ينتجها أحد المصانع، .. إلخ. ومن مزايا استخدام طرق مراقبة الجودة للمتغيرات المتعددة :

- استخدام خريطة واحدة لمراقبة عدة متغيرات في آن واحد.
- خفض معدل الإنذارات الخاطئة في حالة وجود ارتباط بين خصائص الجودة (Rayan 1989; pp.223-224).

### ٤-٢-٩-٢ خريطة مراقبة $T^2$:

توجد أنواع كثيرة من خرائط المراقبة التي تستخدم لمراقبة متغيرات متعددة[1]. وفي هذا الجزء سندرس خريطة هوتلنج (Hotelling $T^2$ control chart)؛ لما لاستخدامها من انتشار واسع، حيث تستخدم خريطة $T^2$ لمراقبة متجه الوسط الحسابي لمتغيرات متعددة لها توزيع طبيعي متعدد متجه متوسطات المجتمع له يساوي ($\mu$) ومصفوفة تباينات وتغايرات المجتمع يساوي($\Sigma$)، أي($x \sim N_p(\mu, \Sigma)$). وتعتبر خريطة $T^2$ الخريطة المناظرة لخريطة الوسط الحسابي لشوهارت التي تستخدم لمراقبة متوسط العملية لمتغير واحد.

ولإعداد الخريطة لعدد $p$ ($p \geq 2$)من خواص الجودة يتم تحديد حجم المجموعة الجزئية *(n)* وعدد المجموعات الجزئية *(g)* بالطريقة نفسها التي تم شرحها في الجزء (٤-١-٥). حيث يتم قياس عدة خواص من أي عنصر تم اختياره في العينة مثل قياس الطول والعرض والوزن للوحدة المختارة. ويمكن كتابة أية مشاهدة من بيانات المتغيرات المتعددة لعدد $p$ متغير عشوائي، و $g$ مجموعة جزئية حجم كل منها يساوي n مشاهدة كما يلي:

$$x_{jki} \quad \begin{cases} j = 1, 2, \ldots, p \\ k = 1, 2, \ldots, g \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{cases} \qquad (4\text{-}34)$$

**حدود المراقبة:**

لإعداد الخريطة يتم حساب الإحصائية التالية التي تمثل نقاط الخريطة:

$$T_k^{\ 2} = n(\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\bar{\mathbf{x}}})' \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\bar{\mathbf{x}}}) \qquad (4\text{-}35)$$

**حيث إن:**

$n$ حجم المجموعة الجزئية

[1] للمزيد حول أنواع خرائط المراقبة للمتغيرات المتعددة يرجى الرجوع إلى Alt (1985).

$\bar{\mathbf{x}}_k$ متجه المتوسطات الحسابية للعينة للمجموعة $k$، و $\bar{\bar{\mathbf{x}}}$ متجه متوسطات المتغيرات لجميع المجموعات الجزئية، حيث

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \begin{pmatrix} \bar{x}_{k1} \\ \bar{x}_{k2} \\ . \\ \bar{x}_{kp} \end{pmatrix} \quad k = 1, 2, \ldots, g \quad \text{و} \quad \bar{\bar{\mathbf{x}}} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ . \\ \bar{x}_p \end{pmatrix}$$

$\mathbf{S}^{-1}$ معكوس مصفوفة تباينات وتغايرات العينة (Sample covariance matrix) التي أبعادها $(p \times p)$ حيث

$$S = \begin{pmatrix} \bar{s}_1^2 & \bar{s}_{12} & \ldots & \bar{s}_{1p} \\ \bar{s}_{21} & \bar{s}_2^2 & \ldots & \bar{s}_{2p} \\ . & . & . & . \\ \bar{s}_{p1} & \bar{s}_{p2} & \ldots & \bar{s}_p^2 \end{pmatrix} \qquad (4\text{-}36)$$

وتمثل العناصر القطرية في المصفوفة متوسط تباينات العينة $\bar{s}_j^2$ لكل متغير، حيث

$$\bar{s}_j^2 = \frac{1}{g}\sum_{k=1}^{g} s_{jk}^2 \qquad j = 1, 2, \ldots, p$$

وتمثل العناصر غير القطرية متوسط التغايرات $\bar{s}_{jh}$ حيث

$$\bar{s}_{jh} = \frac{1}{g}\sum_{k=1}^{g} s_{jhk} \qquad j \neq h$$

وتتبع الإحصاءة $T^2$ توزيع F بدرجتي حرية $p$ و $(gn - g - p + 1)$، حيث

$$T^2 \sim \frac{p(g-1)(n-1)}{gn-g-p+1} F_{p,(gn-g-p+1)} \qquad (4\text{-}37)$$

وبتحديد مستوى المعنوية $(\alpha)$ يتم حساب حد المراقبة العلوي للإحصاءات $T^2$ كما يلي:

$$UCL = \frac{p(g-1)(n-1)}{gn-g-p+1} F_{\alpha,p,(gn-g-p+1)} \qquad (4\text{-}38)$$

وفي حالة أخذ عدد كبير من المجموعات الجزئية (أكبر من ١٠٠) يتم استخدام حد المراقبة العلوي التالي:

$$UCL = \chi^2_{\alpha,p} \qquad (4\text{-}39)$$

أما حد المراقبة السفلي لخريطة $T^2$ فيساوي الصفر دائماً، كما لا يوجد خط مركزي في هذه الخريطة.

**تفسير الخريطة:**

ويشير وقوع نقطة واحدة $T_k^2$ أو أكثر خارج حد المراقبة العلوي إلى وجود قيمة شاذة (outlier) يعزى لسبب خاص أو أسباب خاصة تؤثر في خصائص الجودة. ومن أهم عيوب استخدام خريطة المتغيرات المتعددة هو صعوبة تحديد المتغير أو المتغيرات المسئولة من حدوث السبب الخاص.

وتستخدم الخريطة على مرحلتين هما: **المرحلة الأولى** التي يتم فيها تأسيس خريطة المراقبة لاختبار ما إذا كانت العملية مستقرة أم لا. والهدف من الخريطة في هذه المرحلة هو تحقيق الاستقرار في العملية وتأسيس حدود المراقبة للمرحلة الثانية، **والمرحلة الثانية** هي المرحلة التي يتم فيها مراقبة مخرجات العملية في المستقبل. وتستخدم في هذه المرحلة حدود المراقبة التالية:

- حد المراقبة العلوي: $UCL = \frac{p(g+1)(n-1)}{gn-g-p+1} F_{\alpha.p.(gn-g-p+1)}$
- حد المراقبة السفلي: $LCL = 0$

**مثال (٤-١١):**

يقوم قسم الجودة بمصنع لمياه الشرب بأخذ أربع قوارير عشوائياً من إنتاج كل يوم لفحصها في المختبر بهدف مراقبة وضبط الخصائص الكيميائية للماء. الجدول التالي يوضح قياسات الكالسيوم (Calcium) والصوديوم (Sodium) لمدة (٢٠) يوماً للعينات التي تم سحبها عشوائياً من إنتاج هذه الفترة. ارسم خريطتي الوسط الحسابي لكل متغير على حدة، ثم ارسم خريطة هوتلنج $T^2$، هل تشير البيانات إلى العملية غير مستقرة؟.

**جدول (٤-١٣): بيانات محتويات الماء من الكالسيوم والصوديوم**

| المجموعة الجزئية | صوديوم ($x_1$) ( مليغرام/لتر) | | | | كالسيوم($x_2$) ( مليغرام/لتر) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 32.2 | 42 | 39.2 | 14 | 10.1 | 11.8 | 11.1 | 6.9 |
| 2 | 19.6 | 43.4 | 11.2 | 12.6 | 7.8 | 12.2 | 4.6 | 5.9 |
| 3 | 18.2 | 30.8 | 8.4 | 22.4 | 7.7 | 10.2 | 3.1 | 8.4 |
| 4 | 12.6 | 39.2 | 21 | 35 | 6.2 | 10.2 | 7.6 | 10.4 |
| 5 | 50.4 | 14 | 19.6 | 21 | 10.6 | 3.6 | 6.7 | 8.1 |
| 6 | 42 | 29 | 31 | 25.2 | 11.6 | 12.5 | 12.7 | 8.7 |
| 7 | 16.8 | 25.2 | 19.6 | 22.4 | 6.6 | 9.2 | 7.4 | 8.1 |
| 8 | 43.4 | 15.4 | 42 | 26.6 | 12.3 | 7 | 11.8 | 9.7 |
| 9 | 19.6 | 14 | 11.2 | 14 | 8 | 6.6 | 5.7 | 6.4 |
| 10 | 9.8 | 15.4 | 49 | 42 | 3.6 | 5.5 | 7.3 | 6.7 |
| 11 | 14 | 11.2 | 26.6 | 12.6 | 6.4 | 6.9 | 8.8 | 4.8 |
| 12 | 15.4 | 28 | 37.8 | 43.4 | 6.9 | 8.7 | 10.9 | 12.2 |
| 13 | 30.8 | 22.4 | 43.4 | 21 | 9.9 | 8.8 | 11.5 | 7.7 |
| 14 | 29.4 | 26.6 | 23.8 | 28 | 9.9 | 8.1 | 9.7 | 9.8 |
| 15 | 25.2 | 26.6 | 25.2 | 49 | 9.4 | 9.7 | 9.8 | 13.2 |
| 16 | 21 | 22.4 | 28 | 16.8 | 7.7 | 8.8 | 10.1 | 6.9 |
| 17 | 18.2 | 19.6 | 22.4 | 36.4 | 6.9 | 7.1 | 7.7 | 10.6 |
| 18 | 30.8 | 39.2 | 25.2 | 23.8 | 10.1 | 11.2 | 8.5 | 8.3 |
| 19 | 26.6 | 28 | 22.4 | 19.6 | 8.5 | 10.4 | 8.7 | 8 |
| 20 | 14 | 15.4 | 18.2 | 22.4 | 4.9 | 5.3 | 5.7 | 6.4 |

**الحل:**

لإعداد خريطة $T^2$ تم حساب قيم الأوساط الحسابية والتباين لكل مجموعة جزئية لأي من المتغيرين وحساب التغاير ثم متوسطات هذه القيم كما موضح بالجدول (٤-١٤). ثم باستخدام طرق الجبر الخطي تم حساب قيم $T^2$ لكل مجموعة جزئية. فمثلاً تم حساب $T^2$ للمجموعة الجزئية الأولى كما يلي:

$$T_1^2 = 4\times(31.9-25.39 \quad 10.0-8.444)\begin{pmatrix}106.808 & 17.7326\\ 17.7326 & 3.733\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}31.9-25.39\\ 10.0-8.444\end{pmatrix}$$

$$= 4\times(6.46 \quad 1.531)\begin{pmatrix}0.04429 & -0.21037\\ -0.21037 & 1.26712\end{pmatrix}\begin{pmatrix}6.46\\ 1.531\end{pmatrix} = 2.629$$

ثم تم حساب حد المراقبة العلوي عند قيمة ($\alpha = 0.0027$) كما يلي:

$$UCL = \frac{2(20-1)(4-1)}{20\times4-20-2+1}F_{0.0027,2,(20\times4-20-2+1)} = \frac{114}{59}\times 6.5491 = 12.654$$

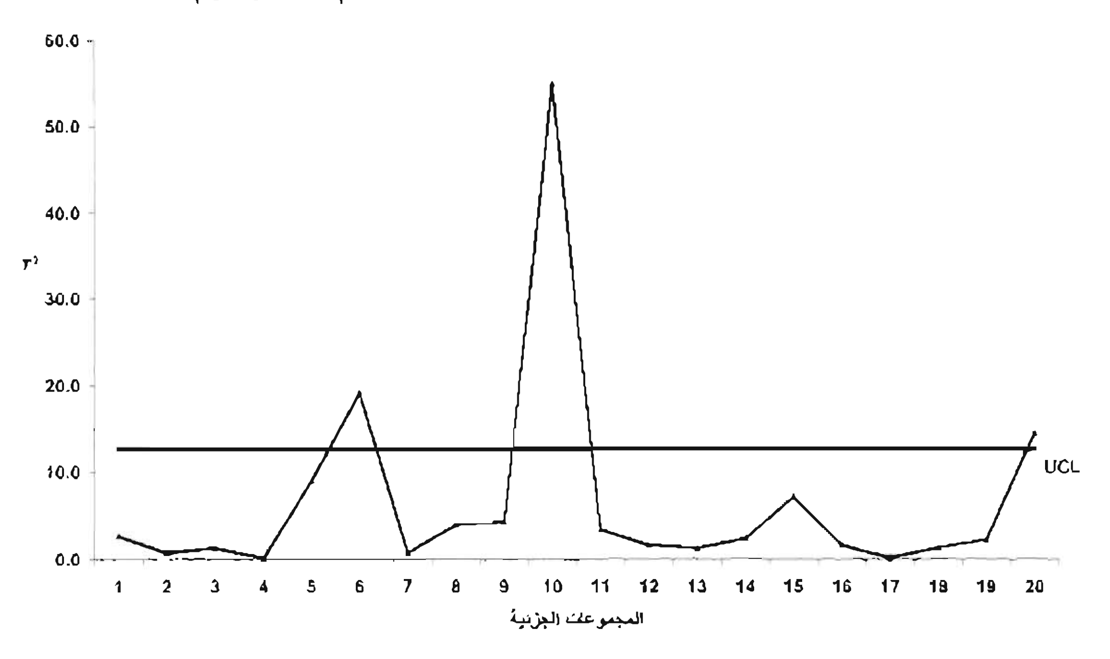
وباستخدام برنامج إكسل تم رسم الخريطة (شكل ٤-٣٣).

**جدول (٤-١٤): الأوساط الحسابية والتباينات والتغايرات وقيم $T^2$ لبيانات الكالسيوم والصوديوم**

| المجموعة الجزئية $k$ | $\bar{x}_{1k}$ | $\bar{x}_{2k}$ | $s^2_{1k}$ | $s^2_{2k}$ | $s_{12k}$ | $T_k^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 31.9 | 10.0 | 158.597 | 4.689 | 27.242 | 2.629 |
| 2 | 21.7 | 7.6 | 222.787 | 11.029 | 48.790 | 0.725 |
| 3 | 20.0 | 7.4 | 86.730 | 9.137 | 27.323 | 1.292 |
| 4 | 27.0 | 8.6 | 152.063 | 4.187 | 24.827 | 0.145 |
| 5 | 26.3 | 7.3 | 268.357 | 8.523 | 41.603 | 9.082 |
| 6 | 31.8 | 11.4 | 52.027 | 3.409 | 5.247 | 19.207 |
| 7 | 21.0 | 7.8 | 13.067 | 1.216 | 3.967 | 0.783 |
| 8 | 31.9 | 10.2 | 178.197 | 5.820 | 31.920 | 3.932 |
| 9 | 14.7 | 6.7 | 12.413 | 0.929 | 3.383 | 4.280 |
| 10 | 29.1 | 5.8 | 374.197 | 2.663 | 29.342 | 54.911 |
| 11 | 16.1 | 6.7 | 50.307 | 2.716 | 9.450 | 3.390 |
| 12 | 31.2 | 9.7 | 150.757 | 5.509 | 28.618 | 1.626 |
| 13 | 29.4 | 9.5 | 105.840 | 2.629 | 16.193 | 1.279 |
| 14 | 27.0 | 9.4 | 5.717 | 0.729 | 0.385 | 2.382 |
| 15 | 31.5 | 10.5 | 136.547 | 3.209 | 20.837 | 7.167 |
| 16 | 22.1 | 8.4 | 21.397 | 1.929 | 6.288 | 1.614 |
| 17 | 24.2 | 8.1 | 69.743 | 2.949 | 14.338 | 0.192 |
| 18 | 29.8 | 9.5 | 48.837 | 1.896 | 9.462 | 1.359 |
| 19 | 24.2 | 8.9 | 14.863 | 1.087 | 3.080 | 2.280 |
| 20 | 17.5 | 5.6 | 13.720 | 0.409 | 2.357 | 14.648 |
| المتوسطات | $\bar{\bar{x}}_1 = 25.390$ | $\bar{\bar{x}}_2 = 8.444$ | $\bar{s}_1^2 = 106.808$ | $\bar{s}_2^2 = 3.733$ | $\bar{s}_{12} = 17.733$ | |

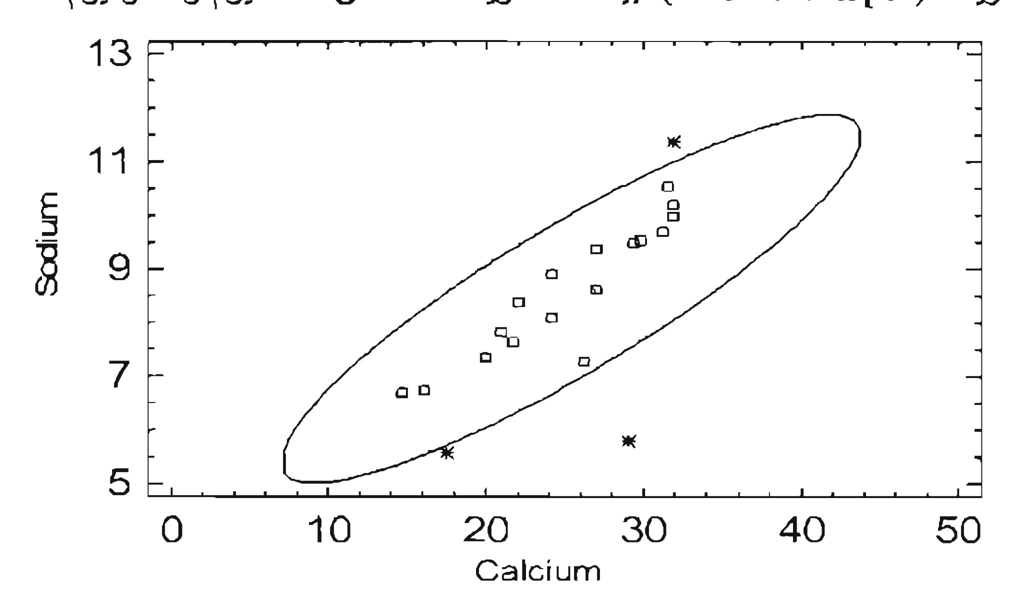
شكل (٤-٣٣):

خريطة $T^2$ لبيانات محتويات الماء من الكالسيوم والصوديوم



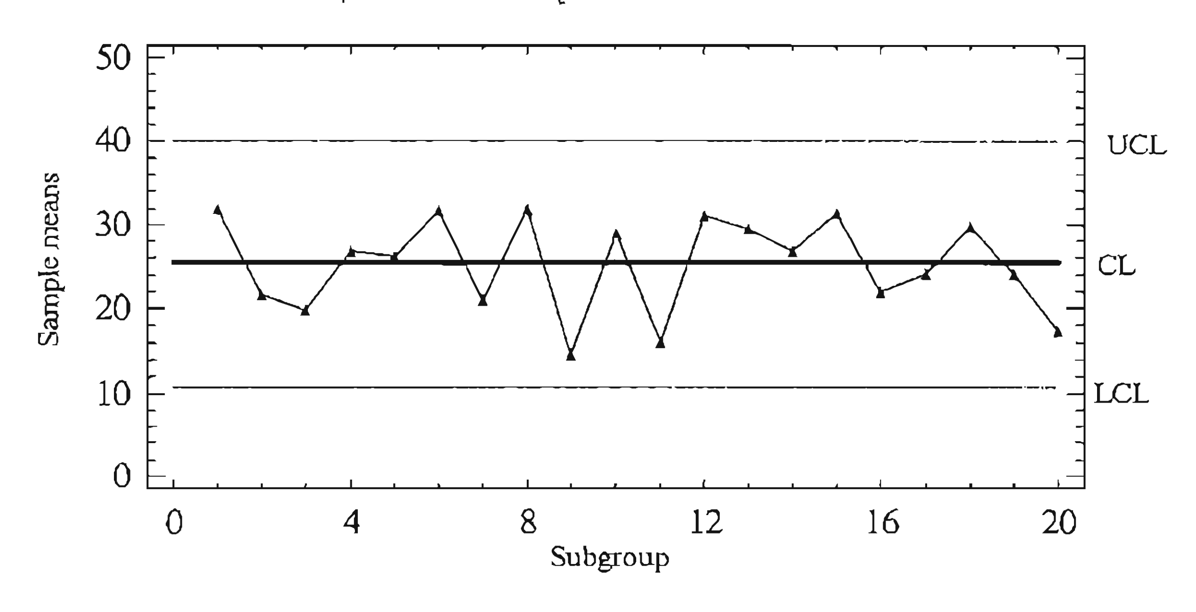

شكل (٤-٣٤):

خريطة (Control Ellipse) لبيانات محتويات الماء من الكالسيوم والصوديوم



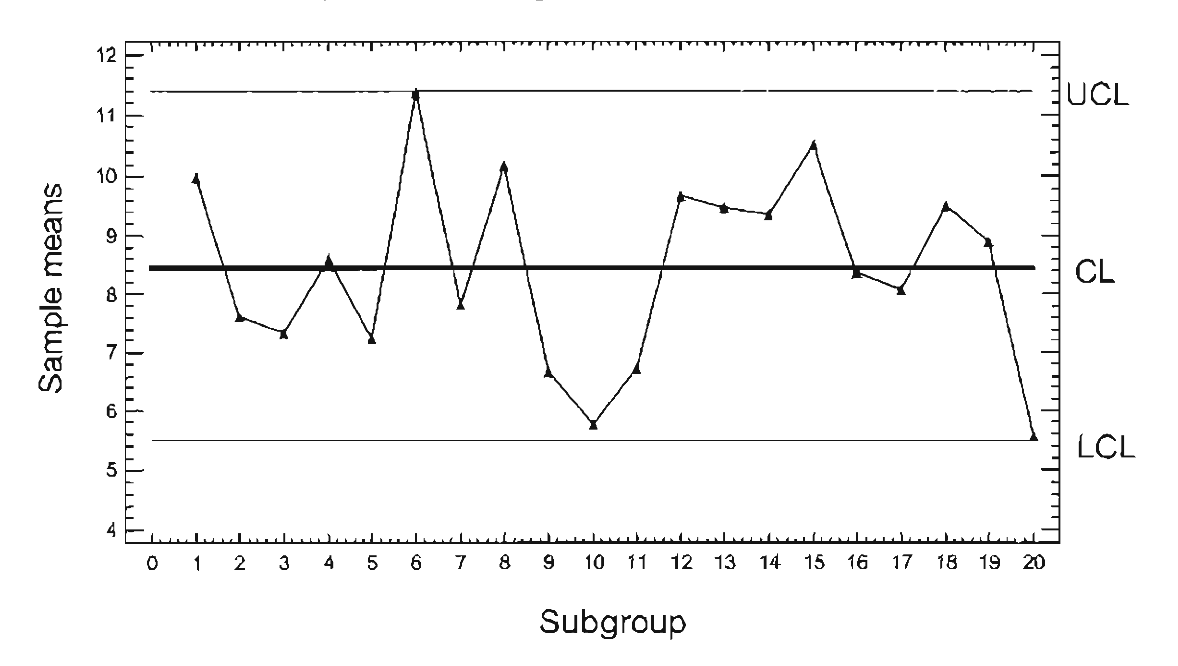
شكل (٤-٣٥):

خريطة الوسط الحسابي لمتغير الصوديوم




شكل (٤-٣٦):

خريطة الوسط الحسابي لمتغير الكالسيوم



**تفسير الخريطة:**

يظهر من الشكل وقوع ثلاث نقاط خارج حد المراقبة العلوي، وهي: نقاط المجموعة السادسة والعاشرة والعشرين، حيث بلغت قيم $T^2$ (١٩,٢٠٧) و(٥٤,٩١١) و(١٤,٦٤٨) على التوالي. في حين يتبين من خريطتي الوسط الحسابي للمتغيرين أن العملية مستقرة لعدم وقوع نقطة خارج حدي المراقبة ولعدم وجود أي نمط أو اتجاه يشير إلى وجود أسباب خاصة (انظر الشكلين ٤-٣٥ و٤-٣٦). لذا يفضل استخدام خريطة المراقبة للمتغيرات المتعددة في مثل هذه الحالات. وبالنظر إلى الجدول (٤-١٤) يلاحظ أن أعلى وأقل متوسط لمعدل الصوديوم في الماء تم تسجيلهما في اليوم السادس واليوم العشرين؛ مما قد يشير إلى وجود أسباب خاصة لارتفاع وانخفاض معدل الصوديوم في هذين اليومين. كما يلاحظ أن أكبر قيمة تباين في معدل الكالسيوم تم تسجيله في اليوم العاشر مما يتضح منه وجود سبب خاص من وراء الاختلافات الكبيرة في معدلات الكالسيوم في هذا اليوم.

يستخدم أحياناً بالإضافة إلى خريطة $T^2$ رسم مراقبة القطع الناقص (Control Ellipse) ، وهو يوضح منطقة المراقبة المشتركة للمتغيرات (Joint control region). والشكل (٤-٣٤) يوضح خريطة القطع الناقص للمتغيرين الكالسيوم والصوديوم، حيث يتضح من الخريطة وقوع ثلاث نقاط خارج فترة الثقة.

## ٤-٣ التوزيع الطبيعي وخرائط المراقبة:

من الافتراضات الأساسية التي تقوم عليها نظرية خريطة المراقبة أن يتبع متغير خاصية الجودة التوزيع الطبيعي. غير أنه في الواقع توجد حالات كثيرة يكون توزيع المجتمع الذي سحبت من العينات يختلف عن التوزيع الطبيعي. ويؤدي عدم استيفاء هذا الفرض في بعض خرائط المراقبة إلى استنتاجات خاطئة؛ ذلك لأن قيم حدود المراقبة تتأثر بتوزيع المعاينة لخاصية الجودة المراد مراقبتها. كما أن التوزيعات الملتوية (Skewed distribution) تزيد فيها وجود المشاهدات الشاذة مما ينتج عنه وقوع نقاط خارج حدي المراقبة تشير إلى حالة عدم مراقبة. وفيما يلي بعض النتائج المترتبة على عدم تبعية متغير خاصية الجودة للتوزيع الطبيعي:

- **خريطة الوسط الحسابي:** أوضحت معظم الدراسات أن عدم تبعية خاصية الجودة للتوزيع الطبيعي لا يؤثر في أداء الخريطة إلا إذا كان توزيع المجتمع الذي سحبت منه العينات بعيداً عن التوزيع الطبيعي (Schilling and Nelson, 1976). وحسب نظرية النهاية المركزية (Central Limit Theorem)، إذا تم سحب عينات (مجموعات جزئية) حجمها (٤) وحدات أو أكبر فإن توزيع متوسطات العينات يقترب من التوزيع الطبيعي حتى إذا كان توزيع المجتمع الذي سحبت منه هذه المجموعات غير طبيعي. ويقترب توزيع متوسطات المجموعات الجزئية للتوزيع الطبيعي مع كبر حجم المجموعة الجزئية (Besterfield 2001, p.66).
- **خريطتا المدى والانحراف المعياري:** إن توزيع المعاينة لأي من المدى R والانحراف المعياري s غير متماثل (Non-symmetric) حتى في حالة تبعية خاصية الجودة للتوزيع الطبيعي. لذا فإن احتمال الوقوع في

الخطأ من النوع الأول $\alpha$ في خريطتي المدى والانحراف المعياري يختلف عن احتمال الوقوع في خطأ النوع الأول في خريطة الوسط الحسابي. كما أن خريطة المدى أكثر حساسية لعدم تبعية خاصية الجودة للتوزيع الطبيعي من خريطة الوسط الحسابي (Montgomery 2005, p.217).

- خريطة المشاهدات الفردية: يتأثر أداء خريطة المشاهدات الفردية بعدم تبعية خاصية الجودة للتوزيع الطبيعي. حيث أوضحت دراسة (Borror, Montgomery, and Runger 1999) أن متوسط طول الدورة تحت المراقبة (in-control run length) يتأثر بعدم تبعية خاصية الجودة للتوزيع الطبيعي، حيث وُجد أن متوسط طول الدورة تحت المراقبة يراوح ما بين (٤٥) و(٩٧) إذا كانت خاصية الجودة تتبع توزيع جاما (Gamma Distribution) مقارنة بـ (٣٧٠) في حالة التوزيع الطبيعي. لذا من الضروري أن يتم التأكد من استيفاء تبعية متغير خاصية الجودة للتوزيع الطبيعي في حالة المشاهدات الفردية قبل إعداد وتفسير الخريطة.

وفيما يلي بعض طرق معالجة مشكلة عدم تبعية متغير خاصية الجودة للتوزيع الطبيعي:

- زيادة أحجام العينات (المجموعات الجزئية)، خمس وحدات فأكثر اعتماداً على شكل توزيع خاصية الجودة.
- في حالة المشاهدات الفردية وإذا كان عدد المشاهدات كبيراً يمكن عمل تجميع للبيانات بعمل مجموعات جزئية، ثم إعداد خريطة الوسط الحسابي.
- استخدام إحدى تحويلات القوة لـ (Box and Cox, 1964 pp.211-252) لتحويل توزيع متغير خاصية الجودة لتوزيع طبيعي، ثم إعداد خريطة المراقبة المناسبة.
- في حالة معرفة توزيع متغير خاصية الجودة يمكن استخدام حدود الاحتمالات (Probability Limits) على أساس النموذج المناسب لتوزيع البيانات (Rayan 1989; pp.90-94).

## تمارين الفصل الرابع:

١. قام قسم ضبط الجودة بمصنع للخراطيم بأخذ (٢٤) مجموعة جزئية يتألف حجم كل منها من (٦) خراطيم من إنتاج كل ساعة في أحد الأيام. والجدول التالي يوضح الأوساط الحسابية وقيم المدى لأطوال الخراطيم مقاسة بالسنتمترات. ارسم خريطتي الوسط الحسابي والمدى. هل العملية مستقرة؟ إذا أظهرت الخريطتان أن العملية غير مستقرة افترض أنه تم تحديد السبب أو الأسباب الخاصة، وأعد رسم الخريطتين باستبعاد المجموعات الجزئية سبب عدم الاستقرار.

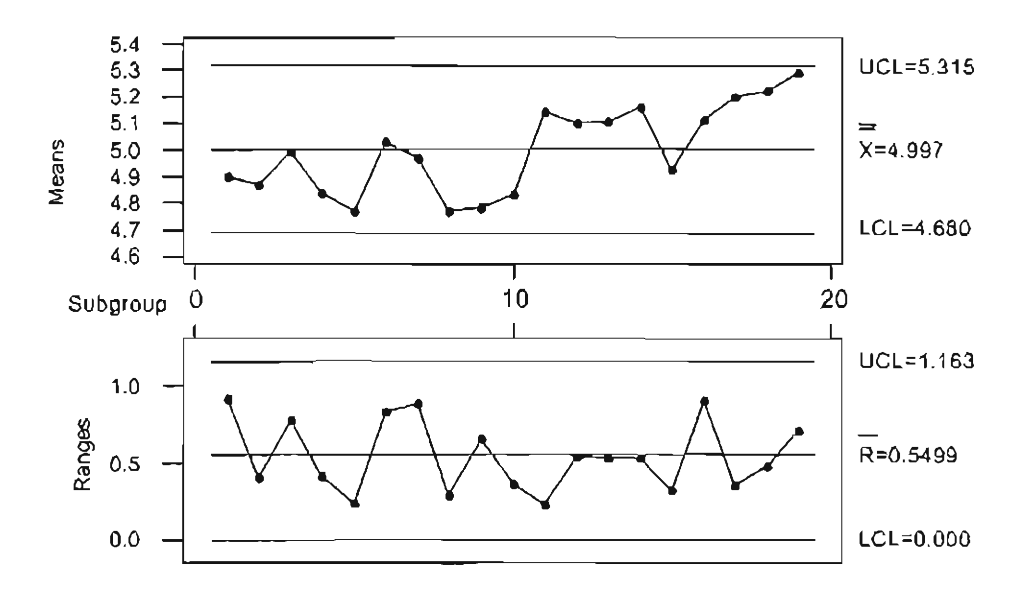
| رقم المجموعة الجزئية | الوسط الحسابي | المدى |
|---|---|---|
| 1 | 30.154 | 0.759 |
| 2 | 30.018 | 0.884 |
| 3 | 30.293 | 1.622 |
| 4 | 30.224 | 1.377 |
| 5 | 29.838 | 1.776 |
| 6 | 30.307 | 1.191 |
| 7 | 30.165 | 1.001 |
| 8 | 29.826 | 1.133 |
| 9 | 29.995 | 0.779 |
| 10 | 29.595 | 0.658 |
| 11 | 29.999 | 0.645 |
| 12 | 30.362 | 1.746 |
| 13 | 30.225 | 2.516 |
| 14 | 29.848 | 1.678 |
| 15 | 29.692 | 0.849 |
| 16 | 29.979 | 1.013 |
| 17 | 30.138 | 1.061 |
| 18 | 30.008 | 1.45 |
| 19 | 29.616 | 1.399 |
| 20 | 30.082 | 1.409 |
| 21 | 30.066 | 0.825 |
| 22 | 29.943 | 0.759 |
| 23 | 30.279 | 1.441 |
| 24 | 29.919 | 1.605 |

٢. أعد حل السؤال (١) بافتراض أن حجم المجموعة الجزئية يساوي (٣) وحدات؟ قارن بين الخريطتين؟ فسر النتائج التي تحصل عليها، ماذا تلاحظ؟

٣. من مخرجات عملية ما تم أخذ (٢٠) مجموعة جزئية حجم كل منها يساوي (٨)، ووجد الوسط الحسابي

لجميع المجموعات الجزئية $\left(\bar{\bar{X}}=28.5\right)$ ومتوسط قيم المدى $\left(\bar{R}=1.6\right)$. احسب حدي المراقبة لخريطتي الوسط الحسابي والمدى.

٤. الشكل التالي يوضح خريطتي الوسط الحسابي والمدى لمخرجات عملية ما. هل العملية مستقرة (استخدم جميع اختبارات الكشف عن وجود أسباب خاصة).




٥. باستخدام برنامج إكسل، احسب لحتمالات كشف خريطة الوسط الحسابي للتغيرات التالية في متوسط مخرجات عملية: (٠,٥) انحراف معياري، (١,٠) انحراف معياري، و(١,٥) معياري و(٣,٠)، إذا كان حجم العينة (المجموعة الجزئية) يساوي (٧). واحسب متوسط أطوال الدورات (ARLs) لكشف هذه التغيرات.

٦. القيم المعيارية للوسط الحسابي والانحراف المعياري لمخرجات إحدى العمليات هي: $(\mu=480)$ و$(\sigma=8)$. احسب حدي المراقبة الأعلى والأدنى لخريطة الوسط الحسابي إذا كان حجم المجموعة الجزئية (٤) وحدات. احسب طول الدورة تحت المراقبة (in-control run length)؟. احسب طول الدورة لكشف التغير في متوسط العملية من (٤٨٠) إلى (٤٧٥)؟.

٧. تم إعداد خريطة وسط حسابي لمخرجات عملية ما على أساس مجموعة جزئية حجمها (٤) وحدات. ووجد أن حدي المراقبة الأعلى والأدنى هما: ٦,٢ و٤,٢ على التوالي. فما الانحراف المعياري لمخرجات هذه العملية؟.

٨. من مخرجات عملية صناعية تم أخذ (٢٥) مجموعة جزئية يتألف حجم كل من خمس (٥) وحدات. وتم قياس خاصية الجودة المراد ضبطها وحساب المجاميع التالية:

$$\sum_{i=1}^{25}\bar{x}_i=624.0428,\quad \sum_{i=1}^{25}R_i=56.1993$$

- احسب حدي المراقبة لخريطتي الوسط الحسابي والمدى.
- احسب نسبة مخرجات العملية غير المطابقة إذا كانت القيمة المستهدفة هي (٢٥,٠) وحدي مواصفات أعلى وأدنى (٢٥,٩) و(٢٤,١) على التوالي وبافتراض استقرار العملية.

٩. ينتج مصنع للسكر عبوات زنة العبوة (٢,٥) كيلوجرام. قام قسم ضبط الجودة بالمصنع بأخذ (٢٦) مجموعة جزئية حجم كل منها يساوي (١٠) أكياس. والجدول يوضح أوزان الأكياس التي تم أخذها. هل العملية مستقرة؟ استخدم خريطتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري.

| المجموعة الجزئية | الأوزان (كجم) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2.70 | 2.63 | 2.53 | 2.55 | 2.31 | 2.79 | 2.48 | 2.67 | 2.16 | 2.44 |
| 2 | 2.46 | 2.57 | 2.18 | 2.28 | 2.44 | 2.41 | 2.23 | 2.50 | 2.44 | 2.42 |
| 3 | 2.49 | 2.54 | 2.78 | 2.40 | 2.24 | 2.47 | 2.75 | 2.44 | 2.56 | 2.17 |
| 4 | 2.62 | 2.50 | 2.72 | 2.41 | 2.02 | 2.18 | 2.71 | 2.62 | 2.61 | 2.38 |
| 5 | 2.14 | 2.41 | 2.26 | 2.27 | 2.26 | 2.01 | 2.60 | 2.61 | 2.46 | 2.57 |
| 6 | 2.69 | 2.19 | 2.79 | 2.99 | 2.96 | 2.70 | 3.07 | 2.70 | 2.14 | 2.71 |
| 7 | 2.55 | 2.44 | 2.53 | 2.25 | 1.90 | 2.55 | 2.13 | 2.12 | 2.32 | 2.52 |
| 8 | 2.64 | 2.50 | 3.12 | 2.37 | 2.17 | 2.55 | 2.78 | 2.66 | 2.53 | 2.80 |
| 9 | 2.65 | 2.50 | 2.26 | 1.78 | 2.43 | 2.51 | 2.43 | 2.43 | 2.64 | 2.74 |
| 10 | 2.56 | 2.30 | 2.74 | 2.29 | 2.46 | 2.89 | 2.21 | 2.30 | 2.63 | 3.05 |
| 11 | 2.50 | 2.11 | 2.26 | 2.39 | 2.23 | 2.36 | 2.42 | 2.26 | 2.10 | 2.63 |
| 12 | 2.66 | 2.19 | 2.47 | 2.29 | 1.98 | 2.62 | 2.54 | 2.20 | 2.41 | 2.56 |
| 13 | 2.17 | 2.51 | 2.87 | 2.41 | 2.62 | 2.81 | 2.91 | 2.53 | 2.06 | 2.37 |
| 14 | 2.45 | 2.66 | 2.66 | 2.53 | 2.55 | 2.71 | 2.54 | 2.35 | 2.01 | 2.50 |
| 15 | 3.02 | 2.20 | 3.06 | 2.56 | 2.42 | 2.11 | 2.26 | 2.46 | 2.66 | 2.83 |
| 16 | 2.63 | 2.91 | 2.69 | 2.47 | 2.57 | 2.41 | 2.80 | 2.22 | 2.97 | 2.81 |
| 17 | 2.46 | 2.79 | 2.59 | 2.16 | 2.71 | 2.65 | 2.30 | 2.51 | 2.70 | 2.67 |
| 18 | 2.53 | 2.92 | 2.45 | 2.44 | 2.22 | 2.63 | 2.70 | 2.78 | 2.46 | 2.46 |
| 19 | 1.99 | 2.64 | 2.31 | 2.47 | 2.57 | 2.28 | 2.73 | 2.19 | 2.74 | 2.67 |
| 20 | 2.50 | 2.17 | 2.85 | 2.63 | 2.42 | 2.86 | 2.27 | 2.62 | 2.53 | 2.35 |
| 21 | 2.82 | 3.08 | 2.63 | 2.67 | 2.64 | 2.49 | 2.44 | 2.86 | 2.62 | 2.72 |
| 22 | 2.30 | 2.57 | 2.90 | 2.41 | 2.40 | 2.79 | 2.77 | 2.12 | 2.39 | 2.81 |
| 23 | 2.43 | 2.46 | 2.54 | 2.70 | 2.62 | 2.35 | 2.48 | 2.94 | 2.26 | 2.65 |
| 24 | 2.09 | 2.61 | 2.62 | 2.67 | 2.41 | 2.59 | 2.64 | 2.64 | 2.51 | 2.46 |
| 25 | 2.85 | 2.53 | 2.88 | 2.37 | 2.50 | 2.50 | 2.08 | 2.56 | 2.34 | 2.66 |
| 26 | 2.01 | 2.34 | 2.67 | 2.35 | 2.76 | 2.97 | 2.82 | 2.28 | 2.14 | 2.55 |

١٠.من بيانات السؤال التاسع ارسم حدي الاحتمالات (Probability limits) التي طورها ريان (Rayan, 1989, p.90) لضبط الانحراف المعياري لأوزان أكياس السكر باستخدام برنامج إكسل. هل تشتت أوزان السكر مستقر؟

١١.باستخدام فكرة حدي الاحتمالات لخريطة الانحراف المعياري اشتق معادلات حدي الاحتمالات لخريطة التباين. هل يوجد اختلاف بين خريطة التباين والانحراف المعياري؟ ولماذا؟

# الفصل الخامس

# خرائط المتوسطات المتحركة والجمع التراكمي

يُعاب على خرائط المراقبة لشوهارت التي ناقشناها في الفصل الرابع أن أية نقطة في الخريطة ليست لها علاقة ببيانات النقاط السابقة لها، أي عديمة الذاكرة (Memoryless). هذه الصفة تجعل خريطة شوهارت أقل حساسية في كشف التغيرات الصغيرة المستمرة في مستوى العملية؛ مثل كشف تغير في متوسط العملية في حدود واحد ونصف انحراف معياري أو أقل. وعلى الرغم من أنه يمكن تطبيق اختبارات الأنماط والاتجاهات غير العشوائية التي تستخدم لتفسير الخريطة بالنظر إلى جميع النقاط؛ إلا أن استخدام هذه الاختبارات تسهم في زيادة عدد الإنذارات الخاطئة (Woodall & Montgomery, 1999).

يتناول هذا الفصل خرائط المتوسط المتحرك والمتوسط المتحرك المُرجح أسيا والجمع التراكمي للانحرافات، وذلك مما يُستخدم استخداماً أساسياً للكشف عن التغيرات الصغيرة المستمرة في مخرجات العمليات. لذا تعتبر هذه الخرائط البديلة لخريطة المراقبة لشوهارت لمراقبة العمليات في المرحلة الثانية (Phase II)، وهي مرحلة ما بعد تأسيس الاستقرار في مخرجات العملية والتي تتصف بالتغيرات الصغيرة. وتعد هذه المرحلة مرحلة مراقبة مستمرة، تهدف إلى الكشف عن التغيرات في مخرجات العملية وتحديد الأسباب الخاصة من ورائها ومعالجة المشكلات.

## ٥-١ خريطة المتوسط المتحرك:

تستخدم خريطة المتوسط المتحرك (Moving Average Chart) لمراقبة متوسط مخرجات العملية في حالتي المشاهدات الفردية والمجموعات الجزئية. وتتميز الخريطة بأنها أكثر حساسية في كشف التغيرات الصغيرة مقارنة بخريطتي المشاهدات الفردية والوسط الحسابي. غير أنها أقل حساسية من خريطة المتوسط المرجح أسياً (EWMA) والجمع التراكمي (CUSUM). ونقاط الخريطة هي الوسط الحسابي لفترات زمنية محددة المدى (span)؛ وفي كل مرة يحتسب فيها المتوسط المتحرك تترك الفترة الأقدم وتضاف قيمة الفترة اللاحقة؛ ولذلك جاءت التسمية بالمتحرك. ويعتمد تحديد طول الفترة $(w)$ المراد عندها حساب المتوسط المتحرك على مستوى التغير المراد كشفه. وبصورة عامة لكشف التغيرات الصغيرة يفضل أن يكون طول الفترة كبيراً، أي أن العلاقة عكسية. ويقترح بيسيل (Bissell, 1994; p. 134) أن يكون طول $w$ ما بين ٣ و ٥. فمثلاً في حالة المجموعات الجزئية $(n_i > 1)$ إذا كان طول المدى المراد عنده حساب المتوسط المتحرك $(w)$ يساوي (٣) وعدد المجموعات الجزئية يساوي $(g)$ يتم حساب المتوسطات المتحركة كما يلي:

$$M_1 = \bar{x}_1,\ M_2 = \frac{(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)}{2},\ M_3 = \frac{(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)}{3}, M_4 = \frac{(\bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4)}{3}, \dots, M_g = \frac{(\bar{x}_{g-2} + \bar{x}_{g-1} + \bar{x}_g)}{3}$$

وبصورة عامة يتم حساب المتوسطات المتحركة كما يلي:

$$M_i = \frac{1}{w}\left(\bar{x}_{i-w+1} + \bar{x}_{i-w+2} + \dots + \bar{x}_{i-1} + \bar{x}_i\right) \quad for\ i \geq w \qquad (5\text{-}1)$$

وإذا كانت $\bar{x}_i$ متغيرات عشوائية مستقلة ولها تباين مشترك مساوي $\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)$ فإن تباين المتوسط المتحرك يأخذ الصيغة التالية:

$$V(M_i)=\frac{1}{w^2}\sum_{j=i-w+1}^{i}V(\bar{x}_j)=\frac{1}{w^2}\sum_{j=i-w+1}^{i}\frac{\sigma^2}{n}\cong\frac{\sigma^2}{nw} \qquad (5\text{-}2)$$

**٥-١-١ حدود المراقبة (حالة المجموعات الجزئية المتغيرة):**

- نقاط الخريطة $(M_i)$

$$M_i=\begin{cases}\frac{\bar{x}_1+\ldots+\bar{x}_i}{i} & \text{for } i\le w\\ \frac{\bar{x}_i+\ldots+\bar{x}_{i-w+1}}{w} & \text{for } i>w\end{cases} \qquad (5\text{-}3)$$

- الخط المركزي $(\bar{\bar{x}})$:

$$\bar{\bar{x}}=\frac{n_1\bar{x}_1+n_2\bar{x}_2+\ldots+n_g\bar{x}_g}{n_1+n_2+\ldots+n_g} \qquad (5\text{-}4)$$

حيث إن $\bar{x}_g$ الوسط الحسابي للمجموعة الجزئية رقم $g$.

- حد المراقبة السفلي (LCL):

$$LCL_i=\begin{cases}\bar{\bar{x}}-L\left(\hat{\sigma}/i\right)\sqrt{1/n_i+\ldots+1/n_1} & \text{for } i\le w\\ \bar{\bar{x}}-L\left(\hat{\sigma}/w\right)\sqrt{1/n_i+\ldots+1/n_{i-w+1}} & \text{for } i>w\end{cases} \qquad (5\text{-}5)$$

- حد المراقبة العلوي (UCL):

$$UCL_i=\begin{cases}\bar{\bar{x}}+L\left(\hat{\sigma}/i\right)\sqrt{1/n_i+\ldots+1/n_1} & \text{for } i\le w\\ \bar{\bar{x}}+L\left(\hat{\sigma}/w\right)\sqrt{1/n_i+\ldots+1/n_{i-w+1}} & \text{for } i>w\end{cases} \qquad (5\text{-}6)$$

**٥-١-٢ حدود المراقبة (حالة المجموعات الجزئية الثابتة ($n_i=n$)):**

- نقاط الخريطة $(M_i)$

$$\begin{aligned}M_i&=\frac{\bar{x}_1+\ldots+\bar{x}_i}{i} && \text{for } i\le w\\ &=\frac{\bar{x}_i+\ldots+\bar{x}_{i-w+1}}{w} && \text{for } i>w\end{aligned} \qquad (5\text{-}7)$$

- الخط المركزي $(\bar{\bar{x}})$:

$$\bar{\bar{x}}=\frac{\bar{x}_1+\bar{x}_2+\ldots+\bar{x}_g}{g} \qquad (5\text{-}8)$$

- حد المراقبة السفلي (LCL):

$$LCL_i = \bar{\bar{x}} - L\left(\bar{\sigma}/_i\right)\sqrt{\frac{i}{n}} \qquad for\ i \le w$$
$$= \bar{\bar{x}} - L\left(\bar{\sigma}/_w\right)\sqrt{\frac{w}{n}} \qquad for\ i > w \qquad (5\text{-}9)$$

- حد المراقبة العلوي (UCL):

$$UCL_i = \bar{\bar{x}} + L\left(\bar{\sigma}/_i\right)\sqrt{\frac{i}{n}} \qquad for\ i \le w$$
$$= \bar{\bar{x}} + L\left(\bar{\sigma}/_w\right)\sqrt{\frac{w}{n}} \qquad for\ i > w \qquad (5\text{-}10)$$

**٥-١-٣ حدود المراقبة (حالة المشاهدات الفردية):**

- نقاط الخريطة ($M_i$):

$$M_i = \left(x_1 + \ldots + x_i\right)/i \qquad for\quad i \le w$$
$$= \left(x_i + \ldots + x_{i-w+1}\right)/w \qquad for\quad i > w \qquad (5\text{-}11)$$

- الخط المركزي: ($\bar{x}$):

$$\bar{x} = \frac{1}{g}\sum_{i=1}^{g} x_i \qquad (5\text{-}12)$$

- حد المراقبة السفلي (LCL):

$$LCL_i = \bar{x} - \frac{L\bar{\sigma}}{\sqrt{i}} \qquad for\ i \le w$$
$$= \bar{x} - \frac{L\bar{\sigma}}{\sqrt{w}} \qquad for\ i > w \qquad (5\text{-}13)$$

- حد المراقبة العلوي (UCL):

$$UCL_i = \bar{x} + \frac{L\bar{\sigma}}{\sqrt{i}} \qquad for\ i \le w$$
$$= \bar{x} + \frac{L\bar{\sigma}}{\sqrt{w}} \qquad for\ i > w \qquad (5\text{-}14)$$

حيث إن: $w$ طول الفترة المراد عندها حساب المتوسط المتحرك، و$g$ عدد المجموعات الجزئية/المشاهدات الفردية، $\bar{\sigma}$ تقدير الانحراف المعياري ويتم حسابه باستخدام إحدى المعادلتين التاليتين: $\bar{\sigma} = \bar{R}/d_2$ أو $\bar{\sigma} = \bar{S}/c_4$

**مثال (٥-١):**

يقوم قسم مراقبة الجودة بمصنع للبراغي (مسامير) بأخذ عينة عشوائية حجمها (٥) براغيَ من إنتاج كل ساعة لفحصها والتأكد من مطابقتها للمواصفات. ويعتبر طول البرغي من أهم المواصفات التي يحرص المصنع على مراقبتها وضبطها. الجدول التالي يوضح أطوال البراغي التي تم اختيارها عشوائياً في أحد الأيام. المطلوب إعداد خريطة المتوسط المتحرك لهذه البيانات باستخدام طول فترة ($w=3$). هل العملية مستقرة (تحت الضبط الإحصائي)؟.

**جدول (٥-١): بيانات أطوال البراغي (سم)**

| المجموعة الجزئية | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7.001 | 7.001 | 7.000 | 6.976 | 6.998 |
| 2 | 7.000 | 7.000 | 6.998 | 6.989 | 7.001 |
| 3 | 6.999 | 7.000 | 6.998 | 6.997 | 7.000 |
| 4 | 7.001 | 7.001 | 7.002 | 6.993 | 7.000 |
| 5 | 7.001 | 7.000 | 7.000 | 7.015 | 7.001 |
| 6 | 6.999 | 6.999 | 6.999 | 6.978 | 7.000 |
| 7 | 6.999 | 6.999 | 7.001 | 7.013 | 6.999 |
| 8 | 7.000 | 6.998 | 7.002 | 7.010 | 7.001 |
| 9 | 7.001 | 7.000 | 7.000 | 6.992 | 7.000 |
| 10 | 7.001 | 7.001 | 7.000 | 6.985 | 6.999 |
| 11 | 6.999 | 7.000 | 6.999 | 6.977 | 7.000 |
| 12 | 6.998 | 6.999 | 7.001 | 6.990 | 6.998 |
| 13 | 7.000 | 6.999 | 7.000 | 7.015 | 6.999 |
| 14 | 7.001 | 7.001 | 7.002 | 7.030 | 7.000 |
| 15 | 7.000 | 7.000 | 6.999 | 6.982 | 7.001 |
| 16 | 6.999 | 7.001 | 7.000 | 7.001 | 6.999 |
| 17 | 7.000 | 7.000 | 7.000 | 7.008 | 7.000 |
| 18 | 6.999 | 6.999 | 7.001 | 6.997 | 7.000 |
| 19 | 7.001 | 7.000 | 7.002 | 6.982 | 7.001 |
| 20 | 7.001 | 7.002 | 6.999 | 7.009 | 7.000 |
| 21 | 7.000 | 7.000 | 7.005 | 7.003 | 7.000 |
| 22 | 6.999 | 7.002 | 7.001 | 6.989 | 7.000 |
| 23 | 7.000 | 6.999 | 7.002 | 7.003 | 7.001 |
| 24 | 7.001 | 6.998 | 6.999 | 7.033 | 7.002 |

**الحل:**

**أولاً** – تم حساب الوسط الحسابي للمجموعات الجزئية، ثم تم حساب الوسط الحسابي الكلي كما موضح بالجدول (٥-٢).

**ثانياً** – تم حساب نقاط الخريطة (المتوسطات المتحركة)، فمثلاً تم حساب المتوسطات الأربعة الأولى كما يلي:

$$M_1 = \frac{\bar{x}_1}{1} = 6.995$$

$$M_2 = \frac{(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)}{2} = \frac{(6.995+6.998)}{2} = 6.996$$

$$M_3 = \frac{(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)}{3} = \frac{(6.995+6.998+6.999)}{3} = 6.997$$

$$M_4 = \frac{(\bar{x}_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_2)}{3} = \frac{(6.999+6.999+6.998)}{3} = 6.999$$

**ثالثاً** – تم حساب الانحراف المعياري باستخدام المقدر $\left(\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2\right)$ حيث تم حساب المدى للمجموعات ومن ثم حساب الوسط الحسابي لهذه المديات كما موضح بالجدول (٥-٢).

$$\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2 = \frac{0.0140417}{2.326} = 0.0060368$$

**رابعاً** – حساب حدود المراقبة:

- نقاط حد المراقبة السفلي (LCL):

$$LCL_1 = \bar{\bar{x}} - 3\left(\hat{\sigma}/1\right)\sqrt{\frac{1}{n}} = 6.9998 - 3\times\frac{0.00603683}{1}\sqrt{\frac{1}{5}} = 6.9917$$

$$LCL_2 = \bar{\bar{x}} - 3\left(\hat{\sigma}/2\right)\sqrt{\frac{2}{n}} = 6.9998 - 3\times\frac{0.00603683}{2}\sqrt{\frac{2}{5}} = 6.9941$$

$$LCL_3 = \bar{\bar{x}} - 3\left(\hat{\sigma}/3\right)\sqrt{\frac{3}{n}} = 6.9998 - 3\times\frac{0.00603683}{3}\sqrt{\frac{3}{5}} = 6.9951$$

$$LCL_4 \ldots LCL_{24} = \bar{\bar{x}} - 3\left(\hat{\sigma}/3\right)\sqrt{\frac{3}{n}} = 6.9998 - 3\times\frac{0.00603683}{3}\sqrt{\frac{3}{5}} = 6.9951$$

- نقاط حد المراقبة العلوي (UCL):

$$UCL_1 = \bar{\bar{x}} + 3\left(\hat{\sigma}/1\right)\sqrt{\frac{1}{n}} = 6.9998 + 3\times\frac{0.00603683}{1}\sqrt{\frac{1}{5}} = 7.0079$$

$$UCL_2 = \bar{\bar{x}} + 3\left(\hat{\sigma}/2\right)\sqrt{\frac{2}{n}} = 6.9998 + 3\times\frac{0.00603683}{2}\sqrt{\frac{2}{5}} = 7.0055$$

$$UCL_3 = \bar{\bar{x}} + 3\left(\hat{\sigma}/3\right)\sqrt{\frac{3}{n}} = 6.9998 + 3\times\frac{0.00603683}{3}\sqrt{\frac{3}{5}} = 7.0045$$

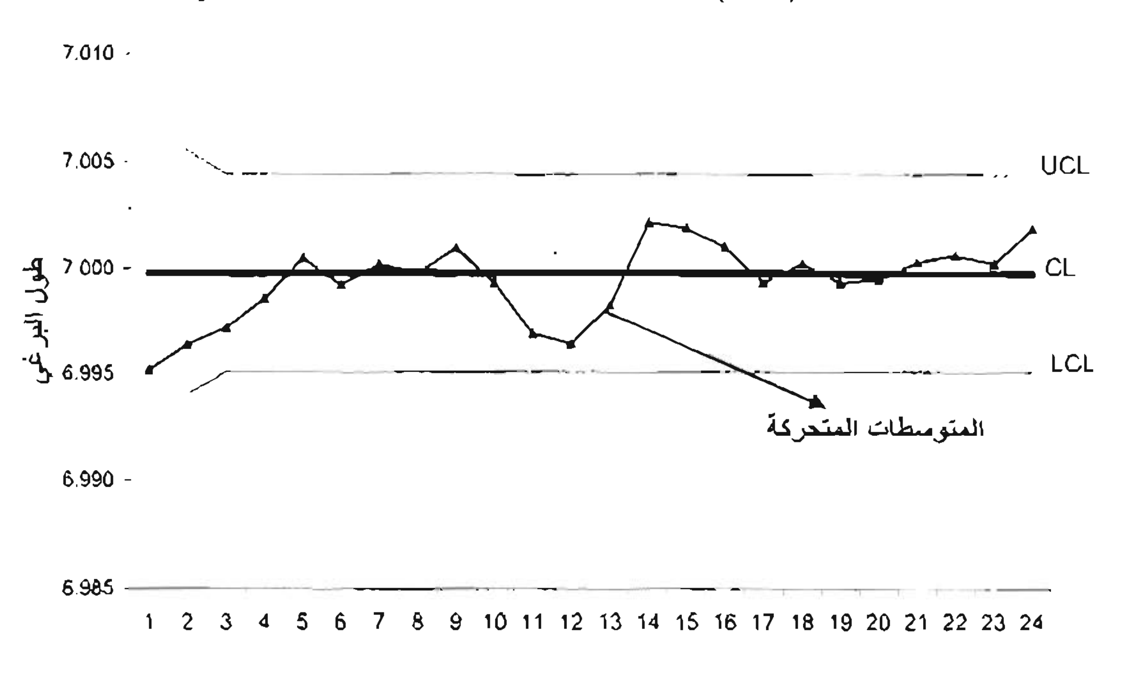
$$UCL_4 \ldots LCL_{24} = \bar{\bar{x}} + 3\left(\hat{\sigma}/3\right)\sqrt{\frac{3}{n}} = 6.9998 + 3\times\frac{0.00603683}{3}\sqrt{\frac{3}{5}} = 7.0045$$

**خامساً** – وباستخدام برنامج إكسل تم رسم خريطة المتوسط المتحرك (شكل ٥-١). ويستشف من الشكل أن العملية في حالة ضبط إحصائي لعدم وقوع نقطة خارج حدي المراقبة.

جدول (٥-٢): الحسابات اللازمة لإعداد خريطة المتوسط المتحرك

| رقم المجموعة الجزئية | الوسط الحسابي $\bar{x}_i$ | المتوسط المتحرك $M_i$ | المدى المتحرك MR | الحد العلوي UCL | الخط المركزي $\bar{\bar{x}}$ | الحد السفلي LCL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6.995 | 6.995 | 0.025 | 7.0079 | 6.9998 | 6.9917 |
| 2 | 6.998 | 6.996 | 0.012 | 7.0055 | 6.9998 | 6.9941 |
| 3 | 6.999 | 6.997 | 0.003 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 4 | 6.999 | 6.999 | 0.009 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 5 | 7.003 | 7.001 | 0.015 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 6 | 6.995 | 6.999 | 0.022 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 7 | 7.002 | 7.000 | 0.014 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 8 | 7.002 | 7.000 | 0.012 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 9 | 6.999 | 7.001 | 0.009 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 10 | 6.997 | 6.999 | 0.016 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 11 | 6.995 | 6.997 | 0.023 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 12 | 6.997 | 6.996 | 0.011 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 13 | 7.003 | 6.998 | 0.016 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 14 | 7.007 | 7.002 | 0.030 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 15 | 6.996 | 7.002 | 0.019 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 16 | 7.000 | 7.001 | 0.002 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 17 | 7.002 | 6.999 | 0.008 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 18 | 6.999 | 7.000 | 0.004 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 19 | 6.997 | 6.999 | 0.020 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 20 | 7.002 | 7.000 | 0.010 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 21 | 7.002 | 7.000 | 0.005 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 22 | 6.998 | 7.001 | 0.013 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 23 | 7.001 | 7.000 | 0.004 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| 24 | 7.007 | 7.002 | 0.035 | 7.0045 | 6.9998 | 6.9951 |
| المتوسط | 6.9998 | | 0.0140417 | | | |


شكل (٥-١): خريطة المتوسط المتحرك لأطوال البراغي




## ٥-٢ خريطة المتوسط المتحرك المُرجح أسياً:

### ٥-٢-١ مدخل:

يرجع الفضل إلى تطوير خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً (Exponentially Weighted Moving Average EWMA) إلى العالم روبتس، كان ذلك في أواخر خمسينيات القرن الماضي (Roberts 1959). وتستخدم خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً بديلاً لخريطة الوسط الحسابي وخريطة المشاهدات الفردية في حالة الرغبة في كشف التغيرات الصغيرة في متوسط مخرجات العملية؛ ذلك لأن الخريطة تتميز بأنها أكثر حساسية للتغيرات الصغيرة مقارنة بخريطتي الوسط الحسابي والمشاهدات الفردية؛ إذ إن أية نقطة في الخريطة تتضمن معلومات عن المشاهدة الحالية وجميع المشاهدات السابقة لها.

### المتوسط المتحرك المرجح أسياً:

يُعاب على خريطة المتوسط المتحرك أنها تعطي ترجيحاً متساوياً لجميع النقاط $(\frac{1}{n})$. غير أنه في خريطة المتوسط المتحرك المرجح أُسياً تعطى نقاط الفترات القريبة زمنياً ترجيحاً أكبر من النقاط البعيدة. فإذا كان لدينا g مجموعة جزئية رشيدة حجم كل منها (n) مشاهدة أخذت على فترات من مخرجات العملية، فإن المتوسط المتحرك المرجح أسياً $(Z_i)$ للمجموعة الجزئية رقم $(i)$ تأخذ الصيغة التالية:

$$Z_i = \lambda\bar{x}_i + (1-\lambda)Z_{i-1} \quad for \;\; i > 0 \qquad (5\text{-}15)$$

حيث إن:

$\lambda$ هو ثابت الترجيح (Weighting constant) ويتراوح قيمته ما بين الصفر والواحد الصحيح $(0 < \lambda < 1)$

$\bar{x}_i$ الوسط الحسابي للمجموعة الجزئية رقم i.

وتستخدم لنقطة البداية ($z_0$) المتوسط الكلي ($\bar{\bar{x}}$)أو القيمة المستهدفة (T).

والآن يمكن إعادة كتابة المعادلة (5-15) كما يلي:

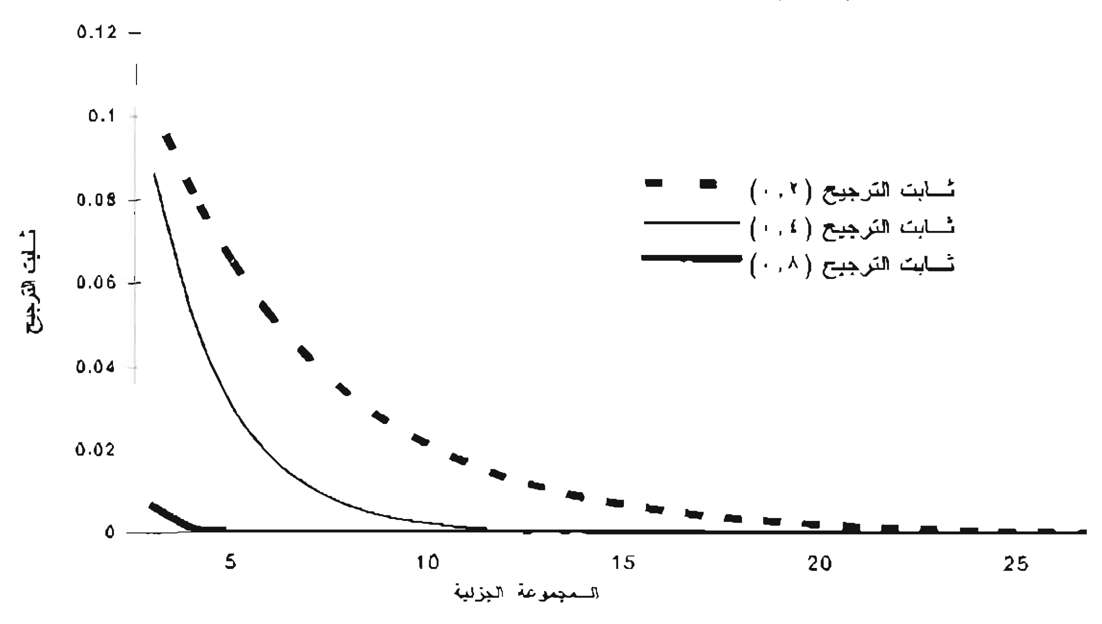
$$\begin{aligned} Z_i &= \lambda\bar{x}_i + (1-\lambda)Z_{i-1} = Z_{i-1} + \lambda(\bar{x}_i - Z_{i-1}) \\ &= \lambda\bar{x}_i + (1-\lambda)[\lambda\bar{x}_{i-1} + (1-\lambda)Z_{i-2}] \\ &= \lambda\bar{x}_i + (1-\lambda)\lambda\bar{x}_{i-1} + (1-\lambda)^2 Z_{i-2} \\ &= \lambda\bar{x}_i + (1-\lambda)\lambda\bar{x}_{i-1} + (1-\lambda)^2[\lambda\bar{x}_{i-2} + (1-\lambda)Z_{i-3}] \\ &= \lambda\bar{x}_i + (1-\lambda)\lambda\bar{x}_{i-1} + (1-\lambda)^2\lambda\bar{x}_{i-2} + (1-\lambda)^3 Z_{i-3} \end{aligned}$$

وبالاستمرار في التبديل بقيم $Z_{i-j}$ ، $j=3,4,5,\ldots$ نحصل على:

$$Z_i = \lambda\sum_{j=0}^{i-1}(1-\lambda)^j \bar{x}_{i-j} + (1-\lambda)^i Z_0 \qquad (5\text{-}16)$$

ويتضح من المعادلة (5-16) أن أية نقطة في الخريطة هي الوسط المرجح لمتوسط المجموعات الجزئية التي تسبقها. ويلاحظ أن الأوزان $\lambda(1-\lambda)^j$ تتناقص أسياً نظراً إلى تغير قيمة الأس j، لذلك جاءت التسمية بالمتوسط المتحرك المرجح أسياً. كما يلاحظ أن ثابت الترجيح (λ) هو الذي يحدد تأثير النقاط السابقة في النقطة الحالية. ويستشف من المعادلتين (5-15) و(5-16) أنه إذا اقتربت قيمة ثابت الترجيح إلى الواحد الصحيح يعني ذلك أن ترجيحاً أكبر أُعطي لمتوسط المجموعة الجزئية الحالية، وتقترب الخريطة إلى خريطة الوسط الحسابي. ومن ناحية ثانية إذا كانت قيمة ثابت الترجيح أقرب إلى الصفر فإن ذلك يعني ترجيحاً أقل أعطي لمتوسط المجموعة الجزئية الحالية (الشكل ٥-٢).

شكل (٥-٢): يوضح تناقص الترجيح مع رقم المجموعة الجزئية




**تباين المتوسط المتحرك المرجح أسياً:**

إذا كانت متوسطات المجموعات الجزئية ($\bar{x}_i$) متغيرات عشوائية مستقلة بتباين قدره $\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)$ فإن تباين $(Z_i)$ يمكن حسابه كما يلي:

$$V(Z_i) = V[\lambda \bar{x}_i + (1-\lambda)Z_{i-1}] = \lambda^2 V(\bar{x}_i) + (1-\lambda)^2 V(Z_{i-1})$$

ولتقارب قيم المشاهدات المتتالية، يمكن افتراض أن تباين $V(Z_i)$ مساو تقريباً لتباين $V(Z_{i-1})$، ومن ثم يمكن إعادة كتابة المعادلة أعلاه كما يلي:

$$V(Z_i)[1-(1-\lambda)^2] = \lambda^2\sigma^2/n$$

ومن ثم فإن تباين $(Z_i)$ هو:

$$V(Z_i) = \frac{\lambda}{2-\lambda}\left(\frac{\sigma^2}{n}\right) \qquad (5\text{-}17)$$

ولقيم i الصغيرة يتم اشتقاق تباين $(Z_i)$ كما يلي:

تباين $Z_1$:

$$V(Z_1)=\lambda^2 V(\bar{x}_1)+(1-\lambda)^2 V(Z_0)=\lambda^2\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)$$

تباين $Z_2$:

$$V(Z_2)=\lambda^2\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)+(1-\lambda)^2\lambda^2\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)=\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\lambda^2\left[1+(1-\lambda)^2\right]$$

وبالطريقة نفسها يتم اشتقاق تباين $Z_3$ و $Z_4$ كما يلي:

$$V(Z_3)=\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\lambda^2\left[1+(1-\lambda)^2+(1-\lambda)^4\right]$$

$$V(Z_4)=\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\lambda^2\left[1+(1-\lambda)^2+(1-\lambda)^4+(1-\lambda)^6\right]$$

وبصورة عامة يأخذ تباين $Z_i$ الصيغة التالية:

$$V(Z_i)=\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\lambda^2\left[1+(1-\lambda)^2+(1-\lambda)^4+(1-\lambda)^6+\ldots+(1-\lambda)^{2(i-1)}\right]$$

$$=\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\lambda^2\left[\frac{1-(1-\lambda)^{2i}}{1-(1-\lambda)^2}\right]$$

$$V(Z_i)=\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(1-(1-\lambda)^{2i}\right) \qquad (5\text{-}18)$$

## ٥-٢-٢ حدود المراقبة لخريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً للمجموعات الجزئية:

لحساب حدي المراقبة للخريطة تستخدم المعادلات التالية:

حد المراقبة العلوي (UCL):

$$UCL_i=Z_0+L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(1-(1-\lambda)^{2i}\right)} \qquad (5\text{-}19)$$

الخط المركزي = $Z_0$

حد المراقبة السفلي (LCL):

$$LCL_i=Z_0-L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(1-(1-\lambda)^{2i}\right)} \qquad (5\text{-}20)$$

**حيث إن:**

$Z_0$ = الوسط الكلي ($\bar{\bar{x}}$) أو القيمة المستهدفة.

$L$ = عرض حدي المراقبة وعادة ما تكون قيمته (٣).

$\sigma$ = الانحراف المعياري لـ $x_i$ ويتم تقديره إما باستخدام الصيغة $\bar{S}/c_4$ أو الصيغة $\bar{R}/d_2$.

$n$ = حجم المجموعة الجزئية.

$\lambda$ = ثابت الترجيح.

$i$ = رقم المجموعة الجزئية.

ويلاحظ من المعادلتين (5-19) و(5-20) أن الحد $[1-(1-\lambda)^{2i}]$ يؤول أو يقترب إلى الواحد الصحيح بزيادة قيمة $i$، أي في حالة زيادة الفترة المأخوذة منها البيانات. ومن ثم يمكن استخدام تباين $Z_i$ حسب الصيغة (5-17) في حساب حدي المراقبة. حيث يتم حساب حدي المراقبة في هذه الحالة كما يلي:

الحد المراقبة العلوي (UCL):

$$UCL = Z_0 + L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \qquad (5\text{-}21)$$

الحد المراقبة السفلي (LCL):

$$LCL = Z_0 - L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \qquad (5\text{-}22)$$

### ٥-٢-٣ خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً للمشاهدات الفردية:

يجب أن نشير إلى أن المعادلات الواردة أعلاها تخص خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً لحالة المجموعات الجزئية التي يزيد حجمها على مشاهدة. أما في حالة المشاهدات الفردية فإنه يتم استخدام المعادلات نفسها باستبدال $(\bar{x}_i)$ بـــ $(x_i)$ وتباين $Z_i$ للمجموعات الجزئية بتباين المشاهدات الفردية. ويمكن إعادة كتابة معادلات المتوسط المتحرك المرجح أسياً وحدي المراقبة كما يلي:

المتوسط المتحرك المرجح أسياً $(Z_i)$ للمشاهدة رقم (i) هو:

$$Z_i = \lambda x_i + (1-\lambda)Z_{i-1} \quad \text{for } i > 0 \qquad (5\text{-}23)$$

حد المراقبة العلوي (UCL):

$$UCL_i = Z_0 + L\sigma\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(1-(1-\lambda)^{2i}\right)} \qquad (5\text{-}24)$$

الخط المركزي = $Z_0$

حد المراقبة السفلي (LCL):

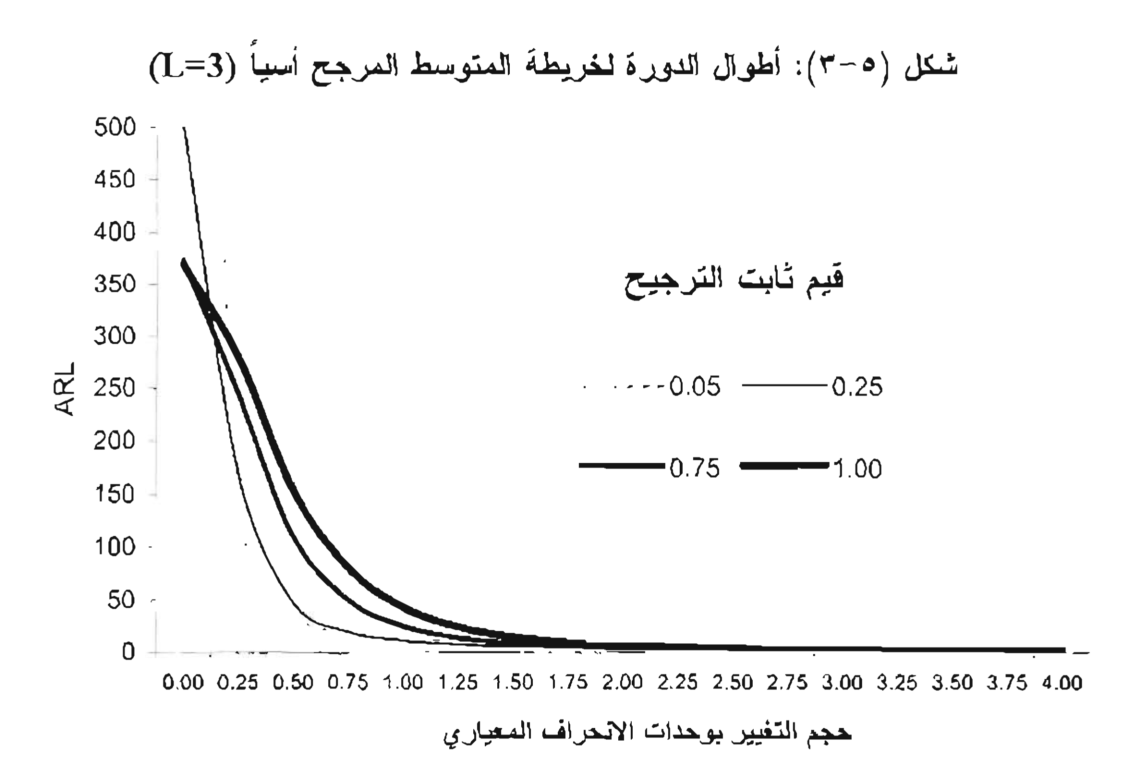
$$LCL_i = Z_0 - L\sigma\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(1-(1-\lambda)^{2i}\right)} \qquad (5\text{-}25)$$

### ٥-٢-٤ تصميم خريطة المتوسط المرجح أسياً:

تعتمد حساسية خريطة المتوسط المرجح أسياً للكشف عن التغيرات في مخرجات العملية على قيمتي (L)، وثابت الترجيح ($\lambda$). فأما عن قيمة (L) فيفضل أن تكون مساوية لـــ (٣) خاصة مع قيم ثابت الترجيح الكبرى.

وأما عن تحديد قيمة ثابت الترجيح فإن أفضل النتائج تتحقق عندما تكون قيمة الثابت ما بين (0.1) و (0.3) حسب فارنم (Farnum 1994, p.198) وما بين (0.05) و(0.25). حسب مونتجومري (Montgomery 2001, p.431). وبصورة عامة يقترح مونتجومري أن يتم استخدام قيم صغيرة لثابت الترجيح لكشف التغيرات الصغيرة. وأعد كل من لوكاس وساكسي (Lucas & Saccucci 1990) جداول للمساعدة في اختيار قيمة ثابت الترجيح المناسبة. ويوضح كل من الجدول (٥-٣) والشكل (٥-٣) أثر قيمة ثابت الترجيح في متوسط طول الدورة (ARL)، ويستشف من الجدول والشكل أن خريطة المتوسط المرجح أسياً أسرع في كشف التغيرات الصغيرة في متوسط العملية مقارنة بخريطة شوهارت للمشاهدات الفردية. فمثلاً لكشف تغير في متوسط العملية قدره (٠,٥) انحراف معياري نحتاج باستخدام خريطة المتوسط المرجح أسياً لفحص واختبار (٤٨) مجموعة جزئية في حالة تحديد قيم L وλ بـ 3 و 0.45 على التوالي، في حين إذا استخدمنا خريطة شوهارت للمشاهدات الفردية فإننا نحتاج إلى فحص واختبار (١٥٥) مجموعة جزئية لكشف هذا التغير نفسه من بداية حدوثه. ويتحسن أداء خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً في كشف التغيرات الصغيرة عند اختيار قيم صغيرة لثابت الترجيح. غير أنه يجب ملاحظة أن أداء خريطة الوسط الحسابي لشوهارت يتحسن بزيادة حجم المجموعة الجزئية ويقترب من أداء خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً في كشف التغيرات الصغيرة في متوسط العملية.

شكل (٥-٣): أطوال الدورة لخريطة المتوسط المرجح أسياً (L=3)



جدول (٥-٣): متوسط أطوال الدورة لخريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً:

حالة (L=3) وقيم مختلفة لثابت الترجيح

| حجم التغير | قيم λ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.50 | 0.75 | 1.00 |
| 0.00 | 1383.62 | 842.15 | 502.90 | 397.46 | 374.50 | 370.40 |
| 0.25 | 133.61 | 144.74 | 171.09 | 208.54 | 245.76 | 281.15 |
| 0.50 | 37.33 | 37.41 | 48.45 | 75.35 | 110.95 | 155.22 |
| 0.75 | 19.95 | 17.90 | 20.16 | 31.46 | 50.92 | 81.22 |
| 1.00 | 13.52 | 11.38 | 11.15 | 15.74 | 25.64 | 43.89 |
| 1.25 | 10.24 | 8.32 | 7.39 | 9.21 | 14.26 | 24.96 |
| 1.50 | 8.26 | 6.57 | 5.47 | 6.11 | 8.72 | 14.97 |
| 1.75 | 6.94 | 5.45 | 4.34 | 4.45 | 5.80 | 9.47 |
| 2.00 | 6.00 | 4.67 | 3.62 | 3.47 | 4.15 | 6.30 |
| 2.25 | 5.30 | 4.10 | 3.11 | 2.84 | 3.16 | 4.41 |
| 2.50 | 4.76 | 3.67 | 2.75 | 2.41 | 2.52 | 3.24 |
| 2.75 | 4.32 | 3.32 | 2.47 | 2.10 | 2.09 | 2.49 |
| 3.00 | 3.97 | 3.05 | 2.26 | 1.87 | 1.79 | 2.00 |
| 3.25 | 3.67 | 2.82 | 2.09 | 1.69 | 1.57 | 1.67 |
| 3.50 | 3.42 | 2.62 | 1.95 | 1.53 | 1.41 | 1.45 |
| 3.75 | 3.22 | 2.45 | 1.84 | 1.41 | 1.29 | 1.29 |
| 4.00 | 3.04 | 2.30 | 1.73 | 1.31 | 1.20 | 1.19 |

المصدر: تم حسابها باستخدام دالة EWMARL في برنامج SAS

### ٥-٢-٥ الاستجابة الابتدائية السريعة (Fast Initial Response Feature (FIR)):

لزيادة حساسية خريطة المتوسط المرجح أسياً في الفترة الأولى (النقاط الأولى) للكشف عن مدى وجود انحراف في مخرجات العملية عن القيمة المستهدفة تستخدم طريقة الاستجابة الابتدائية السريعة. ولتضييق حدي المراقبة عند البداية طوّر ستينر (Steiner, 1999) معادلتي حدي المراقبة (5-19) و (5-20) بإضافة حد يتناقص أسياً. وفيما يلي المعادلة المطورة لخريطة المتوسط المرجح أسياً (Montgomery 2001, p. 434) :

$$\pm L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\left\{\left(1-(1-f)^{1+a(i-1)}\right)\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}\right\} \qquad (5\text{-}26)$$

حيث إن a و f ثابتان يتم تحديد قيمتهما بحيث يقل أثر الاستجابة السريعة بعد (٢٠) مشاهدة. ويقترح مونتجومري (Montgomery 2001, p.434) أن يتم تحديد قيمة a وفق المعادلة التالية:

$$a=\frac{\left(\frac{-2}{\log(1-f)}-1\right)}{19} \qquad (5\text{-}27)$$

ويتم عادة تحديد قيمة f بـ (٠,٥) وبذلك تصبح قيمة a تساوي (٠,٣)، ومن ثم تأخذ معادلتا حدي المراقبة الصيغة التالية:

$$Z_0 \pm L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\left\{\left(1-0.5^{0.7+0.3i}\right)\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}\right\} \qquad (5\text{-}28)$$

### ٥-٢-٦ العلاقة بين خريطتي المتوسط المتحرك والمتوسط المتحرك المرجح أُسياً:

إن حدود المراقبة لخريطتي المتوسط المتحرك والمتوسط المتحرك المرجح أُسياً تكون متطابقة إذا كان معامل الترجيح في الأخيرة مساوياً لـ ($\lambda=\frac{2}{w+1}$) وفي حالة قيم $i$ الكبيرة. وفيما يلي إثبات تطابق حدود المراقبة في هذه الحالة.

**أولاً: الخط المركزي للخريطتين:**

يمكن إثبات أن الخط المركزي لكل من خريطة المتوسط المتحرك المرجح أُسياً وخريطة المتوسط المتحرك واحد ومساوٍ للقيمة الاسمية (متوسط المجتمع μ) بإيجاد القيمة المتوقعة كما يلي:

$$E(Z_i)=E\left[\lambda\bar{x}_i+(1-\lambda)Z_{i-1}\right]$$

$$=E\left[\lambda\sum_{j=0}^{i-1}(1-\lambda)^j\bar{x}_{i-j}\right]$$

وذلك نظراً إلى أن القيمة الابتدائية ($Z_0$) ليست لها أثراً لقيمة i الكبيرة. وبافتراض أن القيمة المتوقعة ($E(\bar{x}_{i-j})=\mu$) يمكن إثبات أن القيمة المتوقعة ($Z_i$) تساوي لـ(μ) كما يلي:

$$E(Z_i) = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j E(\bar{x}_{i-1})$$
$$= \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j \mu = \mu$$

ذلك لأن $\left( \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j = 1 \right)$ .

**ثانياً – حدا المراقبة العلوي والسفلي:**

في حالة قيمة $i$ الكبيرة يأخذ حدّا المراقبة لخريطة المتوسط المرجح أسياً الصيغة التالية:

$$\bar{\bar{x}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

وبما أن $\lambda = \frac{2}{W+1}$ فإن $\frac{\lambda}{2-\lambda} = \frac{1}{W}$ ومن ثم فإن حدي المراقبة لخريطتي المتوسط المتحـرك والمتوسـط المتحـرك المرجح أسياً متطابقان ويأخذان الصيغة التالية:

$$\bar{\bar{x}} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{nW}} \qquad (5-29)$$

**مثال (٥-٢):**

ينتج أحد المصانع نوعاً من الخراطيم يستخدم في صناعة السيارات بمواصفات محددة من حيـث الطـول والمواد الخام والقطران الداخلي والخارجي. ولضبط ومراقبة المواصفات يقوم قسم الجودة بإعداد خرائط مراقبـة بصفة روتينية لخصائص الخرطوم المختلفة. يوضح الجدول (٥-٤) بيانات أطوال الخراطيم لـ (١٩) مجموعة جزئية حجم كل منها يساوي (٥) وحدات تم أخذها من إنتاج كل (٨) ساعات لمدة سبعة أيام. هل العمليـة تحـت الضبط الإحصائي؟ ارسم خريطة الوسط الحسابي والمدى أولاً ثم ارسم خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسـياً باستخدام (L=3) وثابت الترجيح (λ=0.2) وأعد رسم خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً باستخدام طريقـة الاستجابة السريعة.

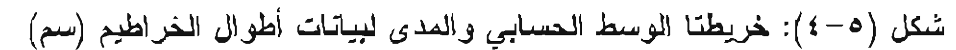
جدول (٥-٤): بيانات أطوال الخراطيم (سم)

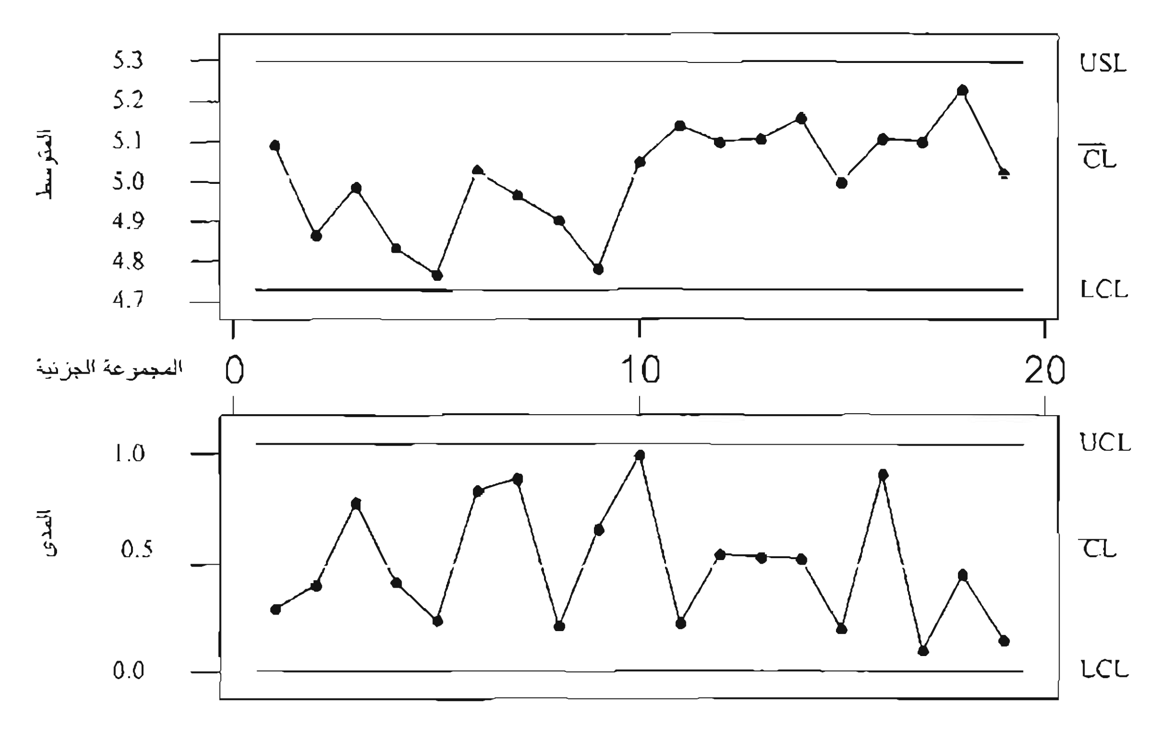
| المجموعة الجزئية | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5.000 | 5.200 | 5.200 | 5.150 | 4.900 |
| 2 | 4.737 | 4.899 | 4.660 | 4.962 | 5.068 |
| 3 | 5.055 | 4.472 | 4.933 | 5.259 | 5.225 |
| 4 | 4.891 | 4.696 | 5.113 | 4.728 | 4.741 |
| 5 | 4.820 | 4.782 | 4.889 | 4.644 | 4.691 |
| 6 | 4.886 | 4.884 | 4.736 | 5.574 | 5.061 |
| 7 | 4.974 | 4.460 | 5.236 | 4.799 | 5.354 |
| 8 | 5.000 | 4.786 | 4.884 | 4.853 | 5.000 |
| 9 | 4.497 | 4.948 | 4.482 | 5.144 | 4.839 |
| 10 | 5.050 | 5.700 | 4.900 | 4.900 | 4.700 |
| 11 | 5.284 | 5.180 | 5.064 | 5.112 | 5.057 |
| 12 | 5.188 | 4.738 | 5.271 | 5.014 | 5.284 |
| 13 | 4.801 | 5.234 | 5.333 | 4.935 | 5.223 |
| 14 | 5.416 | 5.154 | 5.133 | 4.886 | 5.189 |
| 15 | 5.100 | 5.000 | 5.000 | 5.000 | 4.900 |
| 16 | 5.360 | 5.357 | 5.017 | 5.353 | 4.449 |
| 17 | 5.150 | 5.100 | 5.050 | 5.100 | 5.100 |
| 18 | 5.111 | 5.000 | 5.455 | 5.295 | 5.268 |
| 19 | 5.000 | 4.950 | 4.950 | 5.100 | 5.100 |

**الحل:**

**أولاً - خريطتا الوسط الحسابي والمدى:**

يوضح الشكل (٥-٤) خريطة الوسط الحسابي والمدى لبيانات أطوال الخراطيم (جدول ٥-٤). حيث يظهر من الشكل عدم وجود نقطة خارج حدي المراقبة، كما لا يوجد أي نمط أو اتجاه في النقاط باستخدام جميع الاختبارات يشير إلى حالة عدم الاستقرار الإحصائي. لذا يُستنتج أن العملية مستقرة أو تحت الضبط الإحصائي باستخدام خريطتي الوسط الحسابي والمدى.


شكل (٥-٤): خريطتا الوسط الحسابي والمدى لبيانات أطوال الخراطيم (سم)




## ثانياً - طريقة المتوسط المتحرك المرجح أُسياً:

**- نقاط الخريطة:**

لحساب نقاط الخريطة يتم حساب متوسطات المجموعات الجزئية، كما هو موضح بالجدول (٥-٥). ثم يتم حساب قيم ($Z_i$)، فمثلاً للمجموعات الجزئية الثلاث يتم حساب نقاط الخريطة كما يلي:

$$Z_0 = \bar{\bar{x}} = 5.01182$$

$$Z_1 = \lambda \bar{x}_1 + (1-\lambda) Z_0 = 0.2 \times 5.0900 + 0.8 \times 5.01182 = 5.02746$$

$$Z_2 = \lambda \bar{x}_2 + (1-\lambda) Z_1 = 0.2 \times 4.8652 + 0.8 \times 5.02746 = 4.99501$$

- الخط المركزي:

الخط المركزي يساوي الوسط الحسابي الكلي، أي:

$$Z_0 = \bar{\bar{x}} = 5.01182$$

**- حدا المراقبة:**

لحساب حدي المراقبة يتم أولاً تقدير الانحراف المعياري. ويتم تقدير الانحراف المعياري باستخدام إحدى المعادلتين التاليتين: $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ أو $\bar{s}/c_4$. وباستخدام الطريقة الأخيرة نجد أن:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} = \frac{0.20156}{0.94} = 0.214422$$

الآن وبتطبيق معادلتي حدي المراقبة مباشرة نحصل مثلاً على الفترة الأولى كما يلي:

حد المراقبة العلوي:

$$UCL_1 = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(1-(1-\lambda)^{2i}\right)}$$

$$= 5.01182 + 3\times\frac{0.214422}{\sqrt{5}}\sqrt{\left(\frac{0.2}{2-0.2}\right)\left(1-(1-0.2)^{2\times1}\right)}$$

$$= 5.06936$$

حد المراقبة السفلي:

$$LCL_1 = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(1-(1-\lambda)^{2i}\right)}$$

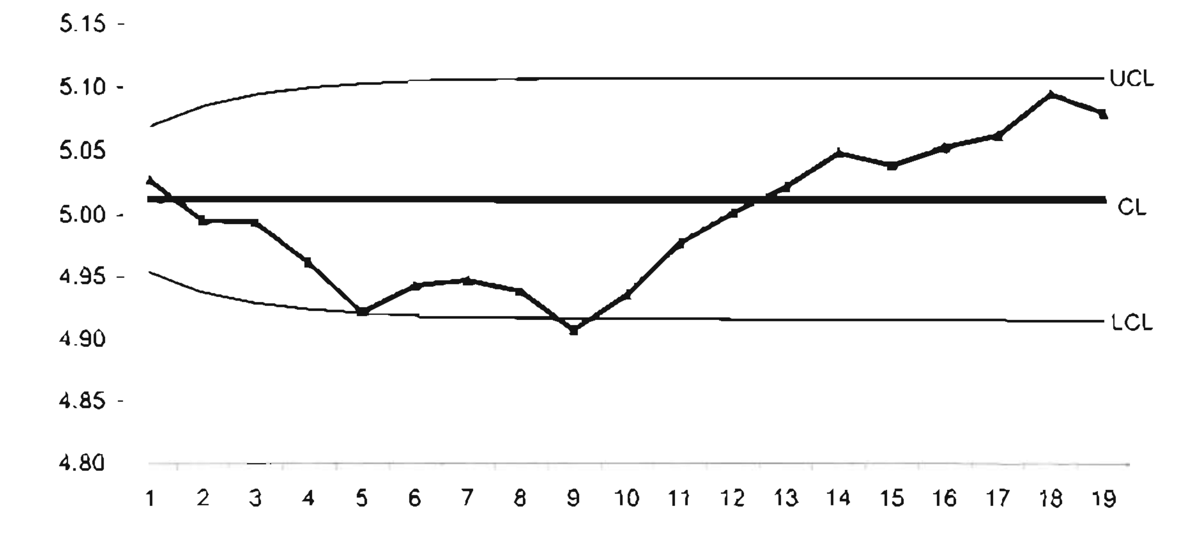
$$= 5.01182 - 3\times\frac{0.214422}{\sqrt{5}}\sqrt{\left(\frac{0.2}{2-0.2}\right)\left(1-(1-0.2)^{2\times1}\right)}$$

$$= 4.95429$$

- رسم الخريطة:

يوضح الشكل (٥-٥) خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً لبيانات الجدول (٥-٤). ويظهر من الشكل أن العملية خارج المراقبة الإحصائية، إذ إن النقطة (٩) تقع أسفل حد المراقبة السفلي.

**شكل (٥-٥): خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً لبيانات أطوال الخراطيم**



جدول (٥-٥): الحسابات اللازمة لحدود المراقبة لخريطة الوسط المرجح أسياً

| المجموعة الجزئية | الوسط الحسابي $\bar{x}_i$ | المتوسط المتحرك $Z_i$ | الانحراف المعياري $s_i$ | الحد العلوي UCL-EWMA | الحد السفلي LCL-EWMA |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5.0900 | 5.02746 | 0.13416 | 5.06936 | 4.95429 |
| 2 | 4.8652 | 4.99501 | 0.16597 | 5.08550 | 4.93814 |
| 3 | 4.9888 | 4.99376 | 0.31756 | 5.09419 | 4.92945 |
| 4 | 4.8338 | 4.96177 | 0.17322 | 5.09930 | 4.92434 |
| 5 | 4.7652 | 4.92246 | 0.09850 | 5.10242 | 4.92122 |
| 6 | 5.0282 | 4.94361 | 0.32610 | 5.10436 | 4.91928 |
| 7 | 4.9646 | 4.94780 | 0.35617 | 5.10558 | 4.91806 |
| 8 | 4.9046 | 4.93916 | 0.09401 | 5.10635 | 4.91729 |
| 9 | 4.7820 | 4.90773 | 0.28856 | 5.10685 | 4.91680 |
| 10 | 5.0500 | 4.93618 | 0.38406 | 5.10716 | 4.91648 |
| 11 | 5.1394 | 4.97683 | 0.09458 | 5.10736 | 4.91628 |
| 12 | 5.0990 | 5.00126 | 0.22873 | 5.10749 | 4.91616 |
| 13 | 5.1052 | 5.02205 | 0.22576 | 5.10757 | 4.91607 |
| 14 | 5.1556 | 5.04876 | 0.18849 | 5.10762 | 4.91602 |
| 15 | 5.0000 | 5.03901 | 0.07071 | 5.10765 | 4.91599 |
| 16 | 5.1072 | 5.05265 | 0.39626 | 5.10768 | 4.91597 |
| 17 | 5.1000 | 5.06212 | 0.03536 | 5.10769 | 4.91595 |
| 18 | 5.2258 | 5.09485 | 0.17555 | 5.10770 | 4.91594 |
| 19 | 5.0200 | 5.07988 | 0.07583 | 5.10770 | 4.91594 |

**ثالثاً - طريقة المتوسط المتحرك المرجح أسياً باستخدام طريقة الاستجابة السريعة:**

باستخدام هذه الطريقة تم اتباع الخطوات العادية نفسها فيما يخص الخط المركزي ونقاط الخريطة. أما حدّا المراقبة العلوي والسفلي فيتم حسابهما باستخدام المعادلة (٥-٢٨)، فمثلاً تم حساب النقطة الأولى $(i=1)$ كما يلي:

**حد المراقبة العلوي:**

$$UCL_i = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}}\left\{\left(1-0.5^{0.7+0.3i}\right)\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}\right\}$$

$$UCL_1 = 5.01182 + 3\times\frac{0.214422}{\sqrt{5}}\left\{\left(1-0.5^{0.7+0.3\times1}\right)\sqrt{\frac{0.2}{2-0.2}\left[1-(1-0.2)^{2\times1}\right]}\right\}$$

$$= 5.04059$$

**حد المراقبة السفلي:**

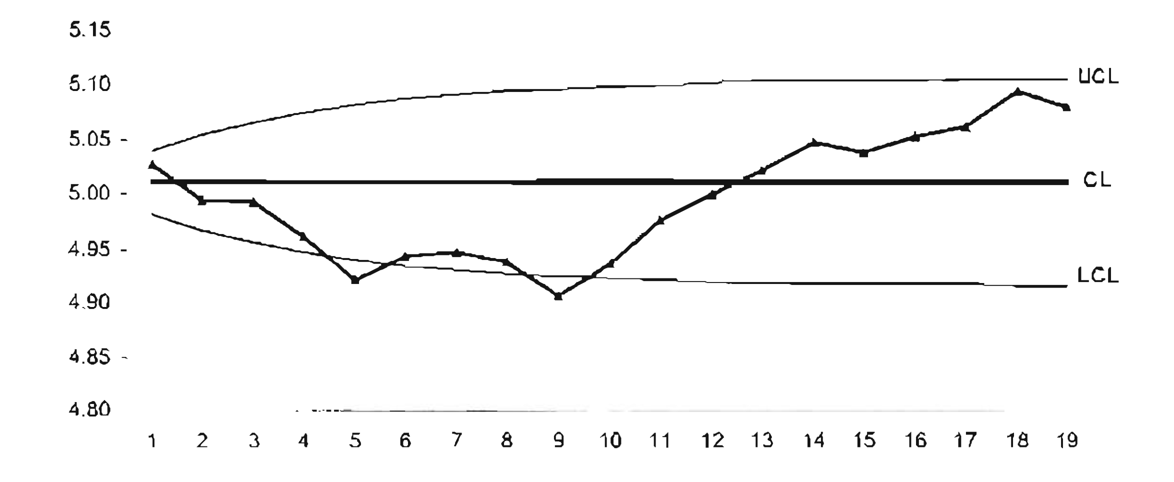
$$LCL_i = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}}\left\{\left(1-0.5^{0.7+0.3i}\right)\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}\right\}$$

$$LCL_1 = 5.01182 - 3\times\frac{0.214422}{\sqrt{5}}\left\{\left(1-0.5^{0.7+0.3\times1}\right)\sqrt{\frac{0.2}{2-0.2}\left[1-(1-0.2)^{2\times1}\right]}\right\}$$

$$= 4.98305$$

والشكل (٥-٦) يوضح خريطة المتوسط المرجح أسياً باستخدام طريقة الاستجابة السريعة. حيث يلاحظ أن المسافة بين حدي المراقبة أضيق من المسافة بينهما في الشكل (٥-٥). لذا يظهر من الشكل وقوع النقطة (٥) خارج حد المراقبة السفلي بالإضافة إلى النقطة (٩) التي هي خارج حدي المراقبة.

**شكل (٥-٦): خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً (الاستجابة السريعة) لبيانات أطوال الخراطيم**



جدول (٥-٦): الحسابات اللازمة لحدود المراقبة لخريطة الوسط المرجح أسياً

(طريقة الاستجابة السريعة)

| المجموعة الجزئية | الوسط الحسابي $\bar{x}_i$ | المتوسط المتحرك $Z_i$ | الانحراف المعياري $s_i$ | الحد العلوي UCL | الخط المركزي $\bar{\bar{x}}$ | الحد السفلي LCL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5.0900 | 5.02746 | 0.13416 | 5.04059 | 5.01182 | 4.98305 |
| 2 | 4.8652 | 4.99501 | 0.16597 | 5.05558 | 5.01182 | 4.96806 |
| 3 | 4.9888 | 4.99376 | 0.31756 | 5.06702 | 5.01182 | 4.95662 |
| 4 | 4.8338 | 4.96177 | 0.17322 | 5.07586 | 5.01182 | 4.94778 |
| 5 | 4.7652 | 4.92246 | 0.09850 | 5.08270 | 5.01182 | 4.94094 |
| 6 | 5.0282 | 4.94361 | 0.32610 | 5.08800 | 5.01182 | 4.93564 |
| 7 | 4.9646 | 4.94780 | 0.35617 | 5.09212 | 5.01182 | 4.93152 |
| 8 | 4.9046 | 4.93916 | 0.09401 | 5.09533 | 5.01182 | 4.92831 |
| 9 | 4.7820 | 4.90773 | 0.28856 | 5.09784 | 5.01182 | 4.92580 |
| 10 | 5.0500 | 4.93618 | 0.38406 | 5.09982 | 5.01182 | 4.92382 |
| 11 | 5.1394 | 4.97683 | 0.09458 | 5.10139 | 5.01182 | 4.92225 |
| 12 | 5.0990 | 5.00126 | 0.22873 | 5.10263 | 5.01182 | 4.92101 |
| 13 | 5.1052 | 5.02205 | 0.22576 | 5.10362 | 5.01182 | 4.92002 |
| 14 | 5.1556 | 5.04876 | 0.18849 | 5.10441 | 5.01182 | 4.91923 |
| 15 | 5.0000 | 5.03901 | 0.07071 | 5.10505 | 5.01182 | 4.91859 |
| 16 | 5.1072 | 5.05265 | 0.39626 | 5.10556 | 5.01182 | 4.91808 |
| 17 | 5.1000 | 5.06212 | 0.03536 | 5.10597 | 5.01182 | 4.91767 |
| 18 | 5.2258 | 5.09485 | 0.17555 | 5.10630 | 5.01182 | 4.91734 |
| 19 | 5.0200 | 5.07988 | 0.07583 | 5.10657 | 5.01182 | 4.91707 |

## ٥-٣ خريطة الجمع التراكمي (CUSUM):

### ٥-٣-١ مدخل:

ترجع فكرة خريطة الجمع التراكمي (Cumulative Sum (CUSUM) Chart) إلى كونها أداة لمراقبة خصائص الجودة إلى العالم بيتش (Page, 1954)، وأسهم في تطوير الخريطة بشكلها الحالي كل من (Barnard, 1959) و(Ewan & Kemp,1960) وآخرين (انظر Montgomery 2001, p.408). حيث تستخدم الخريطة لمراقبة وضبط مدى انحراف قيم المشاهدات عن القيمة المستهدفة. وتتميز الخريطة بأنها تكشف التغيرات الصغيرة في متوسط العملية والتي تقل عن انحرافيين معياريين أسرع من خريطة شوهارت للوسط الحسابي أو خريطة المشاهدات الفردية (Farnum 1994, p.201; Mitra, 1998 p.291). ويرجع ذلك إلى أن أية نقطة في خريطة الجمع التراكمي تتضمن معلومات عن المشاهدة الحالية وجميع المشاهدات السابقة لها. وتتميز الخريطة بأنها أكثر فاعلية في حالة المشاهدات الفردية (n=1) مما يجعلها أكثر ملاءمة لمراقبة مخرجات الصناعات الكيميائية والعمليات التي تتسم ببطء التغير في مخرجاتها.

ولإعداد خريطة الجمع التراكمي يتم أولاً حساب انحرافات قيم المتوسطات الجزئية من القيمة المستهدفة، أي أن:

$$(\bar{x}_1-\mu_0),(\bar{x}_2-\mu_0),(\bar{x}_3-\mu_0),\ldots,(\bar{x}_i-\mu_0),\ldots,(\bar{x}_g-\mu_0)$$

**حيث** إن:

$\bar{x}_i$ الوسط الحسابي لقيم مشاهدات المجموعة الجزئية رقم (i)

$\mu_0$ القيمة المستهدفة لخاصية الجودة

g عدد المجموعات الجزئية.

ومن ثم يتم حساب المجاميع الجزئية (Partial Sums) كما يلي:

$$C_1=\bar{x}_1-\mu_0$$
$$C_2=(\bar{x}_1-\mu_0)+(\bar{x}_2-\mu_0)$$
$$C_3=(\bar{x}_1-\mu_0)+(\bar{x}_2-\mu_0)+(\bar{x}_3-\mu_0)$$
....
$$C_g=(\bar{x}_1-\mu_0)+(\bar{x}_2-\mu_0)+(\bar{x}_3-\mu_0)+\ldots+(\bar{x}_g-\mu_0)$$

أو اختصاراً:

$$C_i=\sum_{j=1}^{i}(\bar{x}_j-\mu_0) \qquad i=1,2,\ldots,g \qquad (5\text{-}30)$$

ويتم رسم المجاميع الجزئية (محور رأسي) مع أرقام المجموعات الجزئية (محور أفقي). وتعتبر العملية في حالة مراقبة إحصائية إذا كانت نقاط الخريطة مبعثرة عشوائياً (Random walk) بمتوسط يساوي الصفر تقريباً؛

أي أن قيم $C_i$ القريبة من الصفر تشير إلى حالة استقرار العملية حول القيمة المستهدفة. ولخريطة الجمع التراكمي ثلاثة فروض هي(Hawkins and Olwell, 1998 pp.11-12):

أن تكون المشاهدات مستقلة إحصائياً؛ أي عدم وجود ارتباط ذاتي بين القيم المتتالية.

- أن تتبع الخاصية المراد مراقبتها التوزيع الطبيعي.
- المتوسط الحقيقي (القيمة المستهدفة) معلوم. وفي حالة عدم معرفة الوسط الحسابي للمجتمع يتم تقديره من بيانات العينة.

وتوجد طريقتان لإعداد خريطة الجمع التراكمي للانحرافات هما: الشكل الجدولي والرسم البياني الذي يعرف بـ (V Mask). وفيما يلي نتناول كل طريقة على حدة.

**٥-٣-٢ الشكل الجدولي لخريطة الجمع التراكمي (Tabular CUSUM):**

لتحديد حجم التغير في مستوى العملية المراد كشفه بواسطة خريطة الجمع التراكمي يتم تحديد ما يعرف بالقيمة المرجعية (Reference Value) والتي يرمز لها بـ K. ويتم اختيار القيمة المرجعية بحيث تكون قيمتها مساوية لنصف المدى ما بين القيمة المستهدفة ($\mu_0$) ومتوسط العملية بعد التغير ($\mu_1$) المراد كشفه (Montgomery 2001; p.410). ويتم عادة حساب التغير بوحدات الانحراف المعياري، أي أن:

$$\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma \qquad (5\text{-}31)$$

حيث إن σ الانحراف المعياري و(δ) عدد وحدات الانحراف المعياري. ومن ثم يمكن حساب القيمة المرجعية كما يلي:

$$K = \frac{\delta}{2}\sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} \qquad (5\text{-}32)$$

فمثلاً لكشف تغير في متوسط العملية في حدود واحد انحراف معياري (δ=1) تكون قيمة K مساوية لنصف انحراف معياري (K=½σ). كما يمكن أن تأخذ K قيماً أخرى (k) تختلف عن نصف حجم التغير المراد كشفه بوحدات الانحراف المعياري ، أي أن:

$$K = k\sigma \qquad (5\text{-}33)$$

وتتكون الخريطة من سلسلتي نقاط هي: سلسلة **نقاط الطرف العلوي** (Upper one-sided CUSUM) ويرمز لها بـ ($CU_i$) وتستخدم لضبط ومراقبة الانحرافات الموجبة، وسلسلة نقاط الطرف السفلي (Lower one-sided CUSUM) ويرمز لها ($CL_i$) وتستخدم لمراقبة الانحرافات السالبة عن القيمة المستهدفة. وفيما يلي المعادلات التي تستخدم في حساب نقاط الخريطة:

**أولاً - حالة المجموعات الجزئية (n>1):**

* نقاط الطرف العلوي:

$$CU_0 = 0$$
$$CU_i = \max[0,\ CU_{i-1} + \bar{x}_i - (\mu_0 + k\tfrac{\sigma}{\sqrt{n}})] \quad i = 1,2,3,\ldots,g \qquad (5\text{-}34)$$

* نقاط الطرف السفلي:

$$CL_0 = 0$$
$$CL_i = \max[0,\ CL_{i-1} - \bar{x}_i + (\mu_0 - k\tfrac{\sigma}{\sqrt{n}})] \quad i = 1,2,3,\ldots,g \qquad (5\text{-}35)$$

* فترة القرار (H):

$$H = h\tfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (5\text{-}36)$$

حيث إن:

max القيمة الأكبر من بين الصفر وقيمة الحد $(CU_{i-1}+\bar{x}_i-(\mu_0+k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}))$ لنقاط الطرف العلوي، والقيمة الأكبر من بين الصفر وقيمة الحد $(CL_{i-1}-\bar{x}_i+(\mu_0-K\frac{\sigma}{\sqrt{n}}))$ لنقاط الطرف السفلي؛ أي إذا كانت قيمة أي من الحدين سالبة تكون قيمة النقطة $i$ مساوية للصفر، ذلك لأن نقاط الخريطة تأخذ قيماً غير سالبة.

σ الانحراف المعياري ويمكن تقديره باستخدام المعادلة $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ أو $\hat{\sigma} = \bar{S}/c_4$

n حجم المجموعة الجزئية.

$\bar{x}_i$ الوسط الحسابي لقيم مشاهدات المجموعة الجزئية رقم (i).

$\mu_0$ القيمة المستهدفة لخاصية الجودة.

g عدد المجموعات الجزئية.

وللكشف عن وجود أسباب خاصة يتم حساب ما يعرف بفترة القرار (Decision interval) ويرمز له بـــ H التي تُستخدم لتكون أساسًا للحكم على مدى استقرار العملية. فإذا كانت قيمة ($CU_i$) أو ($CL_i$) أكبر من فتـــرة القرار H كان ذلك دلالة على وجود سبب خاص أو أسباب خاصة تؤثر في مخرجات العمليـــة. وتعتمـــد حـــساسية الخريطة للكشف عن التغيرات على قيمتـــي H وK. ويقتـــرح مونتجـــومري (Montgomery, 2001; p.427) استخدام (h=4) أو(h=5) و(K=½)؛ لكشف التغير في متوسط العملية في حدود واحد انحراف معيـــاري (انظـــر أيضاً Farnum 1994; pp.201-202).

**ثانياً – حالة المشاهدات الفردية (n=1):**

يتم حساب نقاط الخريطة للمشاهدات الفردية كما يلي:

* نقاط الطرف العلوي:

$$CU_0 = 0$$
$$CU_i = \max\left[0; CU_{i-1} + x_i - (\mu_0 + k\sigma)\right] \quad i = 1,2,\ldots,g \qquad (5\text{-}37)$$

* نقاط الطرف السفلي:

$$CL_0 = 0$$
$$CL_i = \max\left[0; CL_{i-1} - x_i + \left(\mu_0 - k\sigma\right)\right] \quad i = 1,2,\ldots,g \qquad (5\text{-}38)$$

* فترة القرار:

$$H = h\sigma \qquad (5\text{-}39)$$

## خريطة الجمع التراكمي للقيم المعيارية:

يفضل بعض الممارسين استخدام القيم المعيارية بدلاً من القيم الحقيقية لإعداد خريطة الجمع التراكمي. وفيما يلي خطوات إعداد خريطة القيم المعيارية:

١- حساب القيم المعيارية ($Z_i$):

-حالة المجموعات الجزئية (n>1): $Z_i = \frac{\bar{x}_i - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}$

-حالة المشاهدات الفردية (n=1): $Z_i = \frac{x_i - \mu_0}{\sigma}$

٢- حساب نقاط الطرف العلوي والسفلي للخريطة :

* نقاط الطرف العلوي:

$$CU_0 = 0$$
$$CU_i = \max\left[0; CU_{i-1} + \left(Z_i - k\right)\right] \quad i = 1,2,\ldots,g \qquad (5\text{-}40)$$

* نقاط الطرف السفلي:

$$CL_0 = 0$$
$$CL_i = \max\left[0; CL_{i-1} + \left(-Z_i - k\right)\right] \quad i = 1,2,\ldots,g \qquad (5\text{-}41)$$

* فترة القرار:

$$H = h \qquad (5\text{-}42)$$

## رسم الخريطة:

ولتفسير الخريطة يتم عادة رسم نقاط الخريطة – أي نقاط الطرف العلوي ونقاط الطرف السفلي- وفترة القرار في شكل واحد، إذ يتم أولاً تحويل قيم نقاط الطرف السفلي إلى قيمة سالبة بتغيير الإشارة $(0 - CL_i)$ لمقارنتها بسالب قيمة فترة القرار (H-). وبهذه الطريقة تم تقسيم الخريطة إلى جزأين هما: الجزء العلوي لنقاط الطرف العلوي ($CU_i$) لمراقبة الانحرافات والجزء السفلي لنقاط الطرف السفلي ($CL_i$) لمراقبة الانحرافات السالبة. وبالطبع يمكن تفسير قيم نقاط الطرف العلوي والسفلي بمقارنتها بقيمة فترة القرار دون الحاجة إلى إعداد رسم بياني.

## تصميم خريطة الجمع التراكمي:

تعتمد حساسية خريطة الجمع التراكمي للكشف عن التغير في متوسط العملية على قيمتي (K)، القيمة

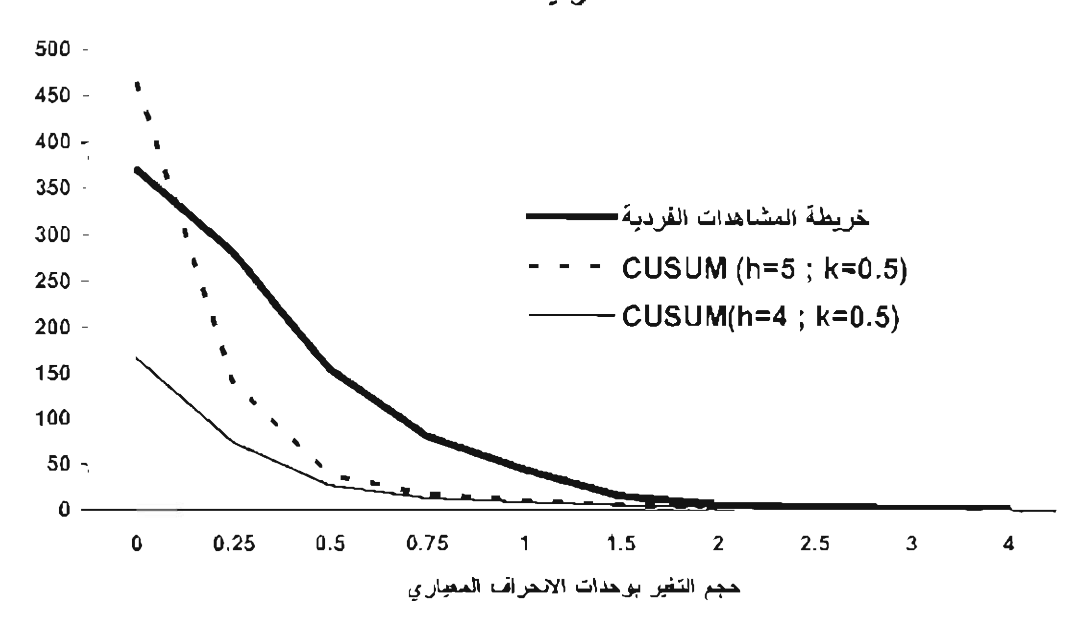
المرجعية و(H)، فترة القرار. وأوضحت عدة دراسات أن قيمة h مساوية لــ 4 أو 5 وقيمة k مساوية لــ ½ تعطي أفضل متوسط طول دورة (ARL) لكشف تغير في حدود واحد انحراف معياري (Montgomery 2001; p.415). والجدول رقم (٥-٧) يوضح متوسط أطوال الدورة لخريطة الجمع التراكمي لقيم (h=4; h=5; k=0.5) وخريطة المشاهدات الفردية. ويستشف من الجدول أن خريطة الجمع التراكمي أسرع في كشف التغيرات الصغيرة في متوسط العملية مقارنة بخريطة شوهارت للمشاهدات الفردية. فمثلاً لكشف تغير في متوسط العملية قدره (0.25) انحراف معياري نحتاج إلى فحص باستخدام خريطة الجمع التراكمي إلى فحص واختبار قرابة (140) مجموعة جزئية في حالة تحديد قيم h وk بــ 5 و 5,. على التوالي، في حين إذا استخدمنا خريطة شوهارت فإننا نحتاج واختبار نحو (281) مجموعة جزئية لكشف هذا التغير نفسه من بداية حدوثه. كما يلاحظ من الجدول أن طول الدورة في حالة المراقبة ($ARL_{in}$) ، حالة عدم التغير ($\sigma = 0$)، لخريطة الجمع التراكمي (465.4) في حالة(h=5; k=0.5) أكبر من طول الدورة لخريطة الوسط الحسابي شوهارت؛ مما يشير إلى أن معدل الإنذارات الخاطئة لخريطة الجمع التراكمي أقل من خريطة شوهارت. في حين يزيد معدل الإنذارات الخاطئة لخريطة الجمع التراكمي في (h=4 k=0.5) مقارنة بخريطة شوهارت.

**جدول رقم (٥-٧): مقارنة بين متوسط أطوال الدورة لخريطة الجمع التراكمي وخريطة شوهارت للمشاهدات الفردية**

| حجم التغير في المتوسط | خريطة الجمع التراكمي* | | خريطة المشاهدات الفردية** |
|---|---|---|---|
| (مضاعفات الانحراف المعياري) | h=4 ; k=0.5 | h=5 ; k=0.5 | n=1 |
| 0 | 167.7 | 465.4 | 370.4 |
| 0.25 | 74.2 | 139.5 | 281.1 |
| 0.5 | 26.6 | 38.0 | 155.2 |
| 0.75 | 13.3 | 17.1 | 81.2 |
| 1 | 8.4 | 10.4 | 43.9 |
| 1.5 | 4.8 | 5.8 | 15.0 |
| 2 | 3.3 | 4.0 | 6.3 |
| 2.5 | 2.6 | 3.1 | 3.2 |
| 3 | 2.2 | 2.6 | 2.0 |
| 4 | 1.7 | 2.0 | 1.2 |

* المصدر: تم حسابها باستخدام دالةCUSUMARL في برنامج SAS ، ** تم حسابها باستخدام برنامج Excel .

شكل (٥-٧): مقارنة بين متوسط أطوال الدورة لخريطة الجمع التراكمي وخريطة شوهارت للمشاهدات الفردية




**٥-٣-٣ متوسط طول الدورة (ARL):**

توجد عدة طرق رياضية لحساب متوسط طول الدورة Average Run Length (ARL) لخريطة الجمع التراكمي، وتنقسم إلى طرق دقيقة كطريقة (Hawkins, 1992) وطرق تقريبية منها طريقة سيجماند (Siegmund, 1985). ويرجع شيوع استخدام طريقة سيجماند التقريبية (Seigmund's approximation) إلى بساطتها (Montgomery 2001; p.416). ولخريطة الجمع التراكمي في طرف واحد (One-Sided CUSUM) يأخذ تقريب سيجماند لحساب طول الدورة الصيغة التالية:

- متوسط طول الدورة لخريطة الجمع التراكمي في الطرف العلوي $ARL^+$ :

$$ARL^+ = \begin{cases} \dfrac{e^{-2\Delta b}+2\Delta b-1}{2\Delta^2} & for\ \Delta \neq 0 \\ b^2 & for\ \Delta = 0 \end{cases} \quad (5\text{-}43)$$

حيث إن $\Delta = \frac{\mu_1-\mu_0}{\sigma} - k$ ، و $b = h + 1.166$

- متوسط طول الدورة لخريطة الجمع التراكمي في الطرف السفلي $ARL^-$ :

$$ARL^- = \begin{cases} \dfrac{e^{-2\nabla b} + 2\nabla b - 1}{2\nabla^2} & for\ \nabla \neq 0 \\ b^2 & for\ \nabla = 0 \end{cases} \qquad (5\text{-}44)$$

حيث إن $\nabla = \frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma} - k$ و $b = h + 1.166$

ولحساب متوسط طول الدورة لخريطة الجمع التراكمي في طرفين (Two sided CUSUM) تستخدم المعادلة:

$$\frac{1}{ARL} = \frac{1}{ARL^+} + \frac{1}{ARL^-} \Rightarrow ARL = \frac{ARL^+ \times ARL^-}{ARL^+ + ARL^-} \qquad (5\text{-}45)$$

**مثال (٥-٣):**

احسب متوسط طول الدورة (ARL) لخريطة جمع تراكمي لمخرجات عملية حسب المعطيات التالية:

- القيمة المستهدفة لمخرجات العملية $\mu_0 = 2$
- متوسط العملية بعد التغير المراد كشفه $\mu_1 = 3.5$
- الانحراف المعياري لمخرجات العملية $\sigma = 2$
- قيمة k=0.5 وقيمة h=4.

**الحل:**

يتم أولاً حساب القيم التالية:

$$\Delta = \frac{3.5-2}{2} - 0.5 = 0.25,\ \nabla = \frac{2-3.5}{2} - 0.5 = -1.25,\ b=4+1.166=5.166$$

متوسط طول الدورة لخريطة الجمع التراكمي في الطرف العلوي:

$$ARL^+ = \frac{e^{-2\times0.25\times5.166} + 2\times0.25\times5.166 - 1}{2\times0.25\times0.25} = 13.27$$

متوسط طول الدورة لخريطة الجمع التراكمي في الطرف السفلي:

$$ARL^- = \frac{e^{-2\times-1.25\times5.166} + 2\times-1.25\times5.166 - 1}{2\times-1.25\times-1.25} = 130031.4$$

ويلاحظ أن متوسط الدورة في الطرف السفلي طويل جداً؛ لأن التغير الذي حدث في متوسط مخرجات العملية كان في الطرف العلوي.

متوسط طول الدورة لخريطة الجمع التراكمي في اتجاهين:

$$ARL = \frac{13.27 \times 130031.4}{13.27 + 130031.4} = 13.26$$

ويلاحظ أن طول الدورة مساو لطول الدورة الذي تم حسابه لكشف تغير حجمه (٠,٧٥) انحراف معياري عند قيم (h=4; k=0.5) كما في الجدول (٥-٧)؛ ذلك لأن حجم التغير المراد كشفه في هذا المثال يساوي ($\frac{3.5-2}{2} = 0.75$).

### ٥-٣-٤ طريقة رأس البداية (Headstart):

لزيادة حساسية خريطة الجمع التراكمي في الفترة الأولى (النقاط الأولى) يستخدم ما يعرف برأس البداية (Headstart) أو الاستجابة الابتدائية السريعة (Fast Initial Response (FIR)). وتهدف هذه الطريقة إلى خفض عدد المجموعات الجزئية المطلوبة لكشف التغيرات في الفترة الأولى. وباستخدام طريقة رأس البداية يتم تغيير قيمتي النقطتين الأوليين ($CU_0$ و$CL_0$) بقيم غير صفرية؛ وتحديداً تكون القيمة مساوية لنصف فترة القرار (H)، أي أن:

$$f = \frac{H}{2} = \frac{h\sigma}{2\sqrt{n}} \qquad (5\text{-}46)$$

**مثال (٥-٤):**

من مثال أطوال الخراطيم (مثال ٥-٢) ارسم خريطة الجمع التراكمي، علماً بأن القيمة المستهدفة هـــي(٥) سم، هل العملية مستقرة؟ مسافتان إذا كانت العملية غير مستقرة قدّر متوسط مخرجات العملية (طول الخرطـــوم) بعد التغير؟

**الحل:**

لحساب نقاط الطرفين العلوي والسفلي يتم إتباع الخطوات التالية:

**أولاً - تقدير الانحراف المعياري:**

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.495578947}{2.326} = 0.213061$$

حيث إن قيمة الثابت $d_2$ لمجموعة جزئية حجمها (5) يساوي (2.326).

**ثانياً - نقاط الطرف العلوي:**

وفيما يلي كيفية حساب النقاط الثلاث الأولى للطرف العلوي مثلاً:

نقطة البداية:

$$CU_0 = 0$$

النقطة الأولى:

$$\begin{aligned} CU_1 &= \max[0,\ CU_0 + \bar{X}_1 - (\mu_0 + k\tfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}})] \\ &= \max[0,\ 0 + 5.09 - (5 + 0.5\tfrac{0.213061}{\sqrt{5}})] \\ &= \max(0, 0.04236) = 0.04236 \end{aligned}$$

النقطة الثانية:

$$CU_2 = \max[0,\ CU_1+\bar{X}_2-(\mu_0+k\frac{\sigma}{\sqrt{n}})]$$
$$= \max[0,\ 0.04236+4.8652-(5+0.5\times\frac{0.213061}{\sqrt{5}})]$$
$$= \max(0,-0.140084) = 0$$

وفيما يلي كيفية حساب النقاط الثلاث الأولى للطرف السفلي مثلاً:

نقطة البداية:

$$CL_0=0$$

النقطة الأولى:

$$CL_1 = \max[0,\ CL_0-\bar{X}_1+(\mu_0-k\frac{\sigma}{\sqrt{n}})]$$
$$= \max[0, 0-5.09+(5-0.5\times\frac{0.213061}{\sqrt{5}})]$$
$$= \max(0,-0.13764) = 0$$

النقطة الثانية:

$$CL_2 = \max[0,\ CL_1-\bar{X}_2+(\mu_0-k\frac{\sigma}{\sqrt{n}})]$$
$$= \max[0, 0-4.8652+(5-0.5\times\frac{0.213061}{\sqrt{5}})]$$
$$= \max(0,0.0872) = 0.0872$$

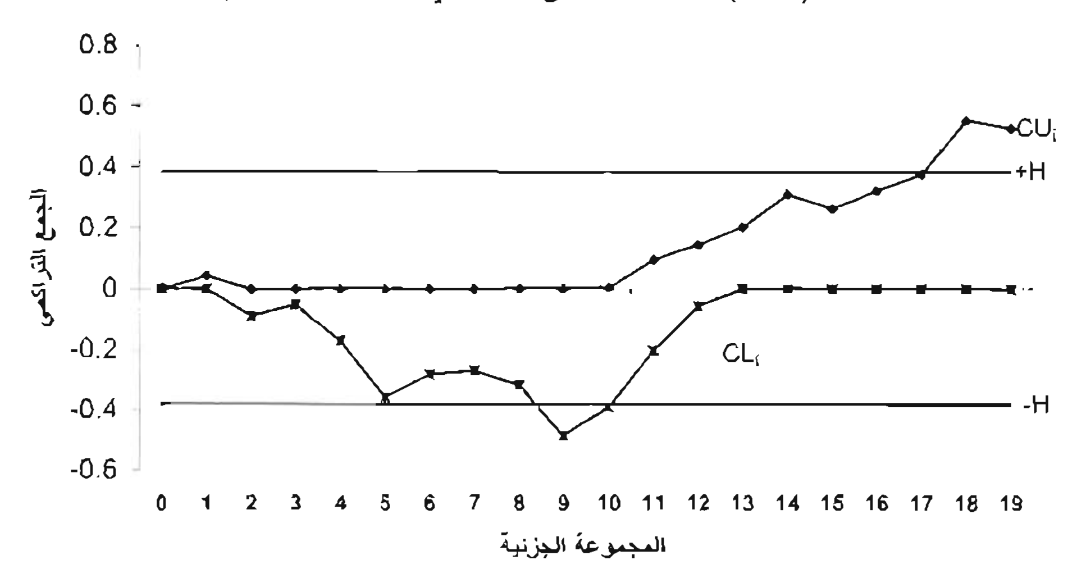
* فترة القرار (H):

$$H = h\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4\times\frac{0.21306}{\sqrt{5}} = 0.3811$$

ويوضح الجدول (٥-٨) قيم نقاط الطرفين العلوي والسفلي لجميع نقاط المجموعات الجزئية. حيث يظهر من الجدول والشكل (٥-٨) أن نقطتي الطرف العلوي (١٨) و(١٩) تزيد قيمة كل منهما من فترة القرار (0.3811) وكذلك نقطتا الطرف السفلي (٩) و(١٠). مما يشير إلى أن العملية غير مستقرة، أي أن تغيراً قد حدث في متوسط العملية (متوسط أطوال الخراطيم) وراءه سبب أو أسباب خاصة. كما يجب الإشارة إلى أنه حتى في حالة اختيار (h=5) نجد أن النقطتين (١٨) و(١٩) تزيد قيمتهما على فترة القرار (H=0.4764) وكذلك النقطة (٩) في الطرف السفلي.

وفي الشكل الجدولي لخريطة الجمع التراكمي يستخدم عادة عداد (Counter) لمعرفة بداية احتمال حدوث التغير في متوسط العملية. حيث يوضح العداد ($N^+$) – العمود الخامس في الجدول (٥-٨)- عدد الفترات المتتالية منذ أن زادت قيم نقاط الطرف العلوي من الصفر. حيث يتضح أن التغير (الزيادة من القيمة المستهدفة) ربما حدث من النقطة الزمنية العاشرة وهي المناوبة الأولى في اليوم الرابع. وكذلك يوضح العداد ($N^-$) أن التغير في الطرف السفلي (الانخفاض من القيمة المستهدفة) ربما حدث منذ النقطة الثانية أو تحديداً من المناوبة الثانية لليوم الأول.

شكل (٥-٨): خريطة الجمع التراكمي لأطوال الخراطيم




جدول (٥-٨): الحسابات اللازمة لنقاط الطرفين العلوي والسفلي- الشكل الجدولي لخريطة الجمع التراكمي

| النقطة | مدى البيانات | نقاط الطرف العلوي | | | نقاط الطرف السفلي | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\bar{x}_i-(\mu_0+k\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ | $CU_i$ | $N^+$ | $(\mu_0-k\frac{\sigma}{\sqrt{n}})-\bar{x}_i$ | $CL_i$ | $N^-$ |
| 0 | | | 0.0000 | | | 0.0000 | |
| 1 | 0.3000 | 0.0424 | 0.0424 | 1 | -0.1376 | 0.0000 | 0 |
| 2 | 0.4080 | -0.1824 | 0.0000 | 0 | 0.0872 | 0.0872 | 1 |
| 3 | 0.7870 | -0.0588 | 0.0000 | 0 | -0.0364 | 0.0507 | 2 |
| 4 | 0.4170 | -0.2138 | 0.0000 | 0 | 0.1186 | 0.1693 | 3 |
| 5 | 0.2450 | -0.2824 | 0.0000 | 0 | 0.1872 | 0.3564 | 4 |
| 6 | 0.8380 | -0.0194 | 0.0000 | 0 | -0.0758 | 0.2806 | 5 |
| 7 | 0.8940 | -0.0830 | 0.0000 | 0 | -0.0122 | 0.2683 | 6 |
| 8 | 0.2140 | -0.1430 | 0.0000 | 0 | 0.0478 | 0.3161 | 7 |
| 9 | 0.6620 | -0.2656 | 0.0000 | 0 | 0.1704 | 0.4865 | 8 |
| 10 | 1.0000 | 0.0024 | 0.0024 | 1 | -0.0976 | 0.3888 | 9 |
| 11 | 0.2270 | 0.0918 | 0.0941 | 2 | -0.1870 | 0.2018 | 10 |
| 12 | 0.5460 | 0.0514 | 0.1455 | 3 | -0.1466 | 0.0551 | 11 |
| 13 | 0.5320 | 0.0576 | 0.2030 | 4 | -0.1528 | 0.0000 | 0 |
| 14 | 0.5300 | 0.1080 | 0.3110 | 5 | -0.2032 | 0.0000 | 0 |
| 15 | 0.2000 | -0.0476 | 0.2633 | 6 | -0.0476 | 0.0000 | 0 |
| 16 | 0.9110 | 0.0596 | 0.3229 | 7 | -0.1548 | 0.0000 | 0 |
| 17 | 0.1000 | 0.0524 | 0.3753 | 8 | -0.1476 | 0.0000 | 0 |
| 18 | 0.4550 | 0.1782 | 0.5534 | 9 | -0.2734 | 0.0000 | 0 |
| 19 | 0.1500 | -0.0276 | 0.5258 | 10 | -0.0676 | 0.0000 | 0 |

**تقدير متوسط العملية بعد التغير:**

يتم أحياناً حساب متوسط مخرجات العملية بعد التغير الذي حدث حتى يتسنى معرفة الأسباب الخاصة وتعديل العملية. ولتقدير متوسط العملية بعد التغير تستخدم المعادلة التالية (Montgomery 2001, p.416):

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \mu_0 + K + \dfrac{CU_i}{N^+}, & CU_i > H \\ \mu_0 - K - \dfrac{CL_i}{N^-}, & CL_i > H \end{cases} \qquad (5\text{-}47)$$

وباستخدام هذه المعادلة يمكن تقدير التغير في متوسط العملية – الزيادة من القيمة المستهدفة – كما يلي:

$$\hat{\mu}^+ = \mu_0 + K + \frac{CU_i}{N^+} = 5.0 + 0.047641798 + \frac{0.553}{9} = 5.11$$

وبالمثل يمكن تقدير التغير في متوسط العملية – الانخفاض من القيمة المستهدفة – كما يلي:

$$\hat{\mu}^- = \mu_0 - K - \frac{CL_i}{N^-} = 5.0 - 0.047641798 - \frac{0.486}{8} = 4.89$$

ويتضح من هذه النتائج أن العملية شهدت تغيرين أحدهما أعلى من القيمة المستهدفة بلغ (٥,١١) سم والآخر أقل من القيمة المستهدفة وبلغ (٤,٨٩) سم.

**مثال (٥-٥):**

من المثال أطوال الخراطيم (مثال ٥-٢) والمثال (٥-٤) أعد رسم خريطة الجمع التراكمي باستخدام الاستجابة الابتدائية السريعة (FIR) علماً بأن القيمة المستهدفة هي(٥) سم؟

**الحل:**

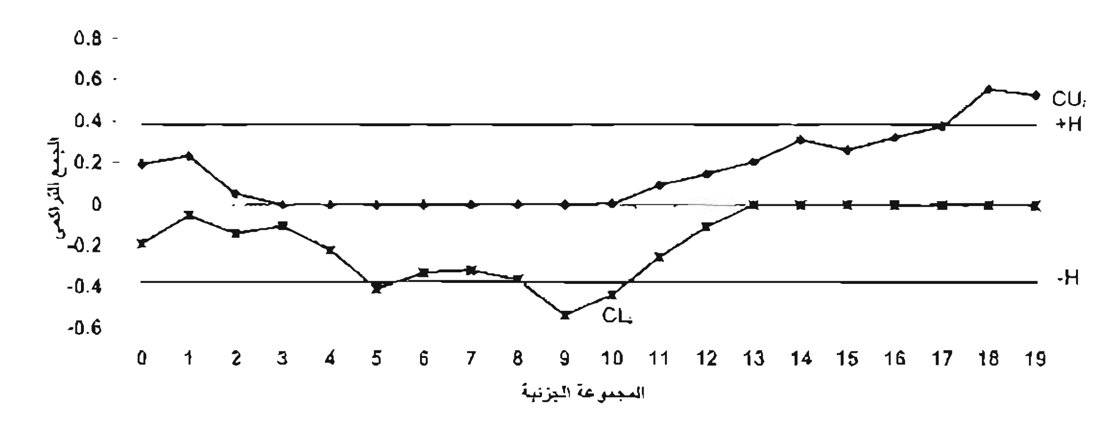
لاستخدام طريقة الاستجابة الابتدائية السريعة تم أولاً حساب قيمتي النقطتين الأوليين كما يلي:

$$CU_0 = CL_0 = f = \frac{h\hat{\sigma}}{2\sqrt{n}} = \frac{4\times 0.21306059}{2\times\sqrt{5}} = 0.19056719$$

وتم حساب بقية نقاط سلسلتي الطرفين العلوي والسفلي وفترة القرار بالطريقة السابقة نفسها. والجدول (٥-٩) يوضح قيم نقاط سلسلتي الطرف السفلي والعلوي.

ويظهر من الجدول (٥-٩) أن قيم نقاط (٥) و(٩) و(١٠) تزيد قيمتهما عن فترة القرار (0.3811) ، وكذلك نقطتا الطرف السفلي (١٨) و(١٩)؛ مما يشير إلى أن العملية غير مستقرة، أي أن تغيراً قد حدث في متوسط العملية (متوسط أطوال الخراطيم) في هذه الفترات الزمنية. ونظراً لزيادة حساسية الخريطة باستخدام طريقة الاستجابة السريعة زادت قيمة النقطة الخامسة لتصل (٠,٤٠٩) والتي أصبحت أكبر من فترة القرار.

شكل (٥-٩): خريطة الجمع التراكمي (باستخدام طريقة الاستجابة السريعة)




جدول (٥-٩): الحسابات اللازمة لنقاط الطرفين العلوي والسفلي- الشكل الجدولي لخريطة الجمع التراكمي باستخدام طريقة الاستجابة السريعة

| $N^-$ | $CL_i$ | $N^+$ | $CU_i$ | النقطة |
|---|---|---|---|---|
| | 0.19057 | | 0.1905672 | 0 |
| 1 | 0.053 | 1 | 0.233 | 1 |
| 2 | 0.140 | 2 | 0.050 | 2 |
| 3 | 0.104 | 0 | 0.000 | 3 |
| 4 | 0.222 | 0 | 0.000 | 4 |
| 5 | 0.409 | 0 | 0.000 | 5 |
| 6 | 0.334 | 0 | 0.000 | 6 |
| 7 | 0.321 | 0 | 0.000 | 7 |
| 8 | 0.369 | 0 | 0.000 | 8 |
| 9 | 0.539 | 0 | 0.000 | 9 |
| 10 | 0.442 | 1 | 0.002 | 10 |
| 11 | 0.255 | 2 | 0.094 | 11 |
| 12 | 0.108 | 3 | 0.145 | 12 |
| 0 | 0.000 | 4 | 0.203 | 13 |
| 0 | 0.000 | 5 | 0.311 | 14 |
| 0 | 0.000 | 6 | 0.263 | 15 |
| 0 | 0.000 | 7 | 0.323 | 16 |
| 0 | 0.000 | 8 | 0.375 | 17 |
| 0 | 0.000 | 9 | 0.553 | 18 |
| 0 | 0.000 | 10 | 0.526 | 19 |

**مثال مشاهدات فردية (٥-٦):**

الجدول التالي يوضح بيانات درجات الحرارة المئوية لعملية كيميائية تم تسجيلها في أحد الأيام عند كل ساعة. القيمة المستهدفة لدرجة الحرارة المئوية (٥٠٠) درجة مئوية (Celsius) بانحراف معياري (٢٠) درجة مئوية.

**جدول (٥-١٠): بيانات درجات الحرارة المئوية لعملية كيميائية**

| الساعة | درجة الحرارة ($C^o$) | الساعة | درجة الحرارة ($C^o$) |
|---|---|---|---|
| 1 | 510 | 13 | 468 |
| 2 | 524 | 14 | 473 |
| 3 | 516 | 15 | 464 |
| 4 | 505 | 16 | 477 |
| 5 | 525 | 17 | 490 |
| 6 | 504 | 18 | 451 |
| 7 | 521 | 19 | 470 |
| 8 | 520 | 20 | 487 |
| 9 | 513 | 21 | 504 |
| 10 | 519 | 22 | 513 |
| 11 | 520 | 23 | 515 |
| 12 | 520 | 24 | 515 |

ارسم خريطة جمع تراكمي لكشف تغير قدره واحد انحراف معياري ($1\sigma$) في متوسط العملية؟ هل العملية المستقرة؟

**الحل:**

من المعطيات يمكن حساب قيمتي K و H كما يلي:

بما أن القيمة المستهدفة تساوي (٥٠٠) والانحراف المعياري (٢٠) فإن متوسط العملية بعد التغير المطلوب كشفه هو:

$$\mu_1 = \mu_0 + 1.0\sigma = 500 + 1.0 \times 20 = 520$$

ومن ثم فإن قيمة القيمة المرجعية K وفترة القرار H يتم حسابهما كما يلي:

$$K = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$H = h\sigma = 5 \times 20 = 100$$

وتم تحديد قيمة h بـ (5) نظراً إلى أن هذه القيمة تقع في مدى قيم فترة الموصى بها والتي تعطي أفضل طول دورة كما سبق شرحه في جزء تصميم الخريطة، وفي هذا المثال يمكن الحصول على طول دورة (ARL=10.4).

ويتم حساب نقاط الخريطة للفترات الثلاث الأولى مثلاً كما يلي:

- نقاط الطرف العلوي:

النقطة الأولى: $CU_0 = 0$

النقطة الثانية: $CU_1 = \max\left[0; CU_0 + X_1 - (\mu_0 + k\sigma)\right]$=max(0;0+510-(500+10)=0

النقطة الثالثة: $CU_2 = \max\left[0; CU_1 + X_2 - (\mu_0 + k\sigma)\right]$=max(0;0+524-(500+10)=14

- نقاط الطرف السفلي:

النقطة الأولى: $CU_0 = 0$

النقطة الثانية: $CL_1 = \max\left[0; CL_0 - X_1 + (\mu_0 - k\sigma)\right]$=max(0;0-510+(500-10)=0

النقطة الثالثة: $CL_2 = \max\left[0; CL_1 - X_2 + (\mu_0 - k\sigma)\right]$=max(0;0-524+(500-10)=0

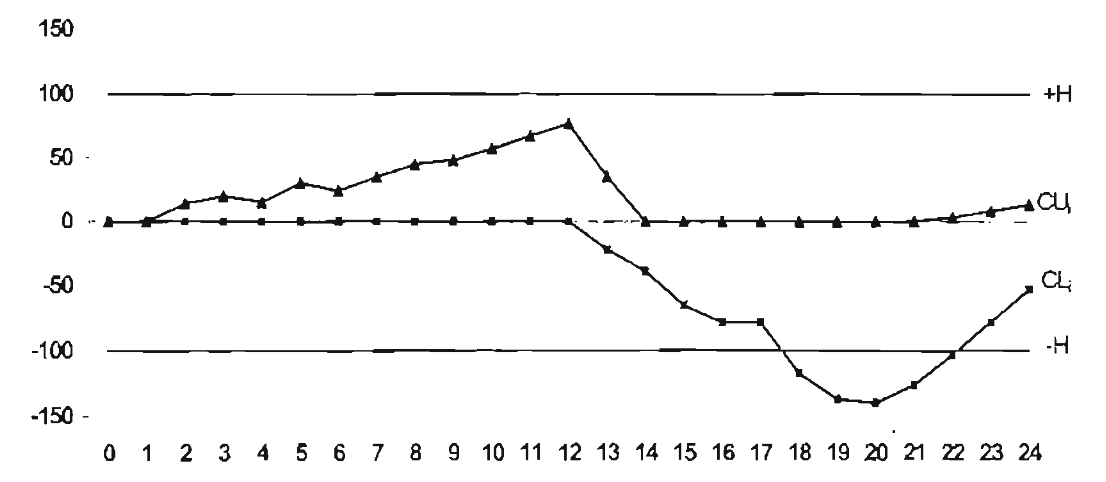
والجدول (٥-١١) يوضح الحسابات اللازمة لنقاط خريطة الجمع التراكمي لمثال درجات الحرارة.

ويتضح من الجدول (٥-١١) والشكل (٥-١٠) أن النقاط من (١٨) إلى (٢٢) تزيد قيمها على قيمة فترة القرار(H=100)، مما يشير إلى أن العملية خارج المراقبة الإحصائية. ويمكن تقدير التغير في متوسط العملية – الانخفاض من القيمة المستهدفة – وكما يلي:

$$\hat{\mu} = \mu_0 - K - \frac{CL_i}{N^-} = 500 - 10 - \frac{117}{6} = 470.5$$

ويتضح من هذه النتائج أن متوسط درجات الحرارة قد انخفضت إلى (٤٧٠,٥) درجة مئوية عند الفترة (١٨)، أي منذ الساعة السادسة مساءً.

شكل (٥-١٠): خريطة الجمع التراكمي لمثال درجات الحرارة



جدول (٥-١١): الحسابات اللازمة لنقاط خريطة الجمع التراكمي

| الساعة | درجة الحرارة | $x_i-(\mu_0+k\sigma)$ | $CU_i$ | $N^+$ | $-x_i+(\mu_0-k\sigma)$ | $CL_i$ | $N^-$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | 0 | | | 0 | |
| 1 | 510 | 0 | 0 | 0 | -20 | 0 | 0 |
| 2 | 524 | 14 | 14 | 1 | -34 | 0 | 0 |
| 3 | 516 | 6 | 20 | 2 | -26 | 0 | 0 |
| 4 | 505 | -5 | 15 | 3 | -15 | 0 | 0 |
| 5 | 525 | 15 | 30 | 4 | -35 | 0 | 0 |
| 6 | 504 | -6 | 24 | 5 | -14 | 0 | 0 |
| 7 | 521 | 11 | 35 | 6 | -31 | 0 | 0 |
| 8 | 520 | 10 | 45 | 7 | -30 | 0 | 0 |
| 9 | 513 | 3 | 48 | 8 | -23 | 0 | 0 |
| 10 | 519 | 9 | 57 | 9 | -29 | 0 | 0 |
| 11 | 520 | 10 | 67 | 10 | -30 | 0 | 0 |
| 12 | 520 | 10 | 77 | 11 | -30 | 0 | 0 |
| 13 | 468 | -42 | 35 | 12 | 22 | 22 | 1 |
| 14 | 473 | -37 | 0 | 0 | 17 | 39 | 2 |
| 15 | 464 | -46 | 0 | 0 | 26 | 65 | 3 |
| 16 | 477 | -33 | 0 | 0 | 13 | 78 | 4 |
| 17 | 490 | -20 | 0 | 0 | 0 | 78 | 5 |
| 18 | 451 | -59 | 0 | 0 | 39 | 117 | 6 |
| 19 | 470 | -40 | 0 | 0 | 20 | 137 | 7 |
| 20 | 487 | -23 | 0 | 0 | 3 | 140 | 8 |
| 21 | 504 | -6 | 0 | 0 | -14 | 126 | 9 |
| 22 | 513 | 3 | 3 | 1 | -23 | 103 | 10 |
| 23 | 515 | 5 | 8 | 2 | -25 | 78 | 11 |
| 24 | 515 | 5 | 13 | 3 | -25 | 53 | 12 |

**مثال (٥-٧):**

من مثال درجات الحرارة (٥-٦)، ارسم خريطة الجمع التراكمي المعياري؟ هل العملية مستقرة؟

**الحل:**

لإعداد الخريطة يتم أولاً تحويل قيم المشاهدات إلى قيم معيارية باستخدام المعادلة التالية:

$$Z_i = \frac{X_i-\mu_0}{\sigma} = \frac{X_i-500}{20}$$

فمثلاً القيم المعيارية للمشاهدات الثلاث هي:

$$Z_1 = \frac{510-500}{20} = 0.5,\ Z_2 = \frac{524-500}{20} = 1.2,\ Z_3 = \frac{516-500}{20} = 0.8$$

- نقاط الطرف العلوي والسفلي للخريطة :

يتم حساب نقاط الخريطة للفترات الثلاث الأولى مثلاً كما يلي:

- نقاط الطرف العلوي:

النقطة الأولى: $CU_0 = 0$

النقطة الثانية: $CU_1 = \max[0; CU_0 + (Z_1 - K)] = \max[0; 0 + (1.2 - 0.5)] = 0.70$

النقطة الثالثة: $CU_2 = \max[0; CU_1 + (Z_2 - K)] = \max[0; 0.7 + (0.80 - 0.5)] = 1.0$

- نقاط الطرف السفلي:

النقطة الأولى: $CU_0 = 0$

النقطة الثانية: $CL_1 = \max[0; CL_0 + (-Z_1 - K)] = \max[0; 0 + (-0.5 - 0.5)] = -1.0$

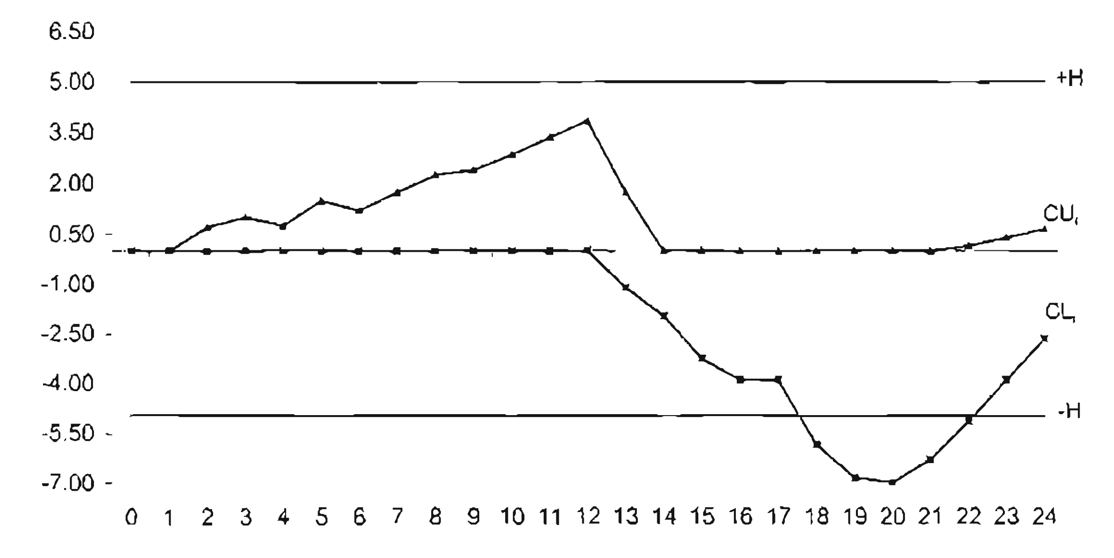
النقطة الثالثة: $CL_2 = \max[0; CL_1 + (-Z_2 - K)] = \max[0; 0 + (-1.20 - 0.5)] = -1.7$

- فترة القرار ): $H = h = 5$

والجدول (٥-١٢) يوضح الحسابات اللازمة لنقاط خريطة الجمع التراكمي المعياري لمثال درجات الحرارة.

ويتضح من الجدول والشكل (٥-١١) أن النقاط من (١٨) إلى (٢٢) تزيد قيمها على قيمة فترة القرار(H=5)، مما يشير إلى أن العملية خارج المراقبة الإحصائية وهي النتيجة نفسها التي توصلنا إليها في حالة القيم الحقيقية.

شكل (٥-١١): خريطة الجمع التراكمي المعياري لمثال درجات الحرارة



جدول (٥-١٢): الحسابات اللازمة لنقاط خريطة الجمع التراكمي المعياري

| الساعة | درجة الحرارة | $Z_i$ | $CU_i$ | $N^+$ | $CL_i$ | $N^-$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | 0 | | 0 | |
| 1 | 510 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 524 | 1.2 | 0.7 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 516 | 0.8 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 4 | 505 | 0.25 | 0.75 | 3 | 0 | 0 |
| 5 | 525 | 1.25 | 1.5 | 4 | 0 | 0 |
| 6 | 504 | 0.2 | 1.2 | 5 | 0 | 0 |
| 7 | 521 | 1.05 | 1.75 | 6 | 0 | 0 |
| 8 | 520 | 1 | 2.25 | 7 | 0 | 0 |
| 9 | 513 | 0.65 | 2.4 | 8 | 0 | 0 |
| 10 | 519 | 0.95 | 2.85 | 9 | 0 | 0 |
| 11 | 520 | 1 | 3.35 | 10 | 0 | 0 |
| 12 | 520 | 1 | 3.85 | 11 | 0 | 0 |
| 13 | 468 | -1.6 | 1.75 | 12 | 1.1 | 1 |
| 14 | 473 | -1.35 | 0 | 0 | 1.95 | 2 |
| 15 | 464 | -1.8 | 0 | 0 | 3.25 | 3 |
| 16 | 477 | -1.15 | 0 | 0 | 3.9 | 4 |
| 17 | 490 | -0.5 | 0 | 0 | 3.9 | 5 |
| 18 | 451 | -2.45 | 0 | 0 | 5.85 | 6 |
| 19 | 470 | -1.5 | 0 | 0 | 6.85 | 7 |
| 20 | 487 | -0.65 | 0 | 0 | 7 | 8 |
| 21 | 504 | 0.2 | 0 | 0 | 6.3 | 9 |
| 22 | 513 | 0.65 | 0.15 | 1 | 5.15 | 10 |
| 23 | 515 | 0.75 | 0.4 | 2 | 3.9 | 11 |
| 24 | 515 | 0.75 | 0.65 | 3 | 2.65 | 12 |

### ٥-٣-٥ طريقة خريطة الجمع التراكمي (حالة طرف واحد):

توجد في بعض الحالات حد مواصفة واحد (أدنى أو أعلى) لخاصية الجودة المراد مراقبتها. وفي هذه الحالة تعرف الخاصية بأنها لها حد سماح ذو طرف واحد (One-Sided Tolerance). وفيما يلي أمثلة لمواصفات ذات طرف واحد:

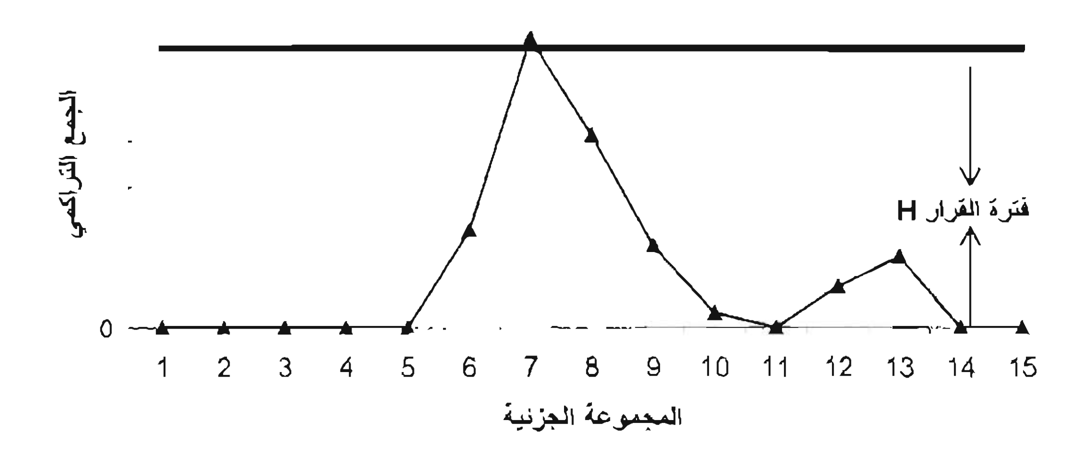
- أن تحدد إدارة مستشفى فترة انتظار المراجع لحين تلقي الخدمة العلاجية بألا تزيد على مدة محددة (٢٠ دقيقة مثلاً).
- أن يحدد مصنع للمعادن الحد السفلي لمتانة سلك بقيمة محددة.
- أن يحدد أحد مصانع إنتاج الحليب القليل الدسم ألا تتجاوز نسبة الدسم حداً معيناً.

ومن المثال الأول يتضح أنه لا توجد مشكلة إذا كانت فترة الانتظار أقل من الفترة المحددة، لذا يفضل مراقبة فترات الانتظار التي تتجاوز الفترة المحددة. وفي المثال الثاني يفضل مراقبة قيم المتانة التي تقل من القيمة المحددة نظراً إلى أن قيم المتانة التي تقل من القيمة المحددة هي التي إدارة المصنع لتحقيقها. وفي مثل هذه الحالات يفضل استخدام خريطة الجمع التراكمي ذي الطرف الواحد (One-sided CUSUM procedure).

تتكون خريطة الجمع التراكمي ذي الطرف الواحد من سلسلة نقاط الطرف العلوي ($CU_i$) وتستخدم لمراقبة الانحرافات الموجبة أو سلسلة نقاط الطرف السفلي ($CL_i$) وتستخدم لمراقبة الانحرافات السالبة عن القيمة المستهدفة، والحد العلوي (السفلي) هو فترة القرار (H) (شكل ٥-١٢). ولإعداد الخريطة يتم استخدام نفس معادلات خريطة الجمع التراكمي لاتجاهين في حالات المجموعات الجزئية، والمشاهدات الفردية وخريطة الجمع التراكمي للقيم المعيارية. ويشير وقوع نقطة أو أكثر بعد خط فترة القرار إلى تغير في متوسط مخرجات وراءه سبب أو أسباب خاصة تؤثر في العملية.



**شكل (٥-١٢): شكل خريطة الجمع التراكمي ذي الطرف الواحد**



**مثال (٥-٨):**

أعلنت إدارة أحد المستشفيات الأهلية ضمن برنامج التحسين المستمر لجودة خدماتها ألا تزيد فترة انتظار المريض - من التسجيل إلى حين الحصول على الخدمة العلاجية - على (٢٠) دقيقة. ولمراقبة فترة الانتظار يقوم قسم الجودة بالمستشفى بأخذ عينة عشوائية قوامها (٥) مرضى في فترة الدوام المسائي التي تمتد من الخامسة مساءً وإلى التاسعة مساءً. والجدول التالي يوضح بيانات انتظار المراجعين لمدة (٢٠) يوماً. المطلوب إعداد خريطة الجمع التراكمي ذي الطرف الواحد؟ هل العملية تحت المراقبة الإحصائية؟

**جدول (٥-١٣):**

**بيانات فترات انتظار (دقيقة) المراجعين لأحد المستشفيات**

| المجموعة الجزئية | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $R_i$ | $\bar{x}_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 18.7 | 20.5 | 19.6 | 24.0 | 21.3 | 5.30 | 20.82 |
| 2 | 19.5 | 22.6 | 21.6 | 19.6 | 16.8 | 5.80 | 20.02 |
| 3 | 25.7 | 20.7 | 16.0 | 20.4 | 22.6 | 9.70 | 21.08 |
| 4 | 22.8 | 22.8 | 22.2 | 15.5 | 17.5 | 7.30 | 20.16 |
| 5 | 23.9 | 20.6 | 20.3 | 17.6 | 20.7 | 6.30 | 20.62 |
| 6 | 18.6 | 16.7 | 19.8 | 23.0 | 27.0 | 10.30 | 21.02 |
| 7 | 18.9 | 20.2 | 26.8 | 19.3 | 21.2 | 7.90 | 21.28 |
| 8 | 22.2 | 16.8 | 23.6 | 17.2 | 17.2 | 6.80 | 19.40 |
| 9 | 24.0 | 22.6 | 20.3 | 20.3 | 19.2 | 4.80 | 21.28 |
| 10 | 15.8 | 19.1 | 23.5 | 18.9 | 22.6 | 7.70 | 19.98 |
| 11 | 20.5 | 14.4 | 18.6 | 20.2 | 20.1 | 6.10 | 18.76 |
| 12 | 17.1 | 21.0 | 21.4 | 15.6 | 29.3 | 13.70 | 20.88 |
| 13 | 23.7 | 17.0 | 20.3 | 20.1 | 22.2 | 6.70 | 20.66 |
| 14 | 18.9 | 19.4 | 24.1 | 16.7 | 23.8 | 7.40 | 20.58 |
| 15 | 24.5 | 27.5 | 20.2 | 19.9 | 15.7 | 11.80 | 21.56 |
| 16 | 22.3 | 18.9 | 24.8 | 23.6 | 21.2 | 5.90 | 22.16 |
| 17 | 18.2 | 18.7 | 18.2 | 23.2 | 20.0 | 5.00 | 19.66 |
| 18 | 21.2 | 24.0 | 23.1 | 16.4 | 26.8 | 10.40 | 22.30 |
| 19 | 26.8 | 13.4 | 18.8 | 18.7 | 16.0 | 13.40 | 18.74 |
| 20 | 20.7 | 21.9 | 23.0 | 18.4 | 22.4 | 4.60 | 21.28 |
| | | | | | | $\bar{R}=7.845$ | $\bar{\bar{x}}=20.61$ |

**الحل:**

فيما يلي خطوات حساب نقاط الطرف العلوي:

**أولاً - تقدير الانحراف المعياري:**

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2(5)} = \frac{7.845}{2.326} = 3.37274$$

**ثانياً - نقاط الطرف العلوي:**

وفيما يلي كيفية حساب النقاط الثلاث الأولى للاتجاه العلوي مثلاً:

نقطة البداية:

$$CU_0 = 0$$

النقطة الأولى:

$$\begin{aligned} CU_1 &= \max[0,\ CU_0 + \bar{x}_1 - (\mu_0 + k\tfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}})] \\ &= \max[0,\ 0 + 20.82 - (20 + 0.5\tfrac{3.37274}{\sqrt{5}})] \\ &= \max(0, 0.065832) = 0.065832 \end{aligned}$$

النقطة الثانية:

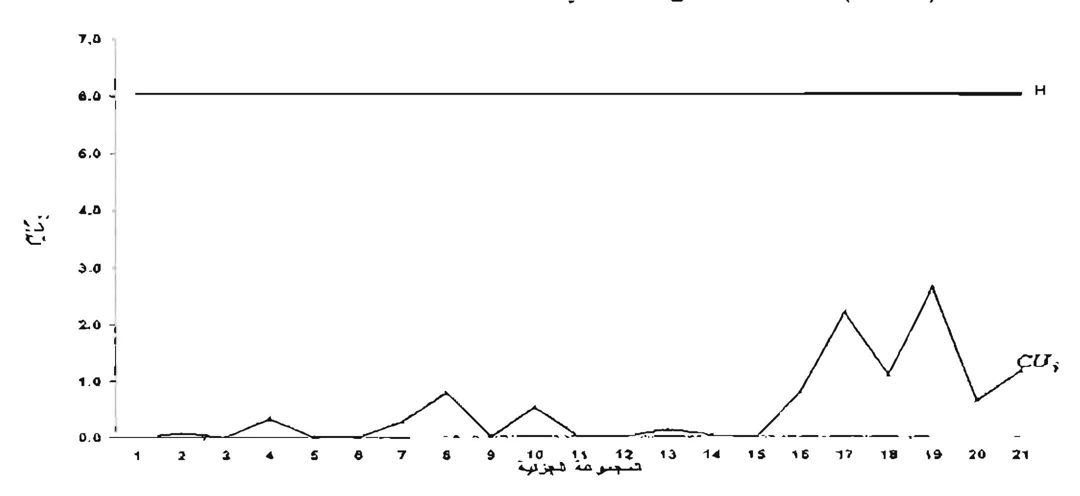
$$\begin{aligned} CU_2 &= \max[0,\ CU_1 + \bar{x}_2 - (\mu_0 + k\tfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}})] \\ &= \max[0,\ 0.065832 + 20.02 - (20 + 0.5 \times \tfrac{3.37274}{\sqrt{5}})] \\ &= \max(0, -0.734168) = 0 \end{aligned}$$

* فترة القرار (H):

$$H = h\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 4 \times \frac{3.37274}{\sqrt{5}} = 6.033$$

ويوضح الجدول (٥-١٤) قيم نقاط الطرف العلوي. ويظهر من الشكل (٥-١٢) أن جميع نقاط الطرف العلوي تقل قيمها من قيمة فترة القرار (6.033)، مما يشير إلى أن العملية مستقرة.


**شكل (٥-١٣): خريطة الجمع التراكمي ذات الطرف الواحد لفترات انتظار المراجعين**



جدول (٥-١٤): الحسابات اللازمة لنقاط الطرف العلوي لخريطة الجمع التراكمي ذات الطرف الواحد

| المجموعة الجزئية | $\bar{x}_i - (\mu_0 + k\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ | $CU_i$ | N+ | H |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | 0 | | 6.0333 |
| 1 | 0.0658 | 0.0658 | 1 | 6.0333 |
| 2 | -0.7342 | 0.0000 | 0 | 6.0333 |
| 3 | 0.3258 | 0.3258 | 1 | 6.0333 |
| 4 | -0.5942 | 0.0000 | 0 | 6.0333 |
| 5 | -0.1342 | 0.0000 | 0 | 6.0333 |
| 6 | 0.2658 | 0.2658 | 1 | 6.0333 |
| 7 | 0.5258 | 0.7917 | 2 | 6.0333 |
| 8 | -1.3542 | 0.0000 | 0 | 6.0333 |
| 9 | 0.5258 | 0.5258 | 1 | 6.0333 |
| 10 | -0.7742 | 0.0000 | 0 | 6.0333 |
| 11 | -1.9942 | 0.0000 | 0 | 6.0333 |
| 12 | 0.1258 | 0.1258 | 1 | 6.0333 |
| 13 | -0.0942 | 0.0317 | 2 | 6.0333 |
| 14 | -0.1742 | 0.0000 | 0 | 6.0333 |
| 15 | 0.8058 | 0.8058 | 1 | 6.0333 |
| 16 | 1.4058 | 2.2117 | 2 | 6.0333 |
| 17 | -1.0942 | 1.1175 | 3 | 6.0333 |
| 18 | 1.5458 | 2.6633 | 4 | 6.0333 |
| 19 | -2.0142 | 0.6492 | 5 | 6.0333 |
| 20 | 0.5258 | 1.1750 | 6 | 6.0333 |

### ٥-٣-٦ الشكل البياني لخريطة الجمع التراكمي (The V Mask Chart):

يرجع الفضل في تطوير الشكل البياني لخريطة الجمع التراكمي لبارنارد (Barnard, 1959)، وقد عرفت بـ (V Mask)؛ لأخذها شكل الحرف الإنجليزي V، وتعتبر خريطة الشكل البياني الطريقة البديلة للشكل الجدولي لخريطة الجمع التراكمي. وفيما يلي خطوات إعداد الخريطة:

- نقاط الخريطة ($C_i$):

$$C_0 = 0$$
$$C_i = C_{i-1} + (\bar{x}_i - \mu_0) \qquad for\ i = 1,2,\ldots,g \qquad (5\text{-}48)$$

كما يمكن استخدام القيم المعيارية بدلاً من القيم الحقيقية لحساب نقاط الخريطة، حيث:

$$C_0 = 0$$
$$C_i = C_{i-1} + \left(\frac{\bar{x}_i - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}\right) \qquad for\ i = 1,2,\ldots,g \qquad (5\text{-}49)$$

- **رسم الشكل V:**

في الشكل البياني لخريطة الجمع التراكمي يتم رسم حدي المراقبة لأي نقطة (مجموعة جزئية) في شكل الحرف V. فمثلاً للمجموعة الجزئية رقم i، يتم رسم خط مواز للمحور الأفقي من النقطة $C_i$ طوله يساوي d باستخدام نفس وحدات المحور الأفقي، وعند نهاية الخط (النقطة Q) يتم رسم ذراعي الحرف V بحيث تكون المسافة بين أي من الذراعين والنقطة $C_i$ مساوية لـ H . وكما يوضح الشكل (٥-١٤) أن الخط من $C_i$ إلى Q ينصف زاوية الحرف V إلى نصفين متطابقين، كل منهما مساوٍ لـ θ والتي تعرف بزاوية خط القرار (Angle of decision line). وفيما يلي معادلتا الطول d ونصف زاوية V (θ) (Mitra 1998; pp.292-293):

$$d = \frac{2}{\delta^2}\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right) \qquad (5\text{-}50)$$

وحيث إن:

δ حجم التغير في متوسط العملية بوحدات الانحراف المعياري $\left(\delta = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{\sigma}\right)$

β احتمال الخطأ من النوع الثاني

α احتمال الخطأ من النوع الأول

وفي حالة اختيار قيمة صغيرة لاحتمال الخطأ من الثاني، يمكن تقريب المعادلة (5-50) بالتالي:

$$d \approx -\frac{2}{\delta^2}\ln(\alpha) \qquad (5\text{-}51)$$

ويتم حساب زاوية خط القرار كما يلي:

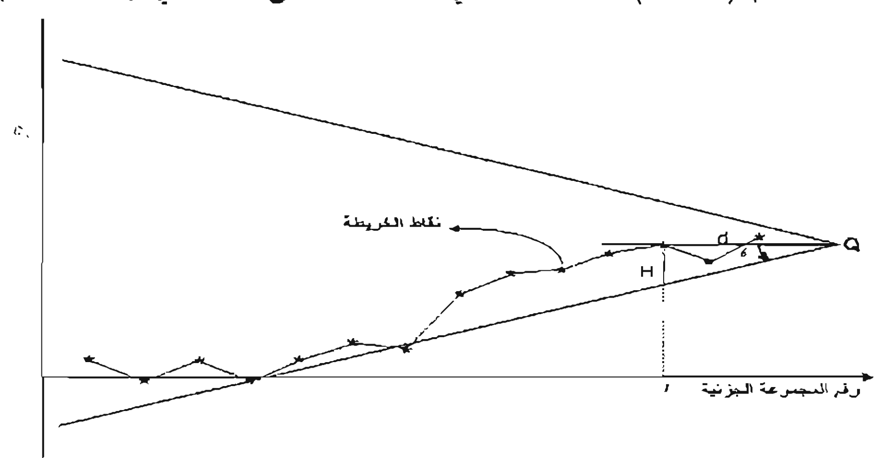
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2W}\right) \qquad (5\text{-}52)$$

حيث إن: w عامل ترجيح يتم اختياره بحيث يكون الشكل سهل التفسير. ووجد أنه يتم الحصول على نتائج جيدة عندما تكون قيم العامل ما بين انحراف معياري واحد وانحرافين معياريين $(1\bar{\sigma} \le w \le 2\bar{\sigma})$. ويلاحظ من المعادلة (5-52) أنه كلما كان حجم التغير المراد كشفه كبيراً زادت زاوية الحرف V ، فتقل قدرة الخريطة على كشف التغير.

- **قاعدة القرار:**

بعد رسم الشكل V للمجموعة الجزئية رقم i، يُنظر إلى النقاط السابقة لها، فإذا وقعت جميعها بين ذراعي الحرف V كان ذلك دلالة على أن العملية مستقرة. ويشير وقوع نقطة أو أكثر خارج الذراعين إلى أن العملية خارج المراقبة. وتشير النقاط التي تقع تحت الذراع الأسفل إلى أن هناك تغيراً موجباً ($\mu_1 > \mu_0$)، في حين يفسر وقوع نقطة أو أكثر فوق الذراع العلوي على أن هناك تغيراً سالباً قد حدث في متوسط مخرجات العملية ($\mu_1 < \mu_0$).

**شكل رقم (٥-١٤): الشكل البياني لخريطة الجمع التراكمي (V-mask)**




ويعاب على خريطة الشكل البياني للجمع التراكمي التالي (انظر Montgomery 2001, pp.424-425):

- الشكل البياني خريطة ذات طرفين (Two-sided)، ولذلك لا تستخدم كثيراً في حالة مراقبة خصائص الجودة ذات الطرف الواحد.
- لا يمكن استخدام طريقة رأس البداية لزيادة حساسية الخريطة في الفترة الأولى.
- نحتاج لإعداد عدد كبير من الخرائط لرسم الشكل البياني عند كل نقطة (مجموعة جزئية).

**مثال (5-9):**

من مثال أطوال الخراطيم (مثال ٥-٢) ارسم خريطة V-Mask، علماً بأن القيمة المستهدفة لطول الخرطوم هي 5 سم ($\mu_0 = 5$) بانحراف معياري ($\sigma = 0.20$) ؟

**الحل:**

**أولاً - نقاط الخريطة:**

فيما يلي كيفية حساب النقاط الثلاث الأولى:

نقطة البداية:

$$C_0 = 0$$

النقطة الأولى:

$$C_1 = C_0 + \frac{(\bar{x}_1 - \mu_0)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = 0 + \frac{(5.09-5)}{\frac{0.20}{\sqrt{5}}} = 1.00623$$

النقطة الثانية:

$$C_2 = C_1 + \frac{(\bar{x}_2 - \mu_0)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = 1.00623 + \frac{(4.8652-5)}{\frac{0.20}{\sqrt{5}}} = -0.50088$$

ويوضح الجدول (5-15) قيم نقاط الخريطة في حالتي القيم الحقيقية والمعيارية.

**ثانياً - حساب قيم d :**

بتحديد احتمال الخطأ من النوع الأول بـــ ($\alpha=0.05$) واحتمال الخطأ من النـــوع الثـــاني ($\beta=0.00005$) لكشف تغير قدره (٠,١٥) سم في متوسط طول الخرطوم يتم حساب $\delta$ و d :

$$\delta = \frac{5.15-5}{0.2/\sqrt{5}} = 1.677051$$

$$d = -\frac{2}{(1.677051)^2} \times \ln\left(\frac{1-0.00005}{0.05}\right) = 2.130263$$

أي: إن طول الخط ما بين النقطة $C_i$ ورأس الزاوية V يساوي نحو (2.13) وحدة بوحدات قياس المحور الأفقي. ويتم حساب زاوية خط القرار $\theta$ كما يلي:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.15}{2\times2\times0.20}\right) = 22.75^o$$

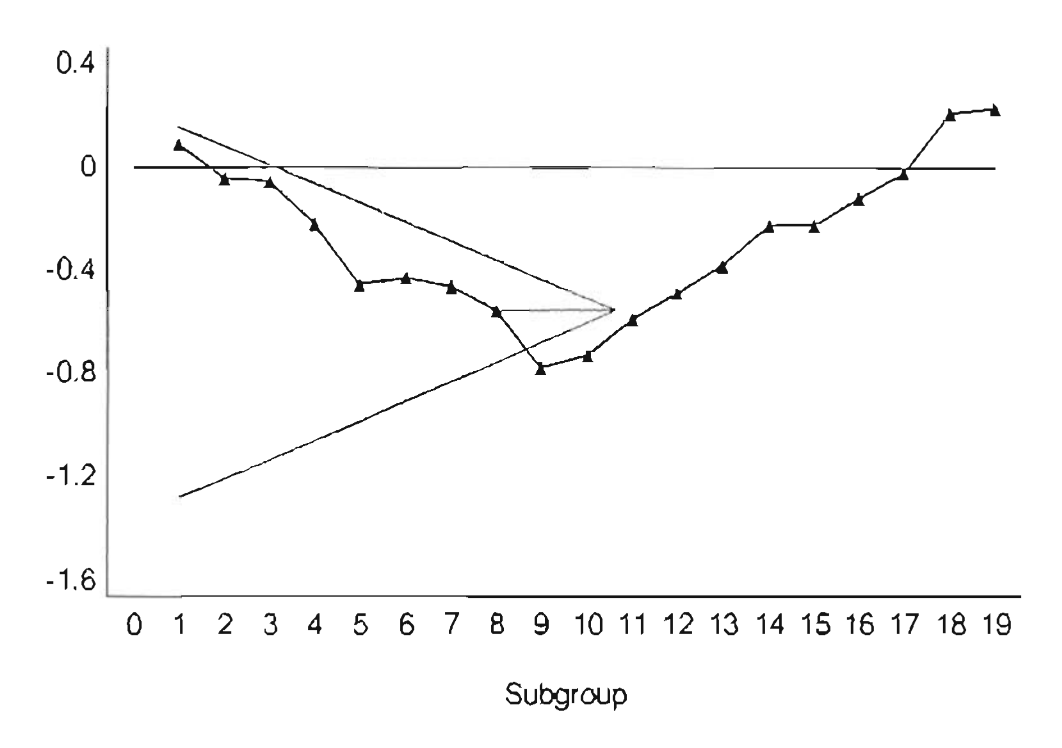
**ثالثاً - رسم الخريطة:**

لإعداد خريطة V-Mask يتم أولاً رسم نقاط الخريطة، ثم عند أية نقطة يتم رسم ذراعي الحرف V بحيث تكون زاوية الحرف مساوية لضعف $\theta$ ورسم خط طوله d ينصف الزاوية V من النقطة إلى رأس الزاوية. ففـــي هذا المثال نحتاج إلى إعداد (١٩) خريطة بعدد نقاط الخريطة (المجموعات الجزئية). الأشكال من (٥-١٥) إلـــى (٥-١٨) توضح خرائط V-Mask لنقاط المجموعات الجزئية (٨) و(٩) و(١٨) و(١٩) لكشف تغير في متوسط العملية قدره (٠,٧٥) انحراف معياري وباستخدام قيمتي احتمال خطـــأ النـــوع الأول والثـــاني بـــــ ($\alpha=0.05$) و($\beta=0.00005$) على التوالي. ويتضح من الشكل (٥-١٥) لخريطة V-Mask عند النقطة (٨) أن جميع النقاط تقع داخل ذراعي الحرف V. ويظهر الشكل (٥-١٦) للخريطة عند النقطة (٩) وجود نقاط تقـــع فـــوق الـــذراع العلوي مما يشير إلى وجود تغير سلبي قد حدث، انخفاض في متوسط العملية. كما يتضح من الـــشكلين (٥-١٧) و(٥-١٨) وقوع نقاط تحت الذراع السفلي مما يوضح أن تغيراً موجباً قد حدث مما يشير ارتفاع متوسط العمليـــة عن القيمة المستهدفة. في حين لم تظهر من الأشكال عند المجموعات الجزئية الأخرى وجود أي نقاط تشير إلـــى حدوث تغير.

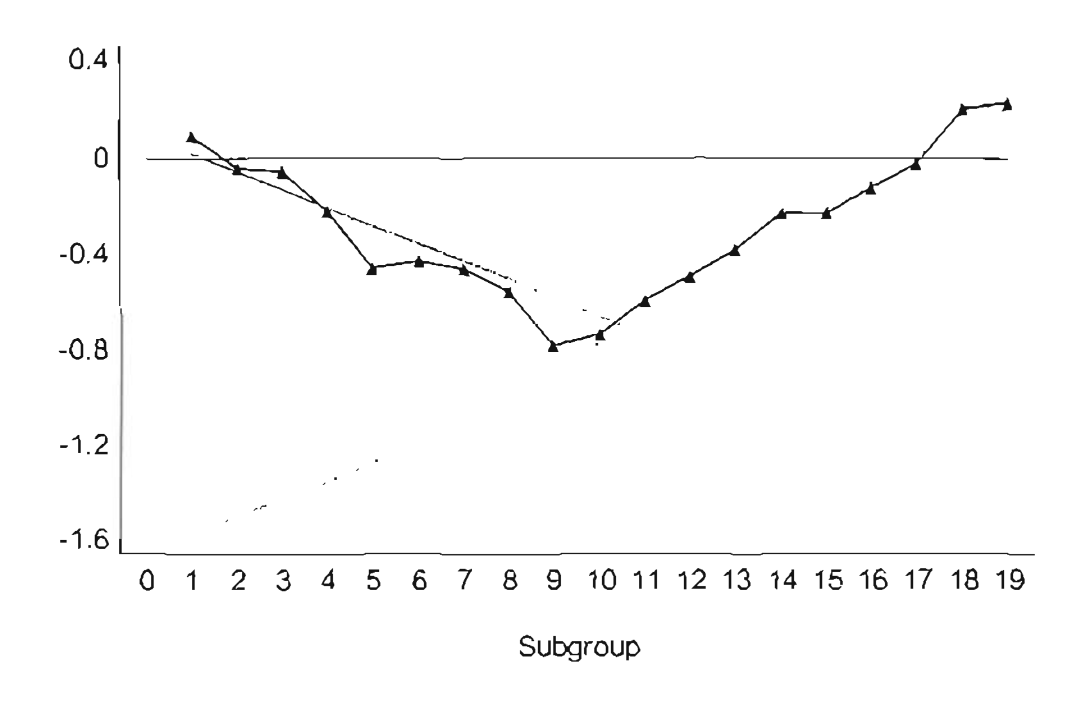
جدول (٥-١٥): الحسابات اللازمة لنقاط خريطة V-Mask

| المجموعة | $\bar{x}_i$ | المدى $R_i$ | $C_i$ للقيم المعيارية | $C_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | 0 | 0 |
| 1 | 5.0900 | 0.300 | 1.00623 | 0.09000 |
| 2 | 4.8652 | 0.408 | -0.50088 | -0.04480 |
| 3 | 4.9888 | 0.787 | -0.62610 | -0.05600 |
| 4 | 4.8338 | 0.417 | -2.48427 | -0.22220 |
| 5 | 4.7652 | 0.245 | -5.10942 | -0.45700 |
| 6 | 5.0282 | 0.838 | -4.79413 | -0.42880 |
| 7 | 4.9646 | 0.894 | -5.18991 | -0.46420 |
| 8 | 4.9046 | 0.214 | -6.25652 | -0.55960 |
| 9 | 4.7820 | 0.662 | -8.69383 | -0.77760 |
| 10 | 5.0500 | 1.000 | -8.13482 | -0.72760 |
| 11 | 5.1394 | 0.227 | -6.57628 | -0.58820 |
| 12 | 5.0990 | 0.546 | -5.46942 | -0.48920 |
| 13 | 5.1052 | 0.532 | -4.29325 | -0.38400 |
| 14 | 5.1556 | 0.530 | -2.55359 | -0.22840 |
| 15 | 5.0000 | 0.200 | -2.55359 | -0.22840 |
| 16 | 5.1072 | 0.911 | -1.35506 | -0.12120 |
| 17 | 5.1000 | 0.100 | -0.23702 | -0.02120 |
| 18 | 5.2258 | 0.455 | 2.28750 | 0.20460 |
| 19 | 5.0200 | 0.150 | 2.51110 | 0.22460 |

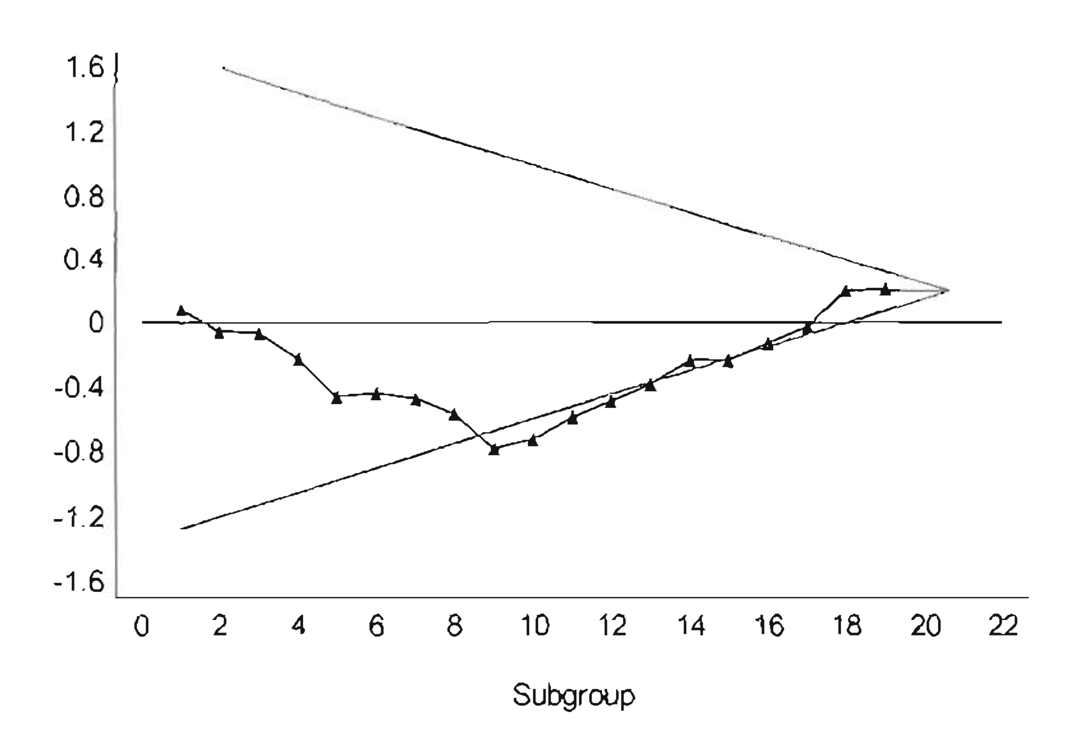
شكل (٥-١٥): خريطة V-Mask عند النقطة (٨) لبيانات أطوال الخراطيم



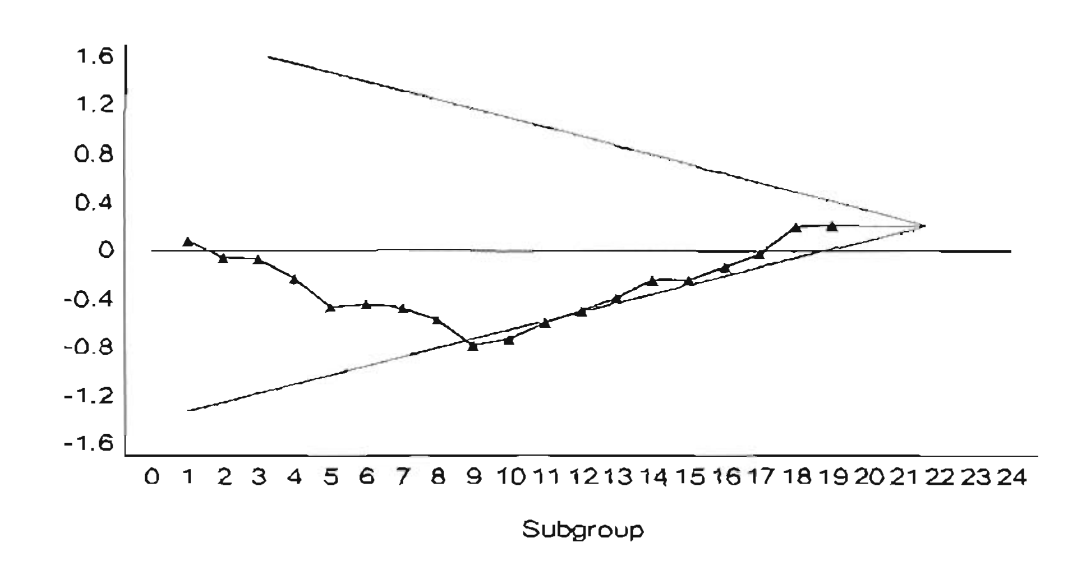

شكل (٥-١٦): خريطة V-Mask عند النقطة (9) لبيانات أطوال الخراطيم



شكل (٥-١٧): خريطة V-Mask عند النقطة (18) لبيانات أطوال الخراطيم




شكل (٥-١٨): خريطة V-Mask عند النقطة (19) لبيانات أطوال الخراطيم



**تمارين الفصل الخامس:**

١- لمراقبة عملية تم جمع بيانات من مخرجاتها على أساس (٢٥) مجموعة جزئية حجم كل منها (٤) وحدات. وبلغ الوسط الحسابي الكلي للبيانات (٦,٦) ومتوسط الانحرافات المعيارية للمجموعات الجزئية (٠,٠٥). احسب حدود خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً على أساس ترجيح ($\lambda$=0.1).

٢- يحتوي مضاد حيوي يصنع في شكل دهان (مرهم) على (٢٠) مليجراماً من فيوسودات الصوديوم (Sodium fusidate) لكل جرام واحد. ولضبط ومراقبة محتوى المرهم من فيوسودات الصوديم تم أخذ مرهم واحد بشكل عشوائي من إنتاج كل ساعة ولمدة أربعة أيام. الجدول التالي يوضح نتائج المختبر لعدد (٢٢) مرهماً.

| رقم العينة | فيوسدات الصوديوم | رقم العينة | فيوسدات الصوديوم |
|---|---|---|---|
| 1 | 20.3 | 12 | 20.9 |
| 2 | 20.7 | 13 | 19.7 |
| 3 | 19.4 | 14 | 20.2 |
| 4 | 19 | 15 | 19.6 |
| 5 | 20.2 | 16 | 18.7 |
| 6 | 20.8 | 17 | 17.9 |
| 7 | 21.7 | 18 | 18.2 |
| 8 | 21.6 | 19 | 19.1 |
| 9 | 20.9 | 20 | 19.2 |
| 10 | 22.4 | 21 | 18.8 |
| 11 | 20.7 | 22 | 19.6 |

يقوم المعمل بصناعة المرهم على أساس أن القيمة المستهدفة (٢٠) مليجراماً من فيوسدات الصوديوم لكل جرام بانحراف معياري يساوي (٠,٧) مليجرام.

- ارسم خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً باستخدام معامل ترجيح ($\lambda$=0.3) و(L=2.7)
- احسب مقدار الانحراف المعياري من البيانات ومن ثم أعد رسم خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً.
- أعد رسم خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً باستخدام طريقة الاستجابة السريعة (FIR) ثم قارن بين نتائج الخرائط الثلاث.

٣- احسب متوسط طول الدورة (ARL) لخريطة جمع تراكمي (CUSUM) لكشف التغير في متوسط العملية حسب المعطيات التالية:

- القيمة المستهدفة ($\mu_0 = 2$).

- متوسط العملية بعد التغير المراد كشفه $(\mu_1 = 3.5)$.
- الانحراف المعياري $(\sigma = 2)$.
- القيمة المرجعية (K=0.5) وفترة القرار (H=5).

٤- احسب متوسط طول الدورة (ARL) لخريطة شوهارت للمشاهدات الفردية من معطيات السؤال (٣). أيهما تفضل لكشف هذا التغير خريطة الجمع التراكمي أم خريطة المشاهدات الفردية.

٥- ينتج أحد المصانع نوعاً من المصابيح الكهربائية، قام قسم ضبط الجودة بالمصنع باختيار عينة عشوائية مكونة من ثلاثة مصابيح من إنتاج كل يوم ولمدة لمدة (٢٥) يوماً وسُجلت البيانات بالجدول التالي:

| اليوم | عمر المصباح (ساعة) | | |
|---|---|---|---|
| | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ |
| 1 | 1481 | 1517 | 1558 |
| 2 | 1519 | 1518 | 1521 |
| 3 | 1493 | 1488 | 1469 |
| 4 | 1482 | 1500 | 1528 |
| 5 | 1451 | 1522 | 1535 |
| 6 | 1491 | 1504 | 1480 |
| 7 | 1511 | 1503 | 1497 |
| 8 | 1508 | 1533 | 1518 |
| 9 | 1505 | 1471 | 1498 |
| 10 | 1541 | 1498 | 1536 |
| 11 | 1488 | 1498 | 1470 |
| 12 | 1495 | 1434 | 1565 |
| 13 | 1494 | 1495 | 1493 |
| 14 | 1461 | 1467 | 1497 |
| 15 | 1535 | 1521 | 1510 |
| 16 | 1527 | 1491 | 1473 |
| 17 | 1457 | 1512 | 1501 |
| 18 | 1515 | 1518 | 1531 |
| 19 | 1462 | 1482 | 1509 |
| 20 | 1554 | 1531 | 1532 |
| 21 | 1458 | 1479 | 1520 |
| 22 | 1482 | 1527 | 1504 |
| 23 | 1521 | 1526 | 1555 |
| 24 | 1502 | 1480 | 1512 |
| 25 | 1553 | 1521 | 1491 |

ويستهدف المصنع أن يكون متوسط عمر المصباح (١٥٠٠) ساعة بانحراف معياري (٢٠) ساعة.

المطلوب:

- ارسم خريطة الجمع التراكمي باستخدام أحد مقدرات الانحراف المعياري و(h=4) و(k=0.5).
- أعد رسم الخريطة باستخدام القيمة المستهدفة للانحراف المعياري، ثم قارن بين الخريطتين.
- ارسم خريطة الجمع التراكمي المعياري باستخدام طريقة الاستجابة الابتدائية السريعة.

# الفصل السادس

# خرائط مراقبة الخواص

**٦-١ مدخل:**

تستخدم خرائط مراقبة المتغيرات لمراقبة خواص الجودة التي يمكن قياسها كمياً، مثل: الوزن، الطول، درجة التحمل، ونحو ذلك. غير أنه في حالات كثيرة تكون خواص جودة المنتج أو الخدمة المراد مراقبتها وضبطها نوعية أو وصفية، ومن ثم لا يمكن قياسها كمياً. فإما أن تكون الوحدة المنتجة مطابقة لمواصفات معينة أو غير مطابقة؛ مثال اختبار مصباح كهربائي (يضيء أو لا يضيء)، اختبار قرص مرن (يعمل أو لا يعمل)، وفي مجال الخدمات (رضا أو عدم رضا عن الخدمة المقدمة)، وهكذا. وفي بعض العمليات تُفحص الوحدة المنتجة ثم حصر عدد العيوب أو عدم المطابقات كعدد الأخطاء في صفحة كتاب أو عدد العيوب في ١٠٠ متر مربع من القماش. وفي حقل الجودة يستخدم مصطلح الخاصية/الصفة (Attribute)، كما سبق شرحه في الفصل الأول، للتعبير عن الخواص النوعية لوصف الوحدة المنتجة التي إما أن تكون مطابقة للمواصفات أو غير مطابقة للمواصفات الموضوعة لها. ومن مزايا البيانات الوصفية سهولة الحصول عليها؛ لأن تصنيف الوحدات المنتجة في معظم الأحيان أسهل من قياسها، فضلاً عن توافر مصادرها مثل: تقارير الفحص والاختبار، وسجل الإنتاج اليومي، وبيانات مرتجعات المنتج، وعدد الشحنات وغيرها. ويعاب على خرائط الخواص ما يلي:

* يحتاج إعداد خريطة الخواص إلى أحجام مجموعات جزئية كبيرة.
* خرائط الخواص أقل حساسية في كشف الأسباب الخاصة مقارنة بخرائط مراقبة المتغيرات.
* يحتاج تصنيف الوحدات المنتجة إلى مطابق وغير مطابق إلى وضع معايير دقيقة.

وفيما يلي الحالات التي تستخدم فيها خرائط مراقبة الخواص:

- إذا كانت خاصية الجودة غير قابلة للقياس مثل وجود أجزاء ناقصة، وجود خدوش على سطح ما، استخدام لون غير صحيح، أخطاء مطبعية في صفحة كتاب، أو في قياس رضا الزبائن عن خدمة ما (راضٍ أو غير راضٍ).
- إذا كانت خاصية الجودة قابلة للقياس ولكن تكلفة قياسها عالية؛ لاحتياج ذلك إلى أدوات وأجهزة قياس باهظة الثمن أو لأن قياسها يحتاج إلى وقت طويل من الزمن. ففي مثل هذه الحالة يُكتفى بوصف الوحدة المنتجة بأنها إما مطابقة أو غير مطابقة.
- في حالة وجود عدد كبير جداً من خواص الجودة الكمية لمنتج ما تحتاج معظمها إلى مراقبة. ونظراً لصعوبة إعداد وتفسير عشرات أو مئات الخرائط لمراقبة هذه الخواص؛ يفضل استخدام عدد قليل من خرائط الخواص؛ لأنه بالإمكان تمثيل مجموعة من خواص الجودة بمتغير وصفي واحد. فمثلاً بدلاً من إعداد خريطتي مراقبة لأطوال وأقطار مسامير بمواصفات محددة الطول والقطر، يمكن إعداد خريطة واحدة لنسبة عدم المطابقات بعد تحديد ما إذا كان طول أو قطر أية وحدة منتجة أو كلاهما مطابقين أو غير مطابقين للمواصفات المحددة.

وبصورة عامة يفضل استخدام خرائط المتغيرات لخواص الجودة التي يمكن قياسها كمياً ما أمكن ذلك؛ لأنها أكثر حساسية للتغيرات من خرائط الخواص؛ ذلك لأن البيانات الوصفية تحتوي على معلومات قليلة مقارنة بالمتغيرات. غير أن لخرائط الخواص تطبيقات مهمة خاصة في مجال صناعة الخدمات؛ إذ إن معظم خواص الجودة في هذا المجال وصفية.

يتناول هذا الفصل أربع خرائط أساسية لمراقبة الخواص (Attribute Control Charts). وتنقسم هذه الخرائط إلى مجموعتين هما: خرائط وحدات عدم المطابقة، وتنقسم إلى خريطة نسبة عدم المطابقة (p-chart) وخريطة عدد وحدات عدم المطابقة (np-chart). وخرائط عدم المطابقات وتنقسم إلى خريطة عدد غير المطابقات (العيوب) (c-chart) وخريطة عدد غير المطابقات (العيوب) في الوحدة (u-chart).

## ٦-٢ خرائط عدم المطابقة:

### ٦-٢-١ خريطة نسبة عدم المطابقة (p-chart):

#### ٦-٢-١-١ حدود المراقبة:

تستخدم خريطة نسبة عدم المطابقة (p-chart) لمراقبة نسبة عدد الوحدات غير المطابقة للمواصفات في خاصية جودة واحدة أو في مجموعة من خواص الجودة أو جميع خواص المنتج. ونسبة عدم المطابقة هي نسبة عدد الوحدات غير المطابقة للمواصفات المحددة لمجموع الوحدات المفحوصة. فإذا كانت العملية الإنتاجية مستقرة فإن احتمال إنتاج وحدة غير مطابقة للمواصفات يساوي ($p$). وإذا تم أخذ عينة عشوائية حجمها ($n$) وحدة إنتاجية ووجد عدد غير المطابق منها للمواصفات يساوي ($D$)، فإن $D$ يتبع توزيع ذي الحدين (Binomial distribution) بمعلمتي $p$ و$n$، أي أن:

$$P(D=x)=\binom{n}{x}p^{x}(1-p)^{n-x} \qquad for \quad x=0,1,\ldots,n \qquad (6\text{-}1)$$

والوسط الحسابي للتوزيع يساوي $(np)$ وتباينه $np(1-p)$ ( انظر الفصل الثاني). ونسبة عدم المطابقة في العينة ( $\hat{p}$ ) هي نسبة عدد الوحدات غير المطابقة ($D$) في المجموعة الجزئية لمجموع عدد الوحدات المفحوصة (n) في المجموعة الجزئية. ويمكن التعبير عن هذه النسبة كنسبة مئوية أو كسر كما يلي:

$$\hat{p}=\frac{D}{n}$$

و $\hat{p}$ متغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين بوسط حسابي وانحراف معياري يأخذان الصيغتين التاليتين:

$$\mu=p$$

و

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

فإذا كان حجم العينة (n) كبيراً بدرجة كافية وقيمة p قريبة من (0.5) فإن توزيع( $\bar{p}$ ) يمكن تقريبه بالتوزيع الطبيعي المعياري، أي:

$$\frac{\bar{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(\mu = 0, \sigma = 1)$$

**حدود المراقبة: حالة معرفة نسبة عدم المطابقة:**

باستخدام تقريب التوزيع الطبيعي لتوزيع ذي الحدين فإن حدود المراقبة لخريطة نسبة عدم المطابقة في حالة معرفة النسبة الحقيقية $(p = p_0)$ يتم حسابها حسب الصيغ التالية:

حد المراقبة العلوي: $UCL = p_0 + L\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$

الخط المركزي: $p_0$ (٦-٢)

حد المراقبة السفلي: $LCL = p_0 - L\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$

ونقاط الخريطة هي نسب عدم المطابقة في المجموعات الجزئية، أي:

$$\bar{p}_i = \begin{cases} \frac{D_i}{n} & \text{n ثابت} \\ \frac{D_i}{n_i} & \text{n متغير} \end{cases} \quad i = 1, 2, \ldots, g$$

حيث إن $(D_i)$ عدد الوحدات غير المطابقة في المجموعة الجزئية رقم $(i)$ و $n_i$ حجم المجموعة الجزئية.

**حدود المراقبة (حالة عدم معرفة نسبة عدم المطابقة):**

إذا كانت القيمة الحقيقية لنسبة عدم المطابقة غير معلومة يتم تقديرها بحساب متوسط نسب عدم المطابقة للمجموعات الجزئية يتم حسابه كما يلي:

$$\bar{p} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^{g} D_i}{gn} = \frac{\sum_{i=1}^{g} \bar{p}_i}{g} & \text{حجم العينة ثابت} \\ \bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{g} D_i}{\sum_{i=1}^{g} n_i} & \text{حجم العينة متغير} \end{cases}$$

حيث إن $n = \sum_{i=1}^{g} n_i$، وإن متوسط نسب عدم المطابقة للمجموعات الجزئية ( $\bar{p}$ ) مقدّر للنسبة الحقيقية $(p)$. ومن ثم فإن حدي المراقبة والخط المركزي يتم حسابهما في حالة عدم معرفة النسبة الحقيقية لعدم المطابقة حسب

الصيغ التالية:

حد المراقبة العلوي*: $UCL = \bar{p} + L\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

الخط المركـــــزي : $\bar{p}$ (٦-٣)

حد المراقبة السفلي**: $LCL = \bar{p} - L\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

* إذا كان حد المراقبة العلوي أكبر من الواحد الصحيح يجب أن يعدل ليكون مساوياً للواحد الصحيح.

** إذا كان حد المراقبة السفلي سالباً يجب أن يعدل ليكون مساوياً للصفر، أي أن حد المراقبة السفلي يساوي صفراً إذا كانت قيمة ( $\bar{p}$ ) أقل من $\left(3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right)$.

ولإعداد الخريطة يتم رسم حدود المراقبة باستخدام الصيغة (٦-٣) ورسم قيم نسب عدم المطابقة للمجموعات الجزئية ( $\hat{p}_i$ ) لتحديد ما إذا كانت العملية مستقرة أم لا. ويُفسر وقوع جميع نقاط الخريطة داخل حدي المراقبة أو عدم وجود أية أنماط غير عادية أو كلا الأمرين على أن العملية مستقرة أو تحت الضبط الإحصائي.

### ٦-٢-١-٢ الخطوات الأساسية لإعداد خريطة مراقبة نسبة عدم المطابقة:

**١. اختيار خاصية أو خواص الجودة المراد مراقبتها:**

تعد خطوة تحديد خاصية أو خواص الجودة المراد ضبطها ومراقبتها الخطوة الأولى لإعداد خريطة المراقبة. وبصورة عامة يُنصح بإعطاء الأولوية لمراقبة الخواص التي يؤدي عدم مطابقتها للمواصفات إلى زيادة التكلفة النهائية للمنتج. وفيما يلي بعض الاعتبارات المهمة التي يجب مراعاتها عند اختيار خاصية جودة المنتج:

- اختيار الخواص التي لها تأثير مباشر على المنتج النهائي التي تصنفه إما لمنتج جيد أو منتج رديء.
- تكلفة الوحدة غير المطابقة للمواصفات، التي لا يمكن إعادة إصلاحها.
- تكلفة إعادة عمل أو تصنيع أي جزء من المنتج.

**٢. المجموعات الجزئية:**

**- حجم المجموعة الجزئية:**

يعتمد حجم العينة بشكل أساسي على نسبة عدم المطابقة ($p$). فإذا كانت نسبة عدم المطابقة صغيرة جداً يُنصح بأخذ عينة كبيرة بدرجة كافية بحيث تظهر فيها عدد من الوحدات غير المطابقة؛ على الأقل وحدة واحدة. إذ يتوقع وقوع نقطة/نقاط خارج حدي المراقبة في حالة صغر كل من حجم العينة ونسبة عدم المطابقة مما قد يستنتج

عنه وجود سبب خاص. لذا يقترح كل من (Besterfield 2001; p283) و(Amsden, Butler, & Amsden 1998, p.92) أن يكون حجم العينة (٥٠) فأكبر. في حين يقترح ريان (Ryan 1989, pp. 181-182) أن يتم تحديد حجم العينة بحيث يكون حد المراقبة السفلي موجباً؛ أي

$$LCL = \left\{ p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right\} > 0$$

وبإعادة ترتيب هذه المعادلة نجد حجم العينة يأخذ الصيغة التالية:

$$n > \frac{9(1-p)}{p} \qquad (6\text{-}4)$$

ويتطلب استخدام هذه المعادلة معرفة قيمة النسبة الحقيقة لعدم المطابقة. فمن الواضح إذا كانت نسبة عدم المطابقة (p) صغيراً يكون حجم المجموعة الجزئية (n) كبيراً. فمثلاً إذا كانت نسبة عدم المطابقة (٠,٠١) فإن حجم العينة يساوي:

$$n > \frac{9 \times (1-0.01)}{0.01} = 891$$

فإذا تم أخذ عينة حجمها أكبر من (٨٩١) سيكون حد المراقبة السفلي موجباً.

توجد طريقة أخرى تستخدم لتحديد حجم المجموعة الجزئية في حالة صغر نسبة عدم المطابقة $(p)$، تعتمد على حقيقة أن $(D_i)$ متغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين يمكن تقريبه بتوزيع بواسون بمعلمة تساوي $(\lambda=np)$، إذا كانت قيمة p صغيرة و n كبيرة. وللتأكد من وجود وحدات غير مطابقة في المجموعة الجزئية يتم تحديد احتمال (γ) كبير (٠,٩ أو ٠,٩٥) بحيث يتم الحصول على عنصر واحد على الأقل غير مطابق. ومن ثم وبتطبيق تقريب بواسون نحصل على التالي:

$$\gamma = P(D \geq 1) = 1 - P(D = 0) \approx 1 - e^{-\lambda} = 1 - e^{-np}$$

وبإعادة ترتيب المعادلة نحصل على:

$$n = -\frac{\ln(1-\gamma)}{p} \qquad (6\text{-}5)$$

حيث إن $ln$ يرمز للوغاريتم الطبيعي. فمثلاً إذا كانت نسبة عدم المطابقة (٠,٠١) ونرغب في احتمال (٠,٩٩) أن تحتوي المجموعة الجزئية عنصراً واحداً على الأقل غير مطابق للمواصفات فإن حجم المجموعة الجزئية يساوي:

$$n = -\frac{\ln(1-\gamma)}{p} = \frac{\ln(0.01)}{0.01} = 460.517$$

أي أن حجم المجموعة الجزئية يساوي (٤٦١) وحدة.

كما توجد طريقة أخرى لتحديد حجم المجموعة الجزئية تعتمد على حجم التغير المراد كشفه. وبافتراض

أننا نرغب في كشف تغير في نسبة عدم المطابقة من مستوى مقبول أو تحت الضبط ($p_1$) إلى مستوى غير مقبول ($p_2$)، أي أن:

$$p_2 = p_1 + k\sigma$$

حيث إن ($k\sigma$) هو حجم التغير بوحدات الانحراف المعياري. وتأخذ حدي المراقبة الصيغة التالية:

$$p_1 \pm 3\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n}}$$

وإذا تم تحديد احتمال كشف هذا التغير (٠,٥)، أي أن متوسط طول الدورة في هذه الحالة يساوي (ARL=2). والآن يتم تحديد حجم المجموعة الجزئية (n) بحيث:

$$P\left(\bar{p} > UCL \middle| p = p_2\right) = 0.5 \quad if \;\; p_2 > p_1$$

$$P\left(\bar{p} < LCL \middle| p = p_2\right) = 0.5 \quad if \;\; p_2 < p_1$$

ومن ثم فإن:

$$P_1 + 3\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n}} - P_2 = 0$$

و

$$P_1 - 3\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n}} - P_2 = 0$$

ومن هذه العلاقة نحصل على معادلة حجم المجموعة الجزئية (n) كما يلي:

$$n = \frac{9p_1(1-p_1)}{(p_2-p_1)^2} \qquad (6\text{-}6)$$

فمثلاً حجم المجموعة الجزئية المطلوب أخذه لكشف تغير في نسبة عدم المطابقة من (٠,٠٠٥) إلى نسبة غير مقبولة (٠,٠٢) باحتمال (٠,٥) يتم حسابه كما يلي:

$$n = \frac{9p_1(1-p_1)}{(p_2-p_1)^2} = \frac{9\times0.005(1-0.005)}{(0.02-0.005)^2} = 199$$

أي: إننا نحتاج إلى مجموعة جزئية حجمها (١٩٩) وحدة لكشف هذا التغير.

- **عدد المجموعات الجزئية:**

في شكل قاعدة عامة ينصح بأخذ ما بين (٢٠) و(٢٥) مجموعة جزئية من مخرجات العملية المراد مراقبتها (Montgomery 2001, p.286; Besterfield, 2001, p. 168). ويرجع تحديد عدد المجموعات الجزئية في هذا المدى (20-25) إلى أن استخدام اختبارات الكشف عن وجود أسباب خاصة تتطلب رسم عدد مناسب من النقاط. ففي حالة استخدام أقل من (٢٠) مجموعة جزئية تزيد فرصة حدوث خطأ النوع الثاني (Type II error)، أي عدم اكتشاف وجود سبب خاص حال حدوثه. كما أن استخدام عدد كبير من المجموعات الجزئية يزيد من احتمال

حدوث خطأ النوع الأول (Type I error)، أي زيادة عدد الإنذارات الخاطئة بوجود سبب خاص في حين أن العملية مستقرة.

### ٣) جمع البيانات:

لا توجد أداة جمع بيانات محددة تستخدم لجمع البيانات. لذا تقوم معظم المنظمات بتصميم نماذج واستمارات خاصة بها لجمع البيانات. وتتكون استمارة جمع البيانات من عدة حقول تشمل مثلاً التاريخ، اسم أو رقم الوحدة المنتجة، اسم المسئول من تعبئة البيانات، خط الإنتاج أو الآلة، حدود المواصفات، العامل، الوردية، وحدة القياس، رقم المجموعة الجزئية، أنواع العيوب وعددها وجزءاً خاصاً من النموذج لرسم الخريطة. كما يتحدد في هذه الخطوة طريقة إجراء فحص الخواص المراد مراقبتها والتي تتضمن الخطوات التالية:

- تحديد أجهزة القياس المستخدمة للفحص وتدريب العاملين عليها.
- تحديد نقاط الفحص في مراحل العمليات الإنتاجية المختلفة.
- تحديد فترات أخذ العينات (وحدات المجموعات الجزئية) من مخرجات العملية.
- تحديد طريقة أخذ وحدات المجموعات الجزئية من مخرجات العملية لفحصها. وتستخدم في هذه الخطوة عادة إحدى طرق المعاينة الإحصائية الاحتمالية لاختيار وحدات المجموعة الجزئية. وتعتبر طريقتا المعاينة العشوائية البسيطة (Simple Random Sampling) والمعاينة العشوائية المنتظمة (Systematic Random Sampling) من أكثر طرق المعاينة العشوائية استخداماً نظراً لسهولة تطبيقهما.

ففي المعاينة العشوائية البسيطة يتم اختيار وحدات المجموعات الجزئية باستخدام جدول الأرقام العشوائية (Random numbers) أو استخدام أحد برامج الحاسب الآلي مثل برنامج إكسل. أما في المعاينة العشوائية المنتظمة فيتم تقسيم المجتمع (جميع الوحدات المنتجة) إلى طبقات حجم كل منها يساوي نسبة المعاينة وهي نسبة حجم المجتمع لحجم العينة والتي ويرمز لها بـــ M وتمثل الفترة الثابتة بين الوحدة المختارة والوحدة التي تليها. فمثلاً إذا علم أن حجم الوحدات التي تنتجها إحدى العمليات يساوي تقريباً (٢٠٠٠) وحدة وتم تحديد حجم العينة بـــ (٤٠) وحدة، فإن ($M=\frac{2000}{40}=50$) ومن بعد ذلك يتم اختيار الوحدة الأولى عشوائياً من بين ٥٠، وبافتراض أن الوحدة الأولى المختارة هي رقم ١٣، فإن العينة تتكون من ١٣، ٦٣، ١١٣، ١٦٣، ....،١٩٦٣. ويرجع سهولة تطبيق العينة العشوائية المنتظمة إلى أن معظم مخرجات العمليات الصناعية اليوم تحمل أرقاماً متسلسلة.

### ٤) رسم خريطة المراقبة:

بعد الحصول على البيانات يتم معالجتها بحساب مقدرات معالم الخريطة ومن ثم رسمها. ولإعداد خريطة المراقبة ينصح باستخدام أحد برامج الحاسب الآلي المتخصصة في ضبط الجودة أو باستخدام الجداول الإلكترونية مثل برنامج إكسل.

## ٥) تطبيق خريطة المراقبة:

يتم تطبيق خريطة المراقبة علي مرحلتين: **المرحلة الأولى**، ويتم فيها تأسيس الخريطة برسم حدود مراقبة تجريبية (Trial Control Limits). حيث يتم أخذ عدد مناسب من المجموعات الجزئية (نحو ٢٥ مجموعة جزئية) من مخرجات العملية المراد ضبطها على مراحل مختلفة. ولإعداد الخريطة يتم رسم حدود المراقبة والنقاط باستخدام المعادلات الخاصة بها. فإذا اتضح من الخريطة أن جميع النقاط تقع داخل حدي المراقبة مع عدم وجود مؤشرات أخرى لوجود أسباب خاصة تعتبر العملية مستقرة أو تحت المراقبة الإحصائية. ومن ثم تُعتمد حدود المراقبة لمراقبة مخرجات العملية في المستقبل. وأما إذا اتضح من الخريطة أن العملية غير مستقرة بسبب وقوع نقطة أو عدة نقاط خارج حدي المراقبة أو بسبب وجود مؤشرات أخرى، يتم تعقب السبب الخاص أو الأسباب الخاصة للقضاء عليها وإعادة رسم الخريطة بعد استبعاد النقطة أو النقاط سبب المشكلة ورسم حدود المراقبة المراجعة. وفي **المرحلة الثانية**، وهي مرحلة ما بعد تأسيس حدود المراقبة، يتم استخدام حدود المراقبة نفسها (الحد العلوي والسفلي والخط المركزي) لمراقبة مخرجات العملية في المستقبل وذلك بجمع بيانات جديدة وإضافة رسم نقاط المجموعات الجزئية على الخريطة التي تم تأسيسها في المرحلة الأولى أو برسم نقاط المجموعات الجزئية على خريطة جديدة باستخدام الحدود نفسها التي تم الحصول عليها في المرحلة الأولى.

## ٦) تفسير الخريطة:

إذا كانت العملية مستقرة و($D$) يتوزع تقريباً حسب التوزيع الطبيعي فإنه يتوقع وقوع قرابة (٩٩,٧٣%) من النقاط داخل حدي المراقبة حتى في حالة عدم وجود أسباب خاصة، أي أن :

$$P(D/n < LCL) = P(D/n > UCL) \approx 0.00135$$

وتشير هذه النسبة إلى أنه نادراً ما يتوقع حدوث إشارات خاطئة تدل على وجود أسباب خاصة. لذا يُفسر وقوع نقطة واحدة أو أكثر خارج حدي المراقبة على أنه مؤشر لوجود أسباب خاصة. ولكن يجب ملاحظة أن وقوع نقطة / نقاط تحت حد المراقبة السفلي لا يعني بالضرورة أن هناك تحسناً في جودة العملية. وقد يكون سبب وقوع هذه النقاط أخطاء في عملية الفحص ناتجة عن قلة خبرة الفاحصين أو لأعطال في أجهزة الفحص المستخدمة. كما يفسر وجود أنماط واتجاهات النقاط التالية على أنها مؤشرات لوجود أسباب خاصة مؤثرة في سلوك العملية (Groebner et al 2001, p. 564 ; Larry W. Jacobs (http://www.cob.niu.edu/grad/control.html )):

* وقوع تسع نقاط متتالية فوق أو تحت الخط المركزي (انظر الشكل ٤-٧- ب).
* تزايد أو تناقص ست نقاط متتالية بصورة مطردة (انظر الشكل ٤-٧- ج).
* تعاقب (١٤) نقطة متتالية فوق وتحت (انظر الشكل ٤-٧-د).

وأما فيما يتعلق بالاختبارات الأخرى المستخدمة للكشف عن وجود أسباب خاصة كما ورد في الفصل الرابع (جدول ٣-٤) فإن تطبيقها قد يزيد من معدل الإنذارات الخاطئة في حالة استخدامها في خرائط الخواص.

**مثال (٦-١):**

يقوم قسم مراقبة الجودة في مصنع للمصابيح الكهربائية باختيار عينة عشوائية حجمها (١٠٠) مصباح من إنتاج كل يوم لأي نوع من الأنواع التي تنتجها لفحصها قبل شحنها لعملائه. الجدول (٦-١) يوضح عدد الوحدات المعيبة للفترة من يوم ٥ من أبريل وإلى ٢٩ من أبريل ٢٠٠٣م. المطلوب إعداد خريطة نسبة عدم المطابقة (p-chart). هل العلمية تحت الضبط الإحصائي؟

**الحل:**

ثم يتم أولاً حساب متوسط نسب عدم المطابقة للمجموعات الجزئية كما يلي:

$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{g} D_i}{gn} = \frac{62}{25\times 100} = 0.0248$$

ثم يتم حساب حدود المراقبة كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = \overline{P} + 3\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{n}} = 0.0248 + 3\times\sqrt{\frac{0.0248\times(1-0.0248)}{100}} = 0.071455$

الخط المركزي: $\overline{P} = 0.0248$

حد المراقبة السفلي: $LCL = \overline{P} - 3\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{n}} = 0.0248 - 3\times\sqrt{\frac{0.0248\times(1-0.0248)}{100}} = -0.02185 < 0 \Rightarrow LCL = 0$

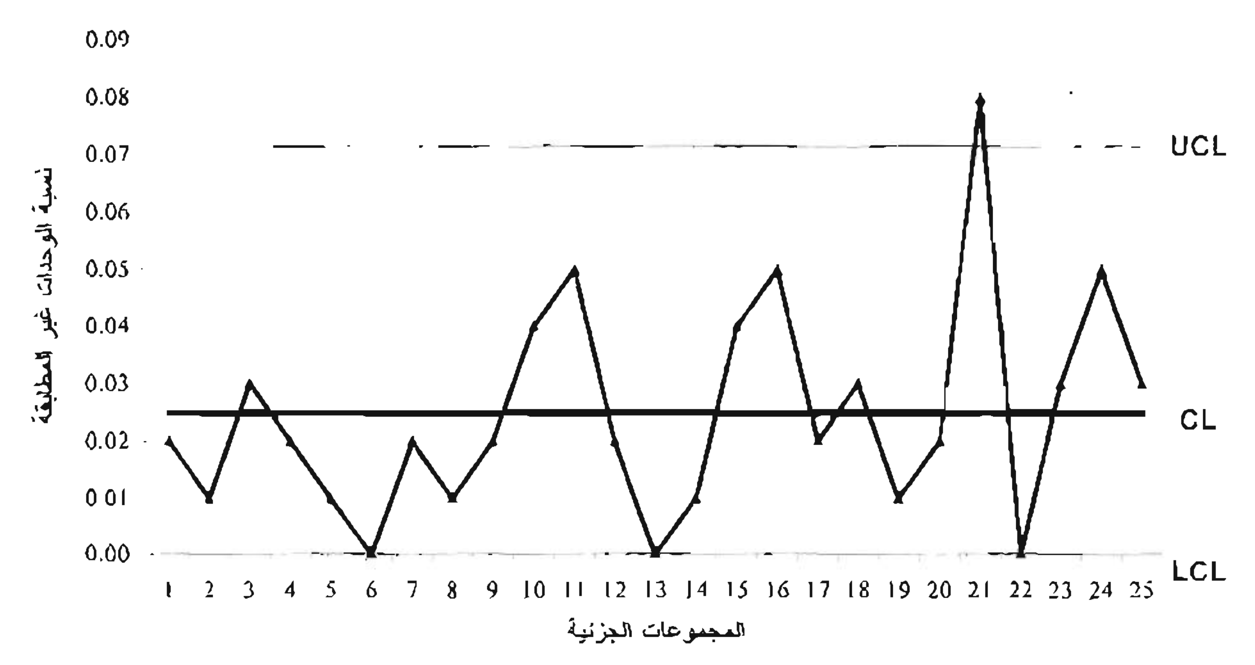
ولكون قيمة حد المراقبة السفلي سالبة يتم إهمالها وتعتبر قيمتها صفراً. ومن ثم يتم رسم خريطة المراقبة كما هو مبين في الشكل (٦-١).

ويظهر من الشكل أن العملية خارج المراقبة الإحصائية ذلك لوقوع النقطة (٢١) خارج حد المراقبة العلوي. فإذا تبين بعد التقصي أن السبب أو الأسباب الخاصة الكامنة وراء حالة عدم المراقبة في ٢٥ من أبريل ٢٠٠٣م كاستخدام مواد خام من مصادر مختلفة أو غياب أحد العمال أو انقطاع الكهرباء، إلخ يتم استبعاد بيانات النقطة (٢١) وإعادة حساب حدود المراقبة من بيانات الـ (٢٤) مجموعة جزئية المتبقية. ويوضح الشكل (٦-٢) خريطة نسبة عدم المطابقة بعد استبعاد المجموعة الجزئية رقم (٢١)، حيث يلاحظ وقوع جميع نقاط المجموعات الجزئية داخل حدي المراقبة العلوي والسفلي. ومن ثم يتم اعتماد حدود المراقبة التي تم حسابها بعد استبعاد المجموعة الجزئية (٢٤) سبب المشكلة كحدود قياسية لمراقبة إنتاج المصابيح الكهربائية في المستقبل باستخدام الطريقة نفسها لجمع البيانات من حيث حجم العينة وفترات أخذ العينة.

جدول (٦-١): عدد المصابيح الكهربائية المعيبة من عينة حجمها (n=100) وحدة

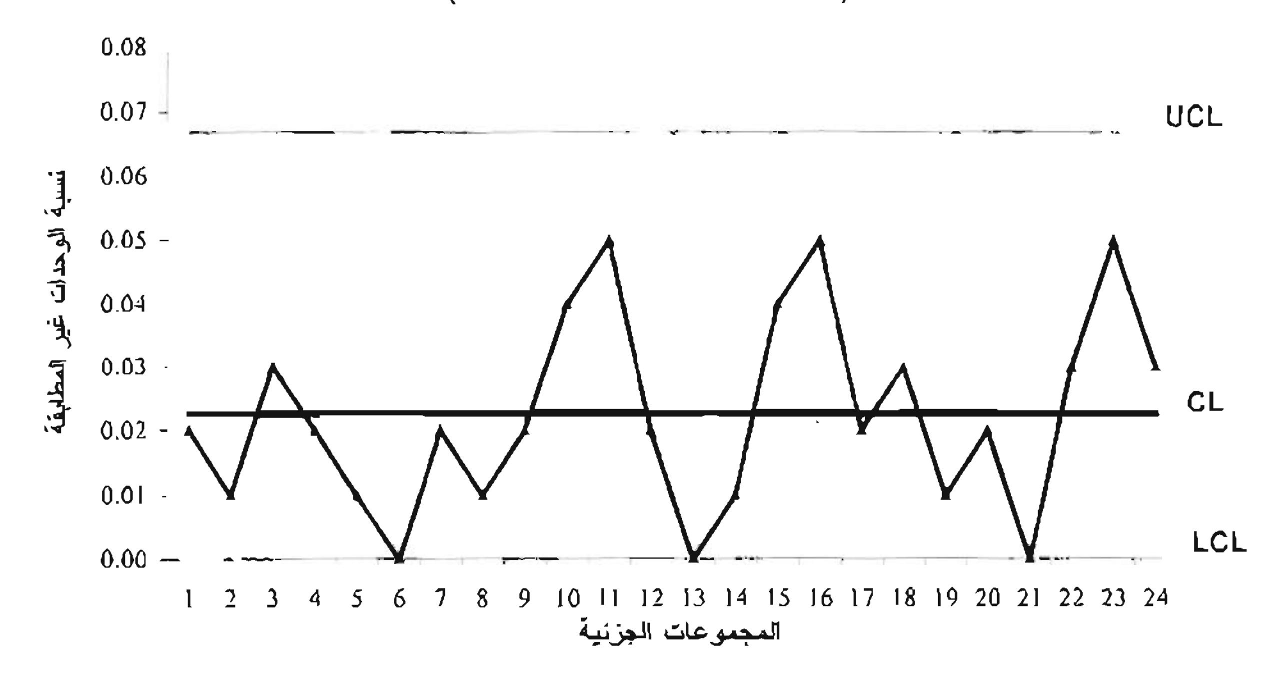
| رقم العينة | التاريخ | عدد الوحدات المعيبة $np$ | نسبة المعيب $p$ |
|---|---|---|---|
| 1 | ٢٠٠٣/٤/٥م | 2 | 0.0200 |
| 2 | ٢٠٠٣/٤/٦م | 1 | 0.0100 |
| 3 | ٢٠٠٣/٤/٧م | 3 | 0.0300 |
| 4 | ٢٠٠٣/٤/٨م | 2 | 0.0200 |
| 5 | ٢٠٠٣/٤/٩م | 1 | 0.0100 |
| 6 | ٢٠٠٣/٤/١٠م | 0 | 0.0000 |
| 7 | ٢٠٠٣/٤/١١م | 2 | 0.0200 |
| 8 | ٢٠٠٣/٤/١٢م | 1 | 0.0100 |
| 9 | ٢٠٠٣/٤/١٣م | 2 | 0.0200 |
| 10 | ٢٠٠٣/٤/١٤م | 4 | 0.0400 |
| 11 | ٢٠٠٣/٤/١٥م | 5 | 0.0500 |
| 12 | ٢٠٠٣/٤/١٦م | 2 | 0.0200 |
| 13 | ٢٠٠٣/٤/١٧م | 0 | 0.0000 |
| 14 | ٢٠٠٣/٤/١٨م | 1 | 0.0100 |
| 15 | ٢٠٠٣/٤/١٩م | 4 | 0.0400 |
| 16 | ٢٠٠٣/٤/٢٠م | 5 | 0.0500 |
| 17 | ٢٠٠٣/٤/٢١م | 2 | 0.0200 |
| 18 | ٢٠٠٣/٤/٢٢م | 3 | 0.0300 |
| 19 | ٢٠٠٣/٤/٢٣م | 1 | 0.0100 |
| 20 | ٢٠٠٣/٤/٢٤م | 2 | 0.0200 |
| 21 | ٢٠٠٣/٤/٢٥م | 8 | 0.0800 |
| 22 | ٢٠٠٣/٤/٢٦م | 0 | 0.0000 |
| 23 | ٢٠٠٣/٤/٢٧م | 3 | 0.0300 |
| 24 | ٢٠٠٣/٤/٢٨م | 5 | 0.0500 |
| 25 | ٢٠٠٣/٤/٢٩م | 3 | 0.0300 |
| المجموع | | 62 | 0.0248 |


شكل (٦-١): خريطة نسبة عدم المطابقة للمصابيح الكهربائية




شكل (٦-٢):خريطة نسبة عدم المطابقة للمصابيح الكهربائية

(المجموعة الجزئية ٢١ مستبعدة)



**مثال (٦-٢):**

يتم في أحد مراكز التدريب توزيع استبانة تقويم عند نهاية تنفيذ أية دورة تدريبية. وتتكون الاستبانة من عدة عناصر طورت على مقياس ليكرت (Likert Scale) تشمل تقويم موضوعات الدورة، أداء المدرب، حقيبة الدورة، الوقت المخصص لها. ويتكون المقياس من خمس نقاط هي: ضعيف، أقل من المتوسط، متوسط، فوق المتوسط، ممتاز. حيث يُمثّل الاختيار ضعيف أو أقل من المتوسط بالنسبة للمركز عدم مطابقة (Nonconforming)، أي أن مستوى الدورة العام ضعيف. ولضبط ومراقبة أداء التدريب يتم أخذ (٥) دورات تدريبية عشوائياً في الأسبوع ومن ثم يتم اختيار (١٠) متدربين عشوائياً من أي دورة تم اختيارها. الجدول (٦-٢) يوضح نتائج تقييم المتدربين لموضوعات الدورات التي نفذها المركز خلال (٢٠) أسبوعاً. المطلوب إعداد خريطة نسبة عدم المطابقة (p-chart)؟ هل العملية التدريبية تحت المراقبة؟

**الحل:**

يتم أولاً حساب متوسط نسب عدم المطابقة للمجموعات الجزئية كما يلي:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{g} D_i}{gn} = \frac{62}{20 \times 50} = 0.062$$

ثم يتم حساب حدود المراقبة كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.062 + 3 \times \sqrt{\frac{0.062 \times (1-0.062)}{50}} = 0.164314$

الخط المركزي: $\bar{p} = 0.062$

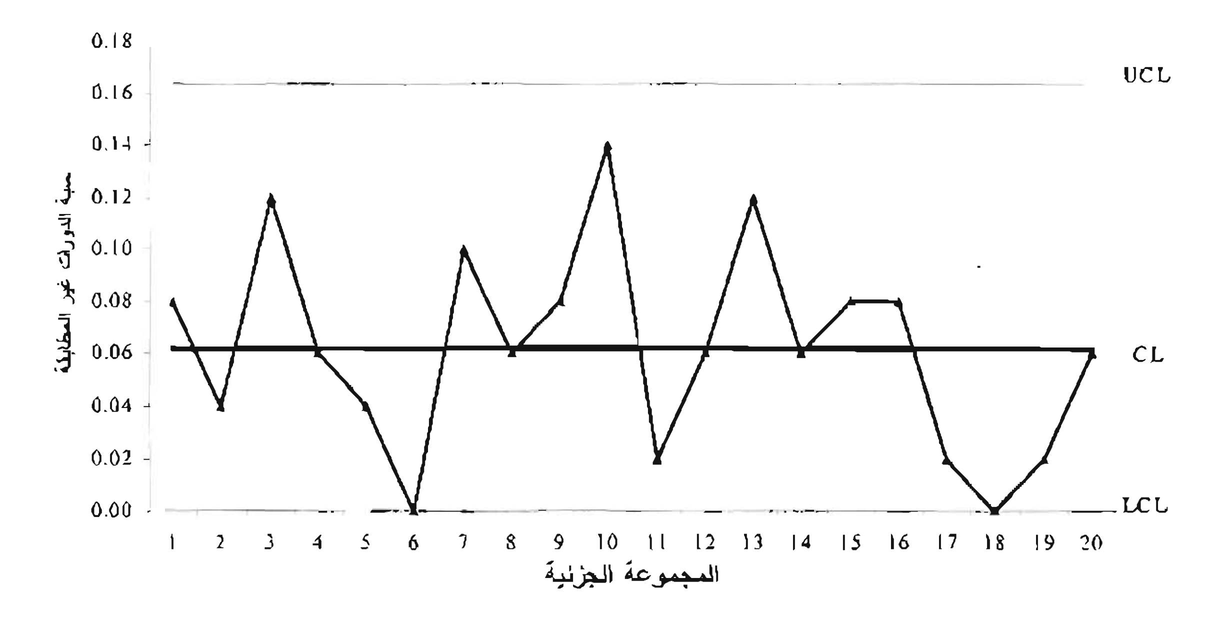
حد المراقبة السفلي: $LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.062 - 3 \times \sqrt{\frac{0.062 \times (1-0.062)}{50}} = -0.04031 < 0 \Rightarrow LCL = 0$

ويتضح من الشكل (٦-٣) أن عملية الأداء التدريبي من حيث موضوعات الدورات المنفذة تحت المراقبة الإحصائية؛ ذلك لوقوع جميع نقاط الخريطة داخل حدي المراقبة العلوي والسفلي ولعدم وجود أي نمط أو اتجاه غير عشوائي لنقاط الخريطة تشير إلى حالة عدم مراقبة.

جدول (٦-٢): نتائج تقييم المتدربين لموضوعات الدورات التي نفذها أحد المراكز

| الأسبوع | عدد الإجابات (ضعيف وأقل من المتوسط) | الأسبوع | عدد الإجابات (ضعيف وأقل من المتوسط) |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 11 | 1 |
| 2 | 2 | 12 | 3 |
| 3 | 6 | 13 | 6 |
| 4 | 3 | 14 | 3 |
| 5 | 2 | 15 | 4 |
| 6 | 0 | 16 | 4 |
| 7 | 5 | 17 | 1 |
| 8 | 3 | 18 | 0 |
| 9 | 4 | 19 | 1 |
| 10 | 7 | 20 | 3 |

شكل (٦-٣): خريطة نسبة عدم المطابقة لأداء التدريب لموضوعات الدورات التي نفذها أحد المراكز




**٦-٢-١-٣ خريطة مراقبة نسبة عدم المطابقة: حالة حجم المجموعة الجزئية المتغير:**

في بعض الأحيان يتم جمع بيانات خريطة نسبة عدم المطابقة من مجموعات جزئية متغيرة الحجم، يحدث هذا بتكرار في حالة الفحص الذاتي لجميع مخرجات العملية. توجد ثلاثة طرق لإعداد خريطة نسبة عدم المطابقة في حالة حجم المجموعات الجزئية المتغير هي:

**١- رسم حدي مراقبة غير مستقيمين:**

لإعداد الخريطة يتم حساب حدي المراقبة لأية نقطة بحسب حجم المجموعة الجزئية. وفي هذه الحالة يتم الحصول على خطين غير مستقيمين. إذ يتم استخدام المعادلات التالية لحساب حدي المراقبة:

| | | |
|---|---|---|
| حد المراقبة العلوي: | $UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$ i=1,2,...,g | |
| الخط المـــــركزي: | $\bar{p}$ | (٦-٧) |
| حد المراقبة السفلي: | $LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$ i=1,2,...,g | |

حيث إن متوسط نسبة عدم المطابقة تم حسابه كما يلي:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{k} D_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

ولعدم توازي حدي المراقبة يستخدم عادة اختبار وقوع نقطة أو أكثر خارج حدي المراقبة فقط ليكون مؤشراً لوجود سبب أو أسباب خاصة.

**٢- حساب متوسط حجم المجموعات الجزئية:**

للحصول على حدي مراقبة متوازين يستخدم متوسط أحجام المجموعات الجزئية ( $\bar{n}$ )، حيث:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^{K} n_i}{g}$$

ومن ثم يتم استبدال n في الصيغة (٦-٣) بـــ ( $\bar{n}$ ) وتكملة حساب حدود المراقبة ورسمها. وفي هذه الحالة يتم الحصول على حدود تقريبية للمراقبة.

**٣- خريطة نسبة عدم المطابقة المعيارية:**

تستخدم خريطة المراقبة المعيارية (Standardized Control Chart) للحصول على حدي مراقبة مستقيمين ومتوازيين. وفي الخريطة المعيارية يكون الخط المركزي مساوياً للصفر وحدَّا المراقبة العلوي والسفلي مساويين لـــ موجب ٣ وسالب ٣ على التوالي. ويتم حساب نقاط الخريطة بحساب القيم المعيارية التالية:

$$Z_i = \frac{\hat{p}_i - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}} \quad (6\text{-}8)$$

**مثال (٦-٣):**

تنتج إحدى شركات الإلكترونيات أقراصاً مرنة حجم ٣,٥ بوصة (3.5 inch floppy diskette). ولضبط جودة الأقراص يقوم قسم الجودة بإعداد خريطة نسبة عدم المطابقة قبل شحن المنتج لزبائنها. الجدول (٦-٣) يوضح أعداد الأقراص المرنة التي تم اختيارها عشوائياً وأعداد الوحدات غير الصالحة منها. حيث تم أخذ العينات على فترات زمنية أمدها ثماني ساعات ولمدة تسعة أيام. المطلوب إعداد خريطة نسبة عدم المطابقة، وهل العملية تحت المراقبة الإحصائية؟.

**الحل:**

يلاحظ من الجدول أن أحجام المجموعات الجزئية متغيرة. توجد ثلاثة طرق لإعداد خريطة نسبة عدم المطابقة في حالة اختلاف أحجام المجموعات الجزئية هي:

**أولاً - رسم حدي مراقبة غير مستقيمين:**

لإعداد الخريطة يتم أولاً حساب متوسط نسبة عدم المطابقة ثم حدي المراقبة كما يلي:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{k} D_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{81}{2000} = 0.0405$$

حد المراقبة العلوي:

نظراً لعدم استقامة حدي المراقبة سيتم حساب جميع نقاط حدي المراقبة العلوي والسفلي. فمثلاً تُحسب النقطتان الأوليان لحد المراقبة العلوي كما يلي:

$$UCL_1 = 0.0405 + 3 \times \sqrt{\frac{0.0405(1-0.0405)}{50}} = 0.1241$$

$$UCL_2 = 0.0405 + 3 \times \sqrt{\frac{0.0405(1-0.0405)}{75}} = 0.1088$$

وكذلك تُحسب النقطتان الأوليان لحد المراقبة السفلي كما يلي:

حد المراقبة السفلي:

$$LCL_1 = 0.0405 - 3 \times \sqrt{\frac{0.0405(1-0.0405)}{50}} = -0.043135 < 0 \Rightarrow LCL_1 = 0$$

$$LCL_2 = 0.0405 - 3 \times \sqrt{\frac{0.0405(1-0.0405)}{75}} = -0.027787 < 0 \Rightarrow LCL_2 = 0$$

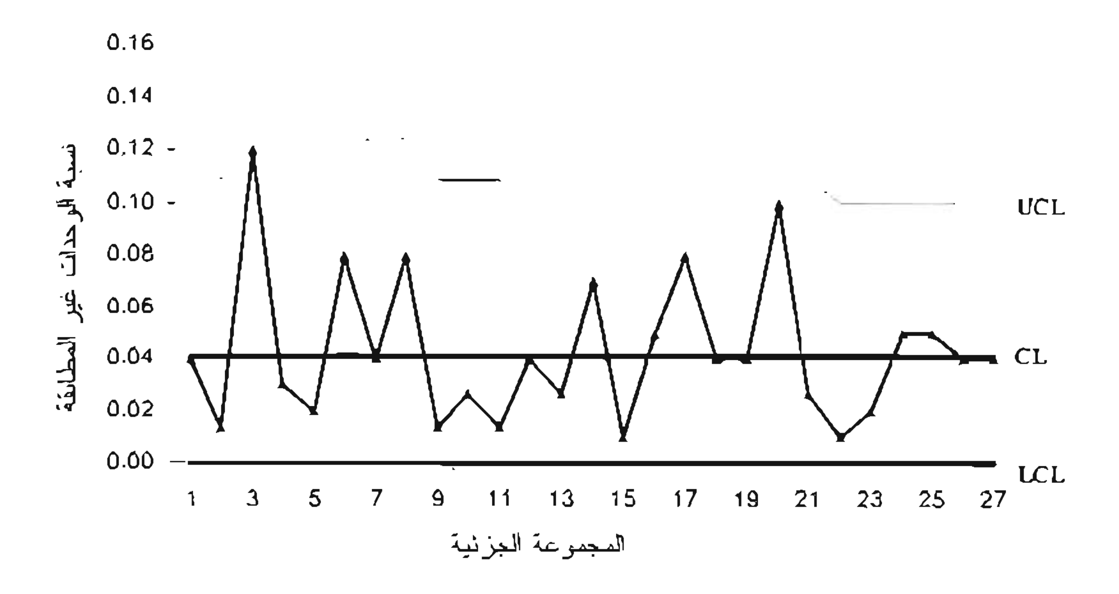
والجدول (٦-٣) يوضح قيم حدي المراقبة لخريطة نسبة عدم المطابقة. والشكل (٦-٤) يوضح خريطة نسبة المطابقة. وكما يلاحظ أن خطي حدي المراقبة غير مستقيمين؛ لاختلاف أحجام المجموعات الجزئية. ويتضح

من الشكل أن العملية تحت المراقبة الإحصائية؛ لوقوع جميع نقاط الخريطة داخل حدي المواصفات.

**جدول (٦-٣): عدد الأقراص المرنة التي اختيارها عشوائياً وعدد الوحدات المعيبة وحدّا المراقبة**

| المجموعة الجزئية | حجم العينة $(n_i)$ | عدد الوحدات المعيبة $(D_i)$ | نسبة المعيب $\bar{p}_i$ | UCL | LCL |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 50 | 2 | 0.0400 | 0.1241 | 0.0 |
| 2 | 75 | 1 | 0.0133 | 0.1088 | 0.0 |
| 3 | 50 | 6 | 0.1200 | 0.1241 | 0.0 |
| 4 | 100 | 3 | 0.0300 | 0.0996 | 0.0 |
| 5 | 50 | 1 | 0.0200 | 0.1241 | 0.0 |
| 6 | 50 | 4 | 0.0800 | 0.1241 | 0.0 |
| 7 | 50 | 2 | 0.0400 | 0.1241 | 0.0 |
| 8 | 50 | 4 | 0.0800 | 0.1241 | 0.0 |
| 9 | 75 | 1 | 0.0133 | 0.1088 | 0.0 |
| 10 | 75 | 2 | 0.0267 | 0.1088 | 0.0 |
| 11 | 75 | 1 | 0.0133 | 0.1088 | 0.0 |
| 12 | 50 | 2 | 0.0400 | 0.1241 | 0.0 |
| 13 | 75 | 2 | 0.0267 | 0.1088 | 0.0 |
| 14 | 100 | 7 | 0.0700 | 0.0996 | 0.0 |
| 15 | 100 | 1 | 0.0100 | 0.0996 | 0.0 |
| 16 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.0996 | 0.0 |
| 17 | 75 | 6 | 0.0800 | 0.1088 | 0.0 |
| 18 | 25 | 1 | 0.0400 | 0.1588 | 0.0 |
| 19 | 50 | 2 | 0.0400 | 0.1241 | 0.0 |
| 20 | 50 | 5 | 0.1000 | 0.1241 | 0.0 |
| 21 | 75 | 2 | 0.0267 | 0.1088 | 0.0 |
| 22 | 100 | 1 | 0.0100 | 0.0996 | 0.0 |
| 23 | 100 | 2 | 0.0200 | 0.0996 | 0.0 |
| 24 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.0996 | 0.0 |
| 25 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.0996 | 0.0 |
| 26 | 100 | 4 | 0.0400 | 0.0996 | 0.0 |
| 27 | 100 | 4 | 0.0400 | 0.0996 | 0.0 |
| المجموع | 2000 | 81 | 0.0405 | | |

شكل (٦-٤): خريطة نسبة عدم المطابقة (حالة أحجام مجموعات جزئية متغيرة)




**ثانياً – حساب متوسط حجم المجموعات الجزئية:**

للحصول على حدي مراقبة متوازيين يستخدم متوسط أحجام المجموعات الجزئية ($\bar{n}$)، حيث:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^{g} n_i}{g} = \frac{2000}{27} = 74.0741$$

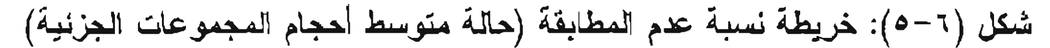
ومن ثم يتم حساب متوسط نسبة عدم المطابقة وحدي المراقبة كما يلي:

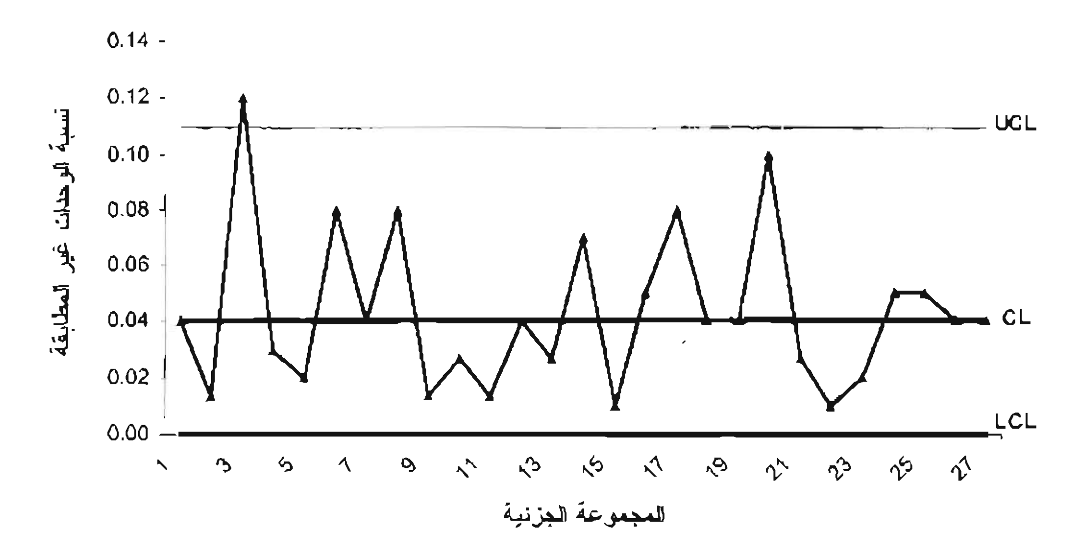
$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{g} D_i}{\sum_{i=1}^{g} n_i} = \frac{81}{2000} = 0.0405$$

حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} = 0.0405 + 3\times\sqrt{\frac{0.0405(1-0.0405)}{74.074}} = 0.109247$

حد المراقبة السفلي: $UCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{\bar{n}}} = 0.0405 - 3\times\sqrt{\frac{0.0405(1-0.0405)}{74.074}} = -0.02825 < 0 \Rightarrow LCL = 0$

والجدول (٦-٤) يوضح قيم حدي المراقبة لخريطة نسبة عدم المطابقة. والشكل (٦-٥) يوضح خريطة نسبة المطابقة. وكما يلاحظ أن خطي حدي المراقبة مستقيمان لاستخدام متوسط أحجام المجموعات الجزئية. ويتضح من الشكل أن العملية خارج المراقبة الإحصائية؛ لوقوع النقطة (٣) خارج حد المراقبة العلوي، في حين يُلاحظ أن العملية تحت المراقبة الإحصائية في حالة استخدام خطي غير مستقيمين كما يظهر في الشكل (٦-٤).


شكل (٦-٥): خريطة نسبة عدم المطابقة (حالة متوسط أحجام المجموعات الجزئية)




## ثالثاً - خريطة نسبة عدم المطابقة المعيارية:

في الخريطة المعيارية يكون الخط المركزي مساوياً للصفر وحدّا المراقبة العلوي والسفلي مساويين لـ موجب ٣ وسالب ٣ على التوالي. ويتم حساب نقاط الخريطة بحساب القيم المعيارية، وفيما يلي القيمة المعيارية للنقطتين الأوليين:

$$Z_1 = \frac{\hat{p}_1 - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_1}}} = \frac{0.04 - 0.0405}{\sqrt{\frac{0.0405(1-0.0405)}{50}}} = -0.0180 \; ; \; Z_2 = \frac{\hat{p}_2 - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_2}}} = \frac{0.0133 - 0.0405}{\sqrt{\frac{0.0405(1-0.0405)}{75}}} = -1.2009$$

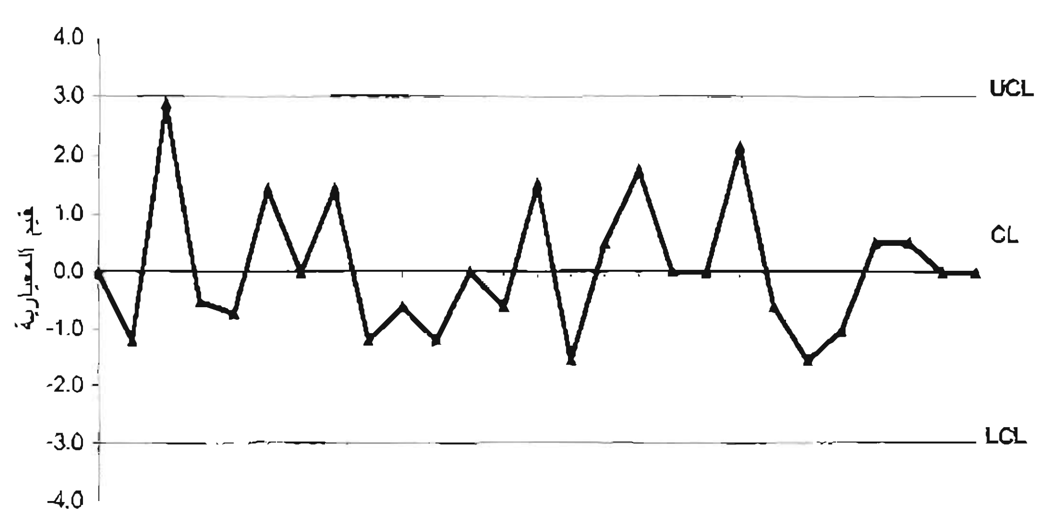
والجدول (٦-٤) يوضح قيم نقاط الخريطة (القيم المعيارية) وحدي المراقبة لخريطة نسبة عدم المطابقة. والشكل (٦-٦) يوضح خريطة نسبة المطابقة. ويتضح من الشكل أن العملية تحت المراقبة الإحصائية. ويلاحظ من الطرق الثلاثة المستخدمة أن نتائجها مختلفة، حيث تشير خريطة متوسط أحجام المجموعات الجزئية أن العملية غير مستقرة، في حين تشير خريطتا أحجام المجموعات الجزئية المتغيرة والقيم المعيارية أن العملية تحت المراقبة الإحصائية. وتتميز الطريقة الأولى - رسم حدي مراقبة غير مستقيمين- بأنها الأكثر دقة من بين هذه الطرق في حساب حدود المراقبة، ويعاب عليها أنه لا يمكن استخدام اختبارات الأنماط والاتجاهات للكشف عن وجود أسباب خاصة نظراً إلى أن حدي المراقبة غير مستقيمين. لذا نستخدم في هذه الحالة اختبار وقوع نقطة أو أكثر خارج حدي المراقبة. وفي الطريقة الثانية - حساب متوسط حجم المجموعات الجزئية - يتم الحصول على حدي مراقبة مستقيمين مما يمكن من تطبيق جميع اختبارات الكشف عن وجود أسباب خاصة، غير أنه يعاب على هذه الطريقة فقد المعلومات بحساب متوسط حجم المجموعة الجزئية خاصة إذا كانت هناك اختلافات كبيرة بين أحجام المجموعات الجزئية مما قد يؤدي إلى استنتاجات خاطئة. وأما الطريقة الثالثة - خريطة نسبة عدم المطابقة

المعيارية – فتتميز بعدم الحاجة إلى حساب قيم حدي المراقبة لكل مجموعة جزئية فضلاً عن أنـه يمكـن تطبيـق اختبارات الأنماط والاتجاهات للكشف عن وجود أسباب خاصة نظراً إلى أن حدي المراقبة مستقيمان. لـذا يفـضل استخدام خريطة نسبة عدم المطابقة المعيارية لمعالجة مشكلة أحجام المجموعات الجزئية المتغيرة.

**جدول (٦-٤): عدد الأقراص المرنة التي اختيارها عشوائياً وعدد الوحدات المعيبة والانحراف المعياري وقيمة $Z_i$**

| رقم العينة | حجم العينة ($n_i$) | عدد الوحدات المعيبة | نسبة المعيب p | الانحراف المعياري | $Z_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 50 | 2 | 0.0400 | 0.0277 | -0.0180 |
| 2 | 75 | 1 | 0.0133 | 0.0226 | -1.2009 |
| 3 | 50 | 6 | 0.1200 | 0.0277 | 2.8695 |
| 4 | 100 | 3 | 0.0300 | 0.0196 | -0.5360 |
| 5 | 50 | 1 | 0.0200 | 0.0277 | -0.7399 |
| 6 | 50 | 4 | 0.0800 | 0.0277 | 1.4257 |
| 7 | 50 | 2 | 0.0400 | 0.0277 | -0.0180 |
| 8 | 50 | 4 | 0.0800 | 0.0277 | 1.4257 |
| 9 | 75 | 1 | 0.0133 | 0.0226 | -1.2009 |
| 10 | 75 | 2 | 0.0267 | 0.0226 | -0.6115 |
| 11 | 75 | 1 | 0.0133 | 0.0226 | -1.2009 |
| 12 | 50 | 2 | 0.0400 | 0.0277 | -0.0180 |
| 13 | 75 | 2 | 0.0267 | 0.0226 | -0.6115 |
| 14 | 100 | 7 | 0.0700 | 0.0196 | 1.5058 |
| 15 | 100 | 1 | 0.0100 | 0.0196 | -1.5569 |
| 16 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.0196 | 0.4849 |
| 17 | 75 | 6 | 0.0800 | 0.0226 | 1.7461 |
| 18 | 25 | 1 | 0.0400 | 0.0392 | -0.0128 |
| 19 | 50 | 2 | 0.0400 | 0.0277 | -0.0180 |
| 20 | 50 | 5 | 0.1000 | 0.0277 | 2.1476 |
| 21 | 75 | 2 | 0.0267 | 0.0226 | -0.6115 |
| 22 | 100 | 1 | 0.0100 | 0.0196 | -1.5569 |
| 23 | 100 | 2 | 0.0200 | 0.0196 | -1.0464 |
| 24 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.0196 | 0.4849 |
| 25 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.0196 | 0.4849 |
| 26 | 100 | 4 | 0.0400 | 0.0196 | -0.0255 |
| 27 | 100 | 4 | 0.0400 | 0.0196 | -0.0255 |
| المجموع | 2000 | 81 | 0.0405 | | |

شكل (٦-٦): خريطة نسبة عدم المطابقة المعيارية لبيانات الجدول (٦-٣)




### ٦-٢-١-٤ خريطة مطورة لمراقبة نسبة عدم المطابقة:

في بعض العمليات تكون نسب عدم المطابقة في مخرجات العملية صغيرة جداً. ففي مثل هذه الحالات يأخذ حد المراقبة السفلي في خريطة $p$ قيماً سالبة وأن وجود وحدة واحدة فقط غير مطابق للمواصفات يجعل نقطة المجموعة الجزئية التي تحتوي هذه الوحدة تقع خارج حد المراقبة العلوي، مما يشير إلى وجود سبب خاص. فمثلاً إذا كانت نسبة عدم المطابقة في مخرجات عملية ما تساوي (٠,٠٠٠٣) وتم أخذ مجموعة جزئية حجمها (٢٠٠)، فإن حدي المراقبة هما:

- حد المراقبة السفلي: -0.003373683
- حد المراقبة العلوي: 0.003973683

ففي مثل هذه الحالة إذا كانت لدينا وحدة واحدة غير مطابقة فإن نقطة المجموعة الجزئية (1/200=0.005) تقع خارج حد المراقبة العلوي (0.00397). فمثل هذه العملية تكون دائماً خارج المراقبة. لذا يفضل عدم استخدام خريطة $p$ في مثل هذه الحالات؛ ذلك لما يلي:

* لا يوجد حد مراقبة سفلي.
* المجموعات الجزئية التي لا توجد بها وحدات غير مطابقة هي فقط التي تبقى تحت المراقبة.

ويلاحظ في حالة صغر نسبة عدم المطابقة أن احتمال وقوع نقطة خارج حد المراقبة العلوي أو السفلي يختلف من (0.00135)؛ مما قد يؤدي إلى استنتاجات خاطئة حول مخرجات العملية. وتوصل (Rayan 1989; pp.184-189) باستخدام قيم مختلفة لنسبة عدم المطابقة وأحجام مختلفة للمجموعات الجزئية إلى أن احتمال وقوع نقطة خارج أحد حدي المراقبة لا يساوي (٠,٠٠١٣٥)؛ ذلك لالتواء توزيع ذي الحدين في حالة صغر نسبة عدم

المطابقة. لذا اقترح (Ryan, 1989, p.189) تعديلاً على حدود المراقبة في خريطة $p$ لشوهارت؛ لتصبح كالتالي:

| | | |
|---|---|---|
| حد المراقبة العلوي: | $UCL = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n} + \frac{1.15}{n}}$ | |
| الخط المركزي : | $\bar{p}$ | (٦-٩) |
| حد المراقبة السفلي: | $LCL = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n} + \frac{1.25}{n}}$ | |

ويلاحظ أن حدي المراقبة المعدلين أكبر من حدي المراقبة لخريطة نسبة عدم المطابقة. كما توجد طرق أخرى لمعالجة صغر نسبة عدم المطابقة وذلك بإجراءات بعض التحويلات (انظر Rayan 1989, p182-188 و Acosta-Mejia 1999).

### ٦-٢-١-٥ منحنى خاصية التشغيل وطول الدورة:

منحنى خاصية التشغيل لخريطة المراقبة هو رسم لاحتمال قبول فرضية أن العملية في حالة مراقبة إحصائية وهي خاطئة (الخطأ من النوع الثاني) مع نسبة عدم المطابقة. ويقيس المنحنى قدرة خريطة المراقبة في كشف التغير من $\bar{p}$ إلى قيمة أخرى $(p)$ مثلاً.

واحتمال الخطأ من النوع الثاني $(\beta)$ هو احتمال وقوع نقطة داخل حدي المراقبة عندما يكون المتوسط يساوي p. ورياضياً يمكن كتابة احتمال β كما يلي:

$$\beta = P\left(\hat{p} < UCL_p \left| p\right.\right) - P\left(\hat{p} \le LCL_p \left| p\right.\right)$$

وبما أن $\hat{p} = D/n$ فإن:

$$\beta = P\left(D < nUCL_p \left| p\right.\right) - P\left(D \le nLCL_p \left| p\right.\right) \qquad (6\text{-}10)$$

وبما أن D متغير عشوائي يتبع توزيع ذي الحدين $\{D_i \sim Bi(n;p)\}$ فإنه يمكن حساب β باستخدام التوزيع التراكمي لتوزيع ذي الحدين.

**مثال (٦-٤):**

ارسم منحنى خاصية التشغيل لخريطة نسبة عدم المطابقة لها حد مراقبة علوي (UCL=0.2868) وحد مراقبة سفلي (LCL=0.05507) وحجم عينة (n=95).

**الحل:**

لرسم منحنى خاصية التشغيل يتم حساب احتمال $\beta$ كما يلي:

$$\beta = P\left(D < 95 \times 0.2868 \middle| p\right) - P\left(D \le 95 \times 0.05507 \middle| p\right)$$
$$= P\left(D < 27.246 \middle| p\right) - P\left(D \le 5.23165 \middle| p\right)$$

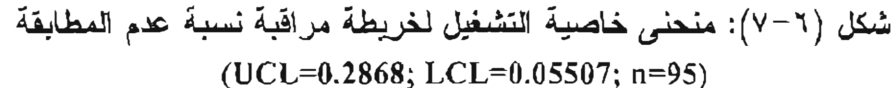
وبما أن $D$ عدد صحيح (integer) فإن:

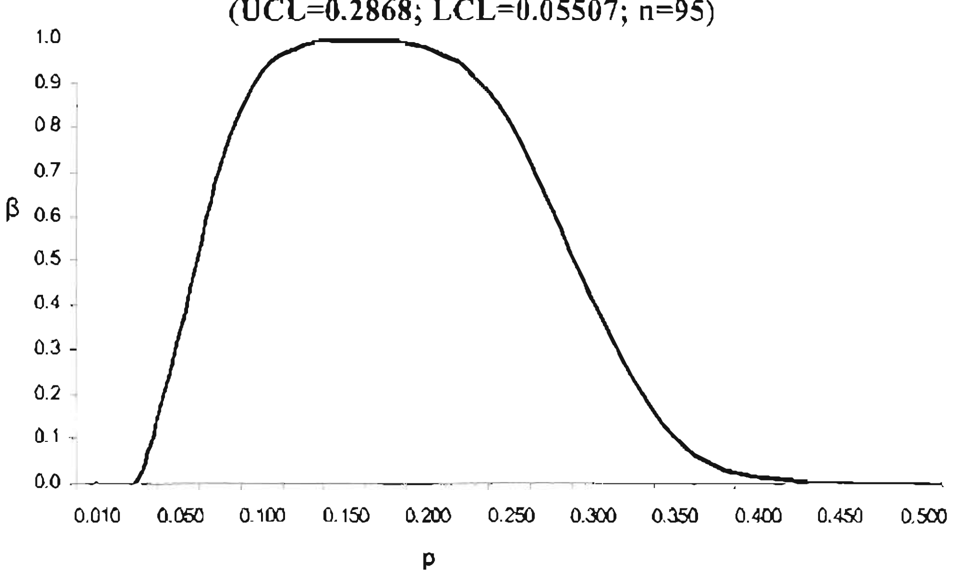
$$\beta = P\left(D < 27 \middle| p\right) - P\left(D \le 5 \middle| p\right)$$

ومن ثم باستخدام توزيع ذي الحدين تم حساب قيم $\beta$ لقيم مختلفة من p (حجم التغير)، انظر الجدول (٦-٥) والشكل (٦-٧).

**جدول (٦-٥): حساب منحنى خاصية التشغيل لخريطة نسبة عدم المطابقة**
(UCL=0.2868; LCL=0.05507; n=95)

| p | $P(D < 27 \mid p)$ | $P(D \le 5 \mid p)$ | β |
|---|---|---|---|
| 0.010 | 1.0000 | 0.9996 | 0.0004 |
| 0.020 | 1.0000 | 0.9877 | 0.0123 |
| 0.050 | 1.0000 | 0.6609 | 0.3391 |
| 0.075 | 1.0000 | 0.2748 | 0.7252 |
| 0.100 | 1.0000 | 0.0775 | 0.9225 |
| 0.125 | 1.0000 | 0.0164 | 0.9836 |
| 0.150 | 0.9998 | 0.0027 | 0.9970 |
| 0.175 | 0.9972 | 0.0004 | 0.9968 |
| 0.200 | 0.9822 | 0.0000 | 0.9822 |
| 0.225 | 0.9307 | 0.0000 | 0.9307 |
| 0.250 | 0.8140 | 0.0000 | 0.8140 |
| 0.275 | 0.6298 | 0.0000 | 0.6298 |
| 0.300 | 0.4171 | 0.0000 | 0.4171 |
| 0.325 | 0.2317 | 0.0000 | 0.2317 |
| 0.350 | 0.1068 | 0.0000 | 0.1068 |
| 0.375 | 0.0406 | 0.0000 | 0.0406 |
| 0.400 | 0.0127 | 0.0000 | 0.0127 |
| 0.425 | 0.0032 | 0.0000 | 0.0032 |
| 0.450 | 0.0007 | 0.0000 | 0.0007 |
| 0.475 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0001 |
| 0.500 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |


شكل (٦-٧): منحنى خاصية التشغيل لخريطة مراقبة نسبة عدم المطابقة
(UCL=0.2868; LCL=0.05507; n=95)




**متوسط طول الدورة:**

لحساب متوسط الدورة إذا كانت العملية تحت المراقبة نستخدم المعادلة التالية:

$$ARL_{in} = \frac{1}{\alpha} \qquad (6\text{-}11)$$

فمثلاً إذا لم يحدث تغير في العملية، فإن احتمال وقوع نقطة خارج حدي المراقبة هو (α=0.0027) ومن ثم فإن متوسط طول الدورة هو:

$$ARL_{in} = \frac{1}{0.0027} = 370.4$$

وهذا يعني أنه في حالة استقرار العملية يتوقع حدوث مؤشر خارج المراقبة بعد فحص واختبار (٣٧٠) مجموعة جزئية في المتوسط.

أما في حالة حدوث تغير في العملية فيتم حساب متوسط طول الدورة كما يلي:

$$ARL_{out} = \frac{1}{1-\beta} \qquad (6\text{-}12)$$

حيث $\beta$ هو احتمال الخطأ من النوع الثاني.

**مثال (٦-٥):**

من المثال السابق (٦-٤) احسب طول الدورة إذا حدث تغير في نسبة عدم المطابقة قدره (0.125).

الحل:

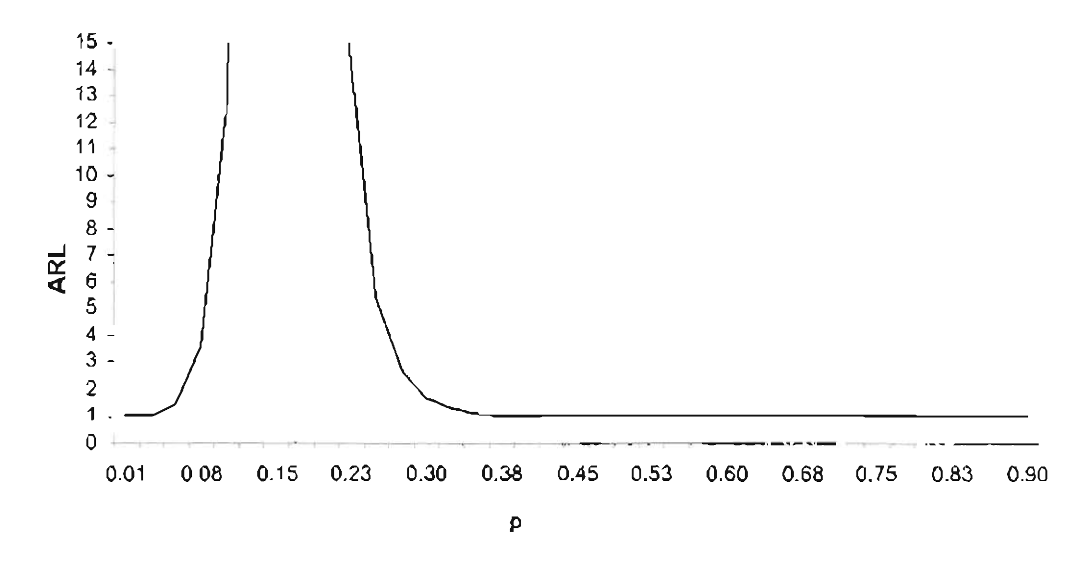
من الجدول (٦-١) نجد أن احتمال $\beta$ المساوي لتغير قدره (٠,١٢٥) هو (٠,٩٨٣٨). ومن ثم فإن متوسط طول الدورة هو:

$$ARL_{out} = \frac{1}{1-\beta} = \frac{1}{1-0.9836} = 61.1$$

وهذا يعني أن هذا التغير في حالة حدوثه يتوقع كشفه بعد فحص واختبار (٦١) مجموعة جزئية من بدء هذا التغير. والشكل (٦-٨) يوضح متوسط أطوال الدورة لقيم مختلفة من التغير. حيث يلاحظ أن لخريطة نسبة عدم المطابقة قدرة عالية لكشف التغيرات الصغيرة والكبيرة في حين تقل قدرتها في الكشف للقيم ما بين (٠,١٣) و(٠,٢٠)

**شكل (٦-٨): متوسط طول الدورة لخريطة نسبة عدم المطابقة لقيم مختلفة من التغيرات**

(UCL=0.2868; LCL=0.05507; n=95)




### ٦-٢-٢ خريطة عدد وحدات عدم المطابقة (np-chart):

تستخدم خريطة عدد الوحدات غير المطابقة لمراقبة عدد وحدات عدم المطابقة في مخرجات العملية. وخريطة عدد وحدات عدم المطابقة تماثل خريطة نسبة عدم المطابقة من حيث الهدف، غير أنه يستخدم في حالة ثبات حجم المجموعة الجزئية. ويرجع انتشار خريطة عدد الوحدات غير المطابقة إلى سهولة إعدادها وفهمها خاصة من قبل غير الفنيين. وخطوات إعدادها هي الخطوات نفسها لإعداد خريطة نسبة عدم المطابقة. وفيما يلي صيغ الخط المركزي وحدّا المراقبة للخريطة في حالتي معرفة وعدم معرفة عدد الوحدات غير المطابقة.

**حدود المراقبة (حالة معرفة عدد الوحدات غير المطابقة):**

فيما يلي معادلات حدود المراقبة إذا كان عدد الوحدات غير المطابقة معلوماً أو تم تحديد قيمة معيارية له.

| | |
|---|---|
| حد المراقبة العلوي: $UCL = np_0 + 3\sqrt{np_0(1-p_0)}$ | |
| الخط المركزي : $np_0$ | (٦-١٣) |
| حد المراقبة السفلي: $LCL = np_0 - 3\sqrt{np_0(1-p_0)}$ | |

**حدود المراقبة (حالة عدم معرفة عدد الوحدات غير المطابقة):**

* الخط المركزي: ويساوي متوسط عدد العيوب ويتم حسابه حسب الصيغة التالية:

$$n\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{g} D_i}{g} \quad ; i = 1, 2, \dots, g$$

حيث إن: $n$ حجم المجموعة الجزئية ويشترط أن يكون ثابتاً، g عدد المجموعات الجزئية و $\overline{p}$ متوسط نسبة عدم المطابقة، و$D_i$ عدد وحدات عدم المطابقة في المجموعة الجزئية رقم ($i$).

* **حدا المراقبة:**

| | |
|---|---|
| حد المراقبة العلوي: $UCL = n\overline{p} + 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$ | |
| الخط احد المراقبة السفلي: $LCL = n\overline{p} - 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$ | (٦-١٤) |

**مثال (٦-٦):**

من بيانات المثال (٦-١) ارسم خريطة عدد وحدات عدم المطابقة (np chart)؟

**الحل:**

لإعداد الخريطة يتم أولاً حساب متوسط عدد وحدات عدم المطابقة كما يلي:

$$n\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{25} D_i}{g} \frac{62}{25} = 2.48$$

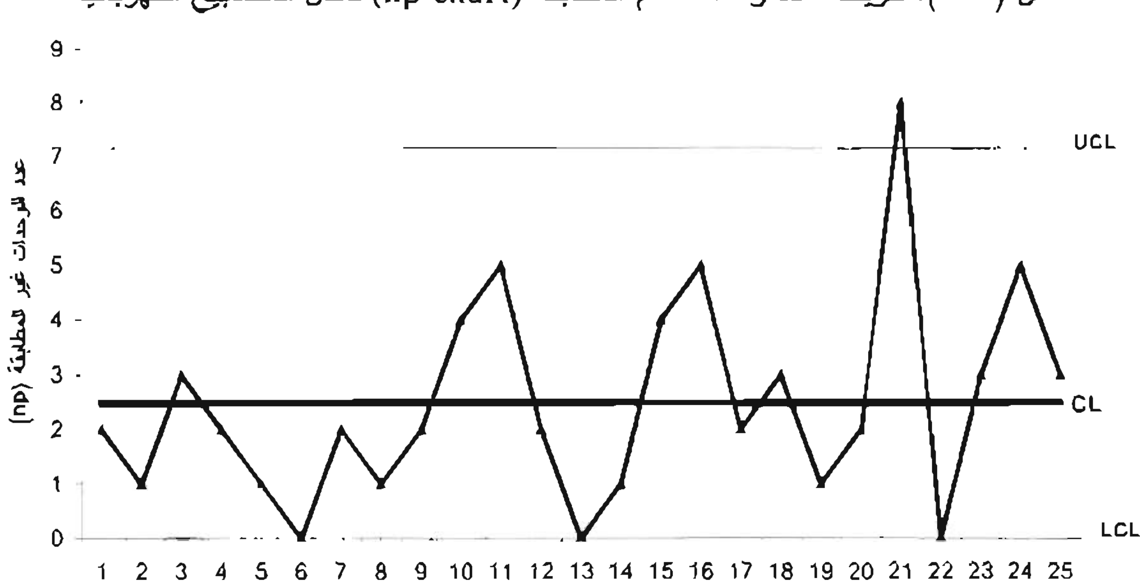
ثم يحسب حدا المراقبة كما يلي:

- حد المراقبة العلوي: $UCL = n\overline{p} + 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})} = 2.48 + 3 \times \sqrt{2.48(1-0.0248)} = 7.14545$

- حد المراقبة السفلي: $UCL = n\overline{p} - 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})} = 2.48 - 3 \times \sqrt{2.48(1-0.0248)} = -2.18545 < 0 \Rightarrow LCL = 0$

وبما أن قيمة حد المراقبة السفلي سالبة يتم إهمالها وتعتبر قيمتها مساوية للصفر. ومن ثم يتم خريطة عدد وحدات عدم المطابقة. ويستشف من الشكل (٦-٩) أن العملية خارج المراقبة الإحصائية نظراً لوقوع النقطة (٢١) خارج حد المراقبة العلوي وهي النتيجة نفسها التي تم التوصل إليها باستخدام خريطة نسبة عدم المطابقة.

شكل (٦-٩): خريطة عدد وحدات عدم المطابقة (np-chart) لمثال المصابيح الكهربائية




### ٦-٣ خرائط عدد غير المطابقات (العيوب):

تستخدم خرائط عدد غير المطابقات لمراقبة عدد غير المطابقات في الوحدة المنتجة، وتنقسم إلى خريطتين هما: خريطة c وخريطة u. حيث تستخدم الأولى في حالة ثبات عدد وحدات الفحص في العينة أو المجموعة الجزئية، في حين تستخدم الثانية في حالتي ثبات عدد وحدات الفحص في العينة وعدم ثبات أحجام وحدات الفحص. ووحدة الفحص (Inspection Unit) هي الوحدة الثابتة التي يتم أخذها من مخرجات العملية بانتظام لفحصها وعد عدد العيوب فيها. فمثلاً لمراقبة صناعة نسيج نوع من القماش يتم اختيار وحدة فحص حجمها مثلاً مائة متر مربع، ثم يتم أخذ عينة كل فترة وعد عدد العيوب في وحدة الفحص (مائة متر مربع من القماش في هذا المثال). وتعتبر عملية اختيار وحدة الفحص من أهم الخطوات في العمليات المستمرة، مثل إنتاج بكرات ورق، كابلات كهرباء، أو قماش، خرطوم مياه، لفة سلك كهربائي، أو معادن وخلافه. وفيما يتعلق بخطوات إعداد خريطة c أو u فيتم اتباع الخطوات نفسها التي في إعداد خريطة نسبة عدم المطابقة.

### ٦-٣-١ خريطة c ‏(c-chart):

#### ٦-٣-١-١ حدود المراقبة:

**حالة معرفة عدد غير المطابقات في الوحدة:**

نفترض أن $X_i$ يمثل عدداً غير المطابقات في الوحدة المفحوصة رقم i وأن متوسط عدد غير المطابقات في الوحدة هو c، فإن $X_i$ يتبع توزيع بواسون (Poisson distribution)، أي أن:

$$p(X_i = x) = \frac{e^{-c} c^{x}}{x!} \quad x=0,1,2,... \quad ; c>0 \qquad (6\text{-}15)$$

والآن بافتراض صحة تقريب التوزيع الطبيعي لتوزيع بواسون فإن حدود المراقبة لخريطة c في حالة معرفة عدد غير المطابقات ($c = c_0$) تأخذ الصيغ التالية:

| | | |
|---|---|---|
| حد المراقبة العلوي : | $UCL = c_0 + 3\sqrt{c_0}$ | |
| الخط المـــــركزي : | $c_0$ | (٦-١٦) |
| حد المراقبة السفلي*: | $LCL = c_0 - 3\sqrt{c_0}$ | |

*إذا كان حد المراقبة السفلي سالباً يجب أن يعدل ليكون مساوياً للصفر

ونقاط الخريطة هي عدد غير المطابقات في المجموعات الجزئية.

**حالة عدم معرفة عدد غير المطابقات في الوحدة:**

إذا كانت قيمة c غير معلومة يتم تقديرها بحساب الوسط الحسابي ($\bar{c}$) لعدد غير المطابقات في وحـــدات الفحص من بيانات العينة، حيث:

$$\bar{c} = \frac{1}{g}\sum_{i=1}^{g} c_i$$

حيث إن $c_i$ هو عدد غير المطابقات في العينة رقم $i$. ومن ثم تأخذ حدود المراقبة الصيغ التالية:

| | | |
|---|---|---|
| حد المراقبة العلوي: | $UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$ | |
| الخط المـــــركزي: | $\bar{c}$ | (٦-١٧) |
| حد المراقبة السفلي*: | $LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$ | |

* إذا كان حد المراقبة السفلي سالباً يجب أن يعدل ليكون مساوياً للصفر، ويمكن تجنب ذلك باختيار وحـــدة فحـــص بحيـــث يكون $\bar{c}$ أكبر من ٩.

ولإعداد الخريطة يتم رسم حدود المراقبة باستخدام الصيغة (٦-١٧) ورسم عدد غير المطابقات في العينة ($c_i$) لتحديد ما إذا كانت العملية مستقرة أم لا. ويُفسر وقوع جميع نقاط الخريطة داخل حدي المراقبة أو عدم وجود أي أنماط غير عادية أو كلا الأمرين على أن العملية مستقرة أو تحت المراقبة الإحصائية.

**مثال (٦-٧):**

ينتج مصنع للسجاد سجاداً من الصوف بأحجام مختلفة. ويقوم قسم الجودة بالمصنع بإعداد خريطة عدد العيوب لكل خط إنتاج على حدة. حيث يتم اختيار سجاد واحد من إنتاج كل مناوبة لفحصه من العيوب. والجدول (٦-٦) يوضح عدد العيوب التي وجدت في كل سجاد مساحته (٤×٥= ٢٠ متراً مربعاً) ذلك من خلال سحب سجاد واحد من إنتاج كل مناوبة وعلى أمد (٨) أيام. المطلوب إعداد خريطة c.

**الحل:**

لإعداد خريطة c يتم أولاً حساب متوسط عدد غير المطابقات (عدد العيوب) في وحدات الفحص كما يلي:

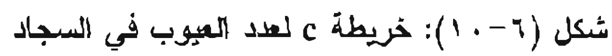
$$\bar{c} = \frac{1}{g}\sum_{i=1}^{g} c_i = 36/24 = 1.5$$

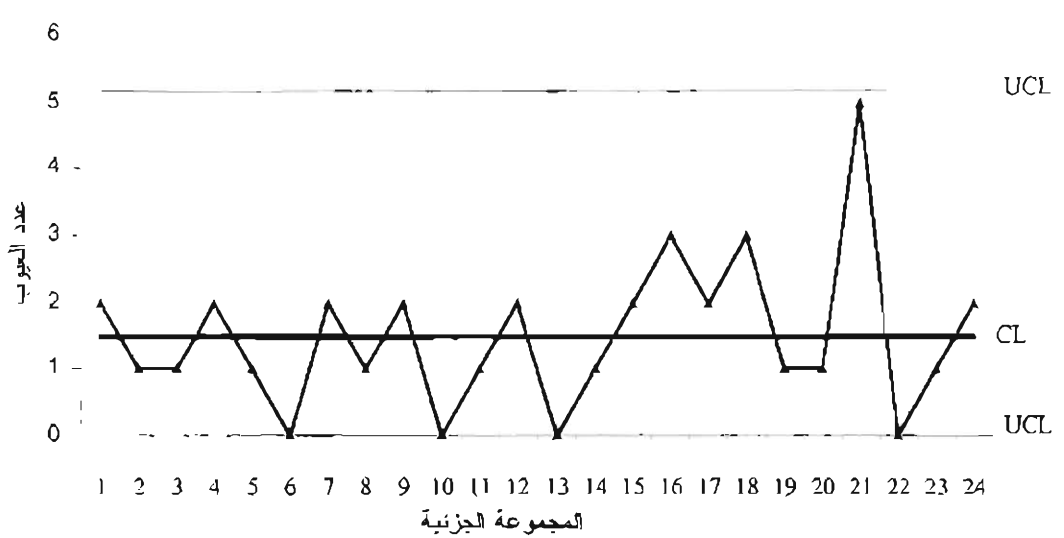
ثم يتم حساب حدي المراقبة كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 1.5 + 3\times\sqrt{1.5} = 5.174235$

حد المراقبة السفلي: $LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 1.5 - 3\times\sqrt{1.5} = -2.17423 < 0 \Rightarrow LCL = 0$

وبما أن قيمة حد المراقبة السفلي سالبة (2.17423-) فتعتبر قيمتها صفراً عند رسم الخريطة. أما نقاط الخريطة فهي أعداد العيوب في المجموعات الجزئية. ويتضح من الشكل (٦-١٠) أن جميع نقاط الخريطة داخل حدي المراقبة السفلي والعلوي مع عدم وجود أي أنماط غير طبيعية تشير إلى عدم استقرار العملية.


شكل (٦-١٠): خريطة c لعدد العيوب في السجاد




جدول (٦-٦): عدد العيوب في عدد (٢٤) سجادة مساحة كل منها (٢٠ م م)

| رقم العينة | اليوم/ رقم المناوبة | عدد العيوب في السجاد | رقم العينة | اليوم/ رقم المناوبة | عدد العيوب في السجاد |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1/1 | 2 | 13 | 1/5 | 0 |
| 2 | 2/1 | 1 | 14 | 2/5 | 1 |
| 3 | 3/1 | 1 | 15 | 3/5 | 2 |
| 4 | 1/2 | 2 | 16 | 1/6 | 3 |
| 5 | 2/2 | 1 | 17 | 2/6 | 2 |
| 6 | 3/2 | 0 | 18 | 3/6 | 3 |
| 7 | 1/3 | 2 | 19 | 1/7 | 1 |
| 8 | 2/3 | 1 | 20 | 2/7 | 1 |
| 9 | 3/3 | 2 | 21 | 3/7 | 5 |
| 10 | 1/4 | 0 | 22 | 1/8 | 0 |
| 11 | 2/4 | 1 | 23 | 2/8 | 1 |
| 12 | 3/4 | 2 | 24 | 3/8 | 2 |
| المجموع | | | 36 | | |

**مثال (٦-٨):**

لمراقبة الأداء الطبي يقوم قسم الجودة بأحد المستشفيات الأهلية بتسجيل الأخطاء الطبية حسب أنواعها

(وصف العلاج، نتائج التحاليل المخبرية، أخطاء التشخيص، التخدير، العمليات الجراحية، .. إلخ). الجدول التالي يوضح عدد الأخطاء الطبية المسجلة خلال عام في أحد المستشفيات الأهلية. هل العملية (عدد الأخطاء الطبية) تحت المراقبة الإحصائية؟

**جدول (٦-٧): عدد الأخطاء الطبية**

| الشهر | عدد الأخطاء |
| --- | --- |
| محرم | 8 |
| صفر | 5 |
| ربيع الأول | 2 |
| ربيع الآخر | 4 |
| جمادى الأولى | 5 |
| جمادى الآخرة | 15 |
| رجب | 9 |
| شعبان | 8 |
| رمضان | 7 |
| شوال | 6 |
| ذو القعدة | 5 |
| ذو الحجة | 0 |
| المجموع | 74 |

**الحل:**

لكون عدد الأخطاء الطبية متغيراً، يتبع توزيع بواسون (Poisson Distribution)؛ يتم استخدام خريطة c لمراقبة العملية. ولإعداد خريطة c تم أولاً حساب متوسط عدد الأخطاء الطبية في الشهر كما يلي:

$$\bar{c} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{1} c_i = {}^{74}\!/_{12} = 6.1667$$

ومن ثم تم حساب حدي المراقبة كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 6.1667 + 3 \times \sqrt{6.1667} = 13.6165$

حد المراقبة السفلي: $LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 6.1667 - 3 \times \sqrt{6.1667} = -1.2830 \Rightarrow LCL = 0$

وبما أن قيمة حد المراقبة السفلي سالبة (-١,٢٨٣) فتعتبر قيمتها صفراً عند رسم الخريطة. أما نقاط

الخريطة فهي أعداد الأخطاء الطبية في الشهر. ويُلاحظ من الشكل (٦-١١) وقوع نقطة خـــارج حـــد المراقبـــة العلوي (شهر جمادى الآخرة)؛ مما يشير إلى وجود سبب خاص وراء ارتفاع عدد الأخطاء الطبية في هذا الشهر. كما يتضح من الشكل وجود إشارة أخرى خارج المراقبة وهي اتجاه تناقصي لست نقاط متتالية (النقاط من رجب إلى ذي القعدة)؛ مما يشير إلى التحسن في الأداء الطبي، ربما نتج من معالجة السبب أو الأسباب الخاصة للإشارة الأولى (وقوع نقطة خارج حد المراقبة العلوى).


شكل (٦-١١): خريطة c لعدد الأخطاء الطبية بأحد المستشفيات الأهلية




### ٦-٣-١-٢ دالة منحنى خاصية التشغيل لخريطة c:

يتم حساب منحنى عملية التشغيل لخريطـــة c باســـتخدام توزيـــع بواســـون (Poisson Distribution). والمنحنى هو رسم لاحتمال قبول فرضية أن العملية في حالة ضبط إحصائي وهي خاطئة (الخطأ من النوع الثاني $\beta$) مع عدد العيوب. واحتمال الخطأ من النوع الثاني ($\beta$) هو احتمال وقوع نقطة داخل حدي المراقبة عندما يكون متوسط عدد العيوب يساوي c. ورياضياً يمكن كتابة احتمال $\beta$ كما يلي:

$$\beta = P\left(x < UCL_c \middle| c\right) - P\left(x \le LCL_c \middle| c\right) \qquad (6\text{-}18)$$

حيث إن x متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون $\{x \sim Po(c)\}$. ومن ثم فإنه يمكن حـــساب β باســـتخدام التوزيـــع التراكمي لتوزيع بواسون.

**مثال (٦-٩):**

ارسم منحنى عملية التشغيل لخريطة c لها حد مراقبة علوي (UCL=25.25) ، وحد مراقبة سفلي (LCL=4.22)؟.

**الحل:**

لرسم منحنى خاصية التشغيل لخريطة c يتم حساب احتمال $\beta$ كما يلي:

$$\beta = P\left(X < 25.25 | c\right) - P\left(X \leq 4.22 | c\right)$$

وبما أن عدد العيوب عدد صحيح فإن:

$$\beta = P\left(X < 25 | c\right) - P\left(X \leq 4 | c\right)$$

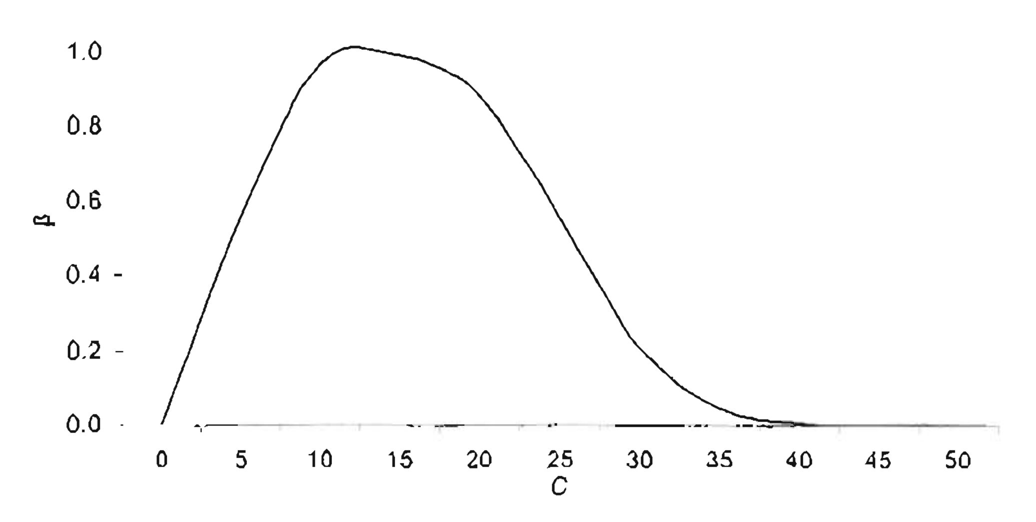
ومن ثم باستخدام توزيع بواسون تم حساب قيم $\beta$ لقيم مختلفة من عدد العيوب وحجم التغير (انظر الجدول ٦-٨ والشكل ٦-١٢).

**جدول (٦-٨): حساب منحنى خاصية التشغيل لخريطة c**

(UCL=25.25; LCL=4.22)

| $c_i$ | $P\left(x \leq 25 \| c\right)$ | $P\left(x \leq 4 \| c\right)$ | β |
|---|---|---|---|
| 0 | 1.0000 | 1.0000 | 0.0000 |
| 5 | 1.0000 | 0.4405 | 0.5595 |
| 10 | 1.0000 | 0.0293 | 0.9707 |
| 15 | 0.9938 | 0.0009 | 0.9930 |
| 20 | 0.8878 | 0.0000 | 0.8878 |
| 25 | 0.5529 | 0.0000 | 0.5529 |
| 30 | 0.2084 | 0.0000 | 0.2084 |
| 35 | 0.0486 | 0.0000 | 0.0486 |
| 40 | 0.0076 | 0.0000 | 0.0076 |
| 45 | 0.0008 | 0.0000 | 0.0008 |
| 50 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0001 |

**شكل (٦-١٢): منحنى خاصية التشغيل لخريطة c**
(UCL=25.25; LCL=4.22)




### ٦-٣-٢ خريطة u (u-chart):

قد نواجه أحياناً صعوبات في تثبيت أحجام الوحدات المفحوصة. فمثلاً يمكن تحديد (٢ متر مربع) باعتبارها وحدة فحص في صناعة دباغة جلود بقر لعد عدد العيوب فيها. ولكن في الواقع العملي ربما نواجه بمشكلة أخذ العينات باستخدام وحدة الفحص بتلك المساحة المحددة نظراً لعدم انتظام قطع الجلود. ففي مثل هذه الحالات يمكن أن يكون عدد وحدات الفحص في المجموعة عدداً غير صحيح ويتغير من مجموعة جزئية لأخرى (انظر الشكل ٦-١٣).

**شكل (٦-١٣): تمثيل بياني يوضح عدد وحدات الفحص وعدد العيوب فيها**

| متوسط عدد العيوب في وحدة الفحص $u_i$ | عدد العيوب $c_i$ | عدد وحدات الفحص $n_i$ | وحدة فحص واحدة= ٢ م² | رقم المجموعة الجزئية |
|---|---|---|---|---|
| 3.0 | 3 | 1 | × × × | 1 |
| 2.0 | 1 | 0.5 | × | 2 |
| 2.5 | 5 | 2.0 | × × × × × | 3 |
| 1.3 | 2 | 1.5 | × × | 4 |
| 1.6 | 4 | 2.5 | × × × × | 5 |

تستخدم خريطة u لمراقبة وضبط عدد غير المطابقات (العيوب) في وحدة الفحص إذا كان عدد وحدات الفحص متغيراً من مجموعة جزئية إلى أخرى. كما تستخدم الخريطة أيضاً في حالة ثبات وحدات الفحص. فإذا كانت المجموعة الجزئية رقم i تحتوي على عدد $n_i$ من وحدات الفحص وإذا كان مجموع عدد غير المطابقات في المجموعة الجزئية يساوي ($c_i$) فإن متوسط عدد غير المطابقات في الوحدة ($u_i$) يتم حسابه كما يلي:

$$u_i = \frac{c_i}{n_i}$$

ولرسم خريطة u لعدد ($g$) مجموعة جزئية يتم حساب قيمة الخط المركزي (Centerline) كما يلي:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{g} c_i}{\sum_{i=1}^{g} n_i}$$

وبما أن عدد غير المطابقات ($c_i=n_iu_i$) يتبع توزيع بواسون، وبافتراض صحة تقريب التوزيع الطبيعي لتوزيع بواسون فإن مدى ثلاثة انحرافات معيارية لمجموع عدد غير المطابقات في المجموعة الجزئية يساوي تقريباً:

$$\bar{u}n_i \pm 3\sqrt{\bar{u}n_i} \qquad (6\text{-}19)$$

وبقسمة طرفي المعادلة (6-18) على ($n_i$) فإن مدى ثلاثة انحرافات معيارية يأخذ الصيغة التالية:

$$\bar{u} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} \qquad (6\text{-}20)$$

ومن ثم فإن حدود المراقبة هي:

| | | |
|---|---|---|
| حد المراقبة العلوي: | $UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$ | |
| الخط المركزي: | $\bar{u}$ | (٦-٢١) |
| حد المراقبة السفلي: | $LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$ | |

ويلاحظ من هذه الصيغ أنه يتم الحصول على خطين غير مستقيمين لحدي المراقبة العلوي والسفلي في حالة عدم ثبات حجم المجموعة الجزئية. وللحصول على حدي مراقبة مستقيمين في حالة عدم ثبات أحجام المجموعات الجزئية يتم استخدام إحدى الطريقتين التاليين:

١. استخدام متوسط حجم المجموعات الجزئية:

للحصول على حدي مراقبة متوازيين يستخدم متوسط أحجام المجموعات الجزئية ($\bar{n}$)، حيث:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^{g} n_i}{g}$$

ومن ثم يتم استبدال $n_i$ في الصيغة (٦-٢١) بـ ($\bar{n}$) وتكملة حساب حدود المراقبة ورسمها. وفي هذه الحالة يتم الحصول على حدود تقريبية للمراقبة.

٢. خريطة u المعيارية:

تستخدم خريطة المراقبة المعيارية (Standardized Control Chart) للحصول على حدي مراقبة مستقيمين ومتوازيين. وفي الخريطة المعيارية يكون الخط المركزي مساوياً للصفر وحدّا المراقبة العلوي والسفلي مساويين لـ موجب ٣ وسالب ٣ على التوالي. ويتم حساب نقاط الخريطة بحساب القيم المعيارية التالية:

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}}$$

ويرجع السبب في استخدام حدي مراقبة مستقيمين إلى أنه يمكن في هذه الحالة تطبيق اختبارات الاتجاهات والأنماط للكشف عن وجود أسباب خاصة.

**مثال (٦-١٠):**

يقوم قسم الجودة بمطبعة للكتب والمجلات باختيار عشر صفحات من أي مطبوعة بصورة عشوائية لعد الأخطاء المطبعية فيها. الجدول (٦-٩) يوضح عدد الصفحات وعدد الأخطاء لعدد (٢٥) كتاباً ومجلة لفترة (٢٥) يوماً. المطلوب إعداد خريطة u.

**الحل:**

لإعداد خريطة u يتم أولاً حساب متوسط عدد غير المطابقات (عدد العيوب) في وحدات الفحص كما يلي:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{g} c_i}{ng} = \frac{168}{250} = 0.672$$

ومن ثم يتم حساب حدي المراقبة كما يلي:

حد المراقبة العلوي: $UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0.672 + 3 \times \sqrt{\frac{0.672}{10}} = 1.4497$

حد المراقبة السفلي: $LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0.672 - 3 \times \sqrt{\frac{0.672}{10}} = -0.1057 < 0 \Rightarrow LCL = 0$

وبما أن قيمة حد المراقبة السفلي سالبة (-0.1057) فتعتبر قيمتها صفراً عند رسم الخريطة. أما نقاط الخريطة فهي أعداد العيوب في الوحدة. ويتضح من الشكل أن جميع نقاط الخريطة تقع داخل حدي المراقبة السفلي والعلوي، غير أنه يلاحظ وجود اتجاه تصاعدي لست نقاط متتالية (من النقطة ١٤ إلى ٢٠) مما يشير إلى حالة عدم مراقبة إحصائية. وربما يرجع السبب الخاص وراء هذا المؤشر إلى غياب بعض المراجعين أو الاعتماد

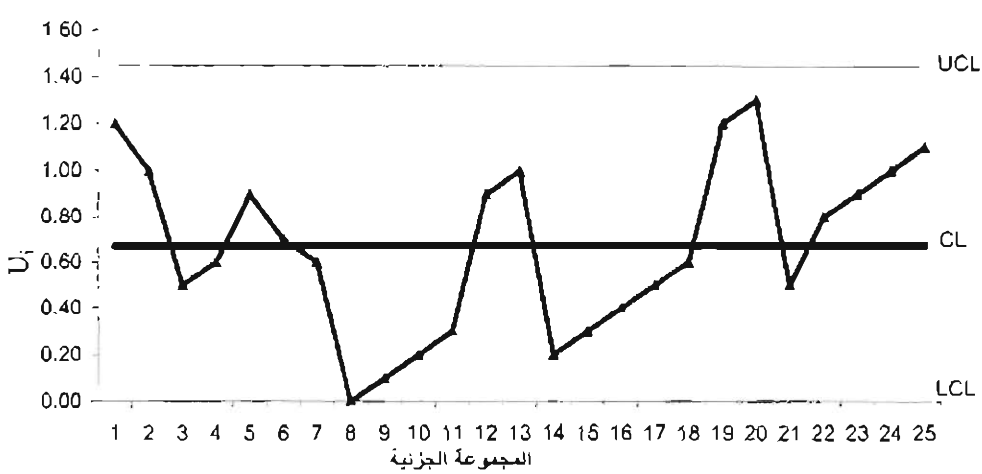
على مراجعين جدد، أو ربما لاختلاف مجالات حقول المعرفة في الكتب والمجلات التي تمت طباعتها وتصحيحها في هذه الفترة. كما يجب أن نشير إلى أنه في حالة ثبات حجم المجموعة الجزئية تكون خريطة c مماثلة لخريطة u من حيث الشكل والتفسير باستثناء أن نقاط الخريطة وحدود المراقبة في خريطة u تكون للوحدة المفحوصة، أي هي متوسطات عدد العيوب في الوحدة (انظر الشكلين ٦-١٤ و٦-١٥). وعندما يكون حجم المجموعة الجزئية وحدة واحدة فإن خريطة c تكون مماثلة تماماً لخريطة u.

**جدول (٦-٩): أعداد الصفحات المختارة والأخطاء المطبعية**

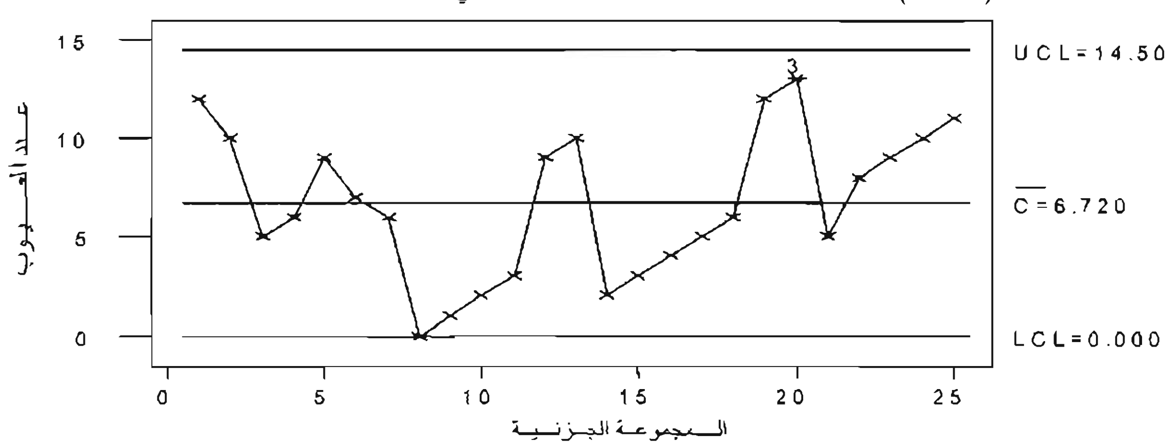
| اليوم | عدد الصفحات n | عدد الأخطاء المطبعية $x_i$ | عدد الأخطاء في الصفحة $u_i = x_i/n$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 12 | 1.200 |
| 2 | 10 | 10 | 1.000 |
| 3 | 10 | 5 | 0.500 |
| 4 | 10 | 6 | 0.600 |
| 5 | 10 | 9 | 0.900 |
| 6 | 10 | 7 | 0.700 |
| 7 | 10 | 6 | 0.600 |
| 8 | 10 | 0 | 0.000 |
| 9 | 10 | 1 | 0.100 |
| 10 | 10 | 2 | 0.200 |
| 11 | 10 | 3 | 0.300 |
| 12 | 10 | 9 | 0.900 |
| 13 | 10 | 10 | 1.000 |
| 14 | 10 | 2 | 0.200 |
| 15 | 10 | 3 | 0.300 |
| 16 | 10 | 4 | 0.400 |
| 17 | 10 | 5 | 0.500 |
| 18 | 10 | 6 | 0.600 |
| 19 | 10 | 12 | 1.200 |
| 20 | 10 | 13 | 1.300 |
| 21 | 10 | 5 | 0.500 |
| 22 | 10 | 8 | 0.800 |
| 23 | 10 | 9 | 0.900 |
| 24 | 10 | 10 | 1.000 |
| 25 | 10 | 11 | 1.100 |
| المجموع | 250 | 168 | 0.672 |



شكل (٦-١٤): خريطة u لأعداد الأخطاء المطبعية في الكتب والمجلات المختارة




شكل (٦-١٥): خريطة c لأعداد الأخطاء المطبعية في الكتب والمجلات المختارة




**مثال (٦-١١):**

تقوم إدارة مصنع لدباغة جلود الأبقار بفحص عينات عشوائية من الجلود المدبوغة للتأكد من سلامتها قبل شحنها لعملائه. ولضبط ومراقبة جودة الجلد تم تحديد وحدة الفحص بـ (١٠٠) سم مربعاً نظراً لتباين أحجام الجلود. حيث يتم أخذ جلد واحد من إنتاج كل أربع ساعات وفحصه من عيوب التصنيع (الثقوب، الملمس، الخدوش، اللون.. إلخ). الجدول (٦-١٠) يوضح البيانات التي جُمعت في أحد الأسابيع. المطلوب إعداد وتفسير خريطة u.

الحل:

لإعداد خريطة u نحسب أولاً عدد وحدات الفحص ($n_i$) ومن ثم عدد العيوب في الوحدة. فعدد وحدات الفحص يساوي مساحة الجلد مقسوماً على ١٠٠ سم مربعاً (وحدة الفحص) كما موضح في العمود الرابع من الجدول، وعدد العيوب في الوحدة (نقاط الخريطة) يساوي عدد العيوب مقسوماً على عدد وحدات الفحص كما نوضح في العمود الخامس. ولحساب حدي المراقبة يتم أولاً حساب متوسط عدد العيوب في الوحدة (الخط المركزي) كما يلي:

$$\bar{u}=\frac{\sum_{i=1}^{k} c_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}=\frac{153}{2820.57}=0.05424$$

أما حدّا المراقبة فيتم حسابهما على سبيل المثال للنقطتين الأوليين كما يلي:

حد المراقبة العلوي:

$$UCL_1=\bar{u}+3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_1}}=0.05424+3\times\sqrt{\frac{0.05424}{101.15}}=0.124$$

$$UCL_2=\bar{u}+3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_2}}=0.05424+3\times\sqrt{\frac{0.05424}{112.32}}=0.120$$

حد المراقبة السفلي:

$$LCL_1=\bar{u}-3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_1}}=0.05424-3\times\sqrt{\frac{0.05424}{101.15}}=-0.015<0\Rightarrow LCL_1=0$$

$$LCL_2=\bar{u}-3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_2}}=0.05424-3\times\sqrt{\frac{0.05424}{112.32}}=-0.012<0\Rightarrow LCL_2=0$$

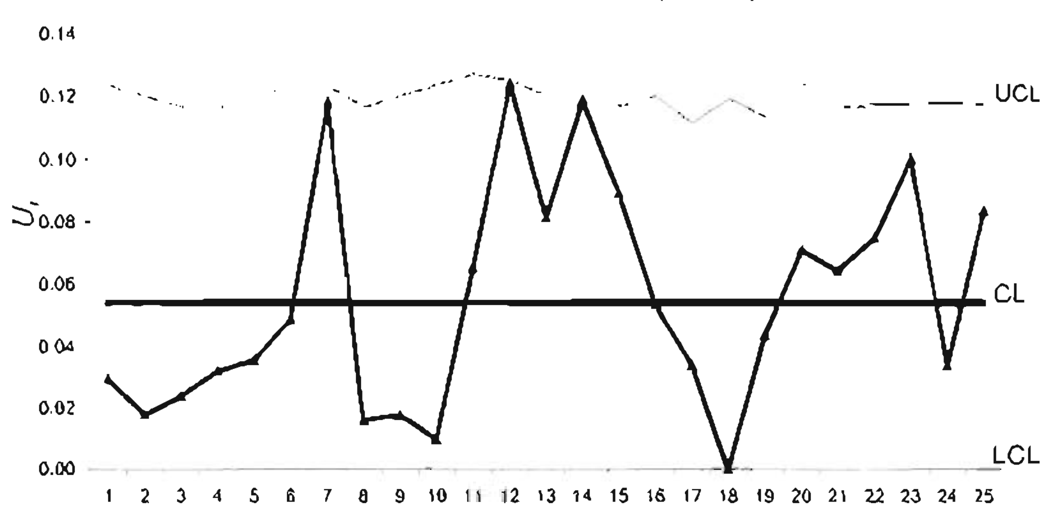
وبما أن قيمتي النقطتين الأوليين لحد المراقبة السفلي سالبة فتعتبر قيمة كل منهما صفراً عند رسم الخريطة. وبالطريقة نفسها تم حساب بقية نقاط حدي المراقبة كما موضح بالجدول (٦-١١).

ويتضح من الشكل أن جميع نقاط الخريطة تقع بين حدي المراقبة؛ مما يشير إلى أن العملية تحت المراقبة الإحصائية.

جدول (٦-١٠): الجلود المختارة وأعداد العيوب فيها وحدود المراقبة

| رقم الجلد | مساحة الجلد (سم٢) | عدد العيوب | عدد وحدات الفحص، $n_i$ | عدد العيوب في الوحدة | UCL | $\bar{u}$ | LCL | $Z_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10115 | 3 | 101.15 | 0.03 | 0.124 | 0.05 | 0.000 | -1.06 |
| 2 | 11232 | 2 | 112.32 | 0.02 | 0.120 | 0.05 | 0.000 | -1.66 |
| 3 | 12376 | 3 | 123.76 | 0.02 | 0.117 | 0.05 | 0.000 | -1.43 |
| 4 | 12423 | 4 | 124.23 | 0.03 | 0.117 | 0.05 | 0.000 | -1.06 |
| 5 | 11132 | 4 | 111.32 | 0.04 | 0.120 | 0.05 | 0.000 | -0.83 |
| 6 | 10164 | 5 | 101.64 | 0.05 | 0.124 | 0.05 | 0.000 | -0.22 |
| 7 | 10115 | 12 | 101.15 | 0.12 | 0.124 | 0.05 | 0.000 | 2.78 |
| 8 | 12420 | 2 | 124.20 | 0.02 | 0.117 | 0.05 | 0.000 | -1.83 |
| 9 | 11136 | 2 | 111.36 | 0.02 | 0.120 | 0.05 | 0.000 | -1.64 |
| 10 | 10032 | 1 | 100.32 | 0.01 | 0.124 | 0.05 | 0.000 | -1.90 |
| 11 | 9126 | 6 | 91.26 | 0.07 | 0.127 | 0.05 | 0.000 | 0.47 |
| 12 | 9625 | 12 | 96.25 | 0.12 | 0.125 | 0.05 | 0.000 | 2.97 |
| 13 | 11036 | 9 | 110.36 | 0.08 | 0.121 | 0.05 | 0.000 | 1.23 |
| 14 | 8382 | 10 | 83.82 | 0.12 | 0.131 | 0.05 | 0.000 | 2.56 |
| 15 | 12285 | 11 | 122.85 | 0.09 | 0.117 | 0.05 | 0.000 | 1.68 |
| 16 | 11135 | 6 | 111.35 | 0.05 | 0.120 | 0.05 | 0.000 | -0.02 |
| 17 | 14577 | 5 | 145.77 | 0.03 | 0.112 | 0.05 | 0.000 | -1.03 |
| 18 | 11368 | 0 | 113.68 | 0.00 | 0.120 | 0.05 | 0.000 | -2.48 |
| 19 | 13608 | 6 | 136.08 | 0.04 | 0.114 | 0.05 | 0.000 | -0.51 |
| 20 | 9840 | 7 | 98.40 | 0.07 | 0.125 | 0.05 | 0.000 | 0.72 |
| 21 | 12408 | 8 | 124.08 | 0.06 | 0.117 | 0.05 | 0.000 | 0.49 |
| 22 | 11979 | 9 | 119.79 | 0.08 | 0.118 | 0.05 | 0.000 | 0.98 |
| 23 | 11921 | 12 | 119.21 | 0.10 | 0.118 | 0.05 | 0.000 | 2.18 |
| 24 | 11718 | 4 | 117.18 | 0.03 | 0.119 | 0.05 | 0.000 | -0.93 |
| 25 | 11904 | 10 | 119.04 | 0.08 | 0.118 | 0.05 | 0.000 | 1.39 |
| | | 153 | 2820.57 | 0.05 | | | | |

شكل (٦-١٦): خريطة u لعيوب دباغة جلود البقر




**ثانياً - خريطة u المعيارية:**

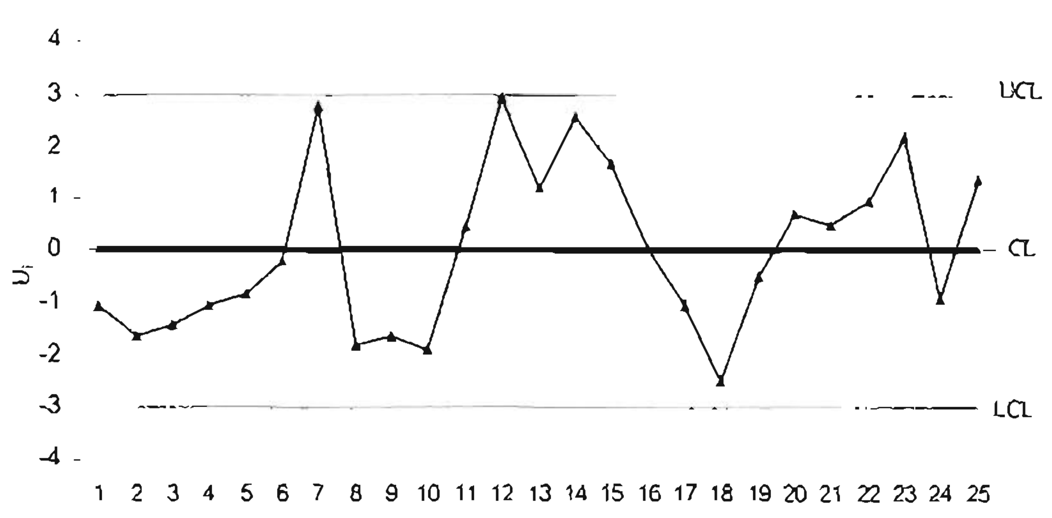
للحصول على حدي مراقبة مستقيمين نستخدم ما يعرف بخريطة u المعيارية، وذلك بتحويل عدد العيوب في الوحدة إلى قيمة معيارية لكل نقطة ومن ثم رسم الخريطة يكون فيها الخط المركزي مساوياً للصفر وحدا المراقبة العلوي والسفلي مساويين لـ +٣ و-٣ على التوالي. وعلى سبيل المثال تم حساب القيمتين المعياريتين للنقطتين الأوليين كما يلي:

$$Z_1 = \frac{u_1 - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_1}}} = \frac{0.03 - 0.05424}{\sqrt{\frac{0.05424}{30115}}} = -1.06$$

$$Z_2 = \frac{u_2 - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_2}}} = \frac{0.02 - 0.05424}{\sqrt{\frac{0.05424}{112.32}}} = -1.66$$

وبالطريقة نفسها تم حساب بقية القيم المعيارية كما موضح بالجدول (٦-١٠). ويتضح من الشكل (٦-١٧) أن جميع نقاط الخريطة تقع بين حدي المراقبة مما يشير إلى العملية تحت المراقبة الإحصائية.

شكل (٦-١٧): خريطة u المعيارية لعيوب دباغة جلود البقر




### ٦-٣-٣ خريطة المراقبة حسب تصنيف العيوب:

في خريطتي c وu تم التعامل مع عدم المطابقة أو العيب على أن مستواه ثابت في جميع الوحدات المفحوصة، غير أنه في الواقع العملي تختلف مستويات عيوب المنتج بحسب اختلاف الاستخدام؛ لذا يتم عادة تصنيف العيب حسب استخدام المنتج إلى أربعة مستويات هي:

عيوب المستوى الأول (Class A Defects): وهو عيب خطير جداً وينتج عنه استخدام غير آمن للمنتج.

عيوب المستوى الثاني (Class B Defects): وهو عيب خطير إلا أنه أقل خطورة من المستوى الأول.

عيوب المستوى الثالث (Class C Defects): وهو عيب متوسط الخطورة ويترتب عليه قصر عمر المنتج أو زيادة تكاليف التشغيل والصيانة وخلافه.

عيوب المستوى الرابع (Class D Defects): وهو عيب طفيف لا يسبب مشكلات في الاستخدام.

فمثلاً تقوم إدارة شركة لصناعة السجاد بتقسيم عيوب التصنيع إلى التالي:

عيوب المستوى الأول: وجود ثقوب كبيرة في أماكن مختلفة من السجاد.

عيوب المستوى الثاني: وجود ثقب أو ثقوب قليلة.

عيوب المستوى الثالث: وجود تشوه في الألوان.

عيوب المستوى الرابع: وجود بقع في جزء من السجاد.

ويجب الإشارة إلى أن عملية تصنيف العيوب عملية تحتاج إلى جهد كبير من قبل القائمين عليها. وتتطلب هذه العملية وضع تعريفات إجرائية دقيقة ليتم على أساسها التفريق بين مستويات العيوب. كما تتطلب عملية التصنيف تدريباً عالياً للقائمين على تحديد مستويات في الواقع العملية.

للحصول على درجة مرجحة للجودة يتم تحديد أوزان ترجيحية لهذه المستويات الأربعة. وفيما يلي الأوزان الأكثر استخداماً في الواقع العملي:

| مستوى العيب | الأول A | الثاني B | الثالث C | الرابع D |
|---|---|---|---|---|
| الوزن | ١٠٠ | ٥٠ | ١٠ | ١ |

ومن ثم فإنه يمكن أن يكون متغير مستوى العيب الكلي ($d_i$) كما يلي:

$$d_i = 100c_{iA} + 50c_{iB} + 10c_{iC} + c_{iD}$$

فإذا كان حجم المجموعة الجزئية يساوي ($n$) وحدة فحص فإن عدد العيوب في الوحدة ($u_i$) هو: $u_i = \frac{D}{n}$ ، حيث إن $D = \sum_{i=1}^{n} d_i$ يساوي عدد العيوب المرجحة في جميع وحدات الفحص. وبما أن u هو تركيب خطي لمتغيرات مستقلة تتبع توزيع بواسون، فإنه يمكن استخدام حدود المراقبة التالية:

$$UCL = 100\bar{u}_A + 50\bar{u}_B + 10\bar{u}_C + \bar{u}_D + 3\sqrt{\left[\frac{(100)^2\bar{u}_A + (50)^2\bar{u}_B + (10)^2\bar{u}_C + \bar{u}_D}{n}\right]}$$

$$CL = 100\bar{u}_A + 50\bar{u}_B + 10\bar{u}_C + \bar{u}_D \qquad (6\text{-}22)$$

$$LCL = 100\bar{u}_A + 50\bar{u}_B + 10\bar{u}_C + \bar{u}_D - 3\sqrt{\left[\frac{(100)^2\bar{u}_A + (50)^2\bar{u}_B + (10)^2\bar{u}_C + \bar{u}_D}{n}\right]}$$

### ٦-٤ خريطة مراقبة للعمليات التي ينخفض في مخرجاتها معدل حدوث العيب:

يستخدم في مثل هذه العمليات خريطة للفترات بين حدوث العيوب المتتالية. وبما أن حدوث العيب يتبع توزيع بواسون فإن الفترات بين حدوث العيوب تتبع التوزيع الأسي(Exponential distribution). وبما أن التوزيع الأُسي غير متماثل اقترح نيلسون (Nelson 1994) تحويل المتغير العشوائي الأسي إلى متغير عشوائي يتبع توزيع وايبول (Weibull random variable) والذي يمكن تقريبه بالتوزيع الطبيعي. فإذا كان y يمثل المتغير العشوائي الأُسي فإن التحويلة الملائمة له هي:

$$x = y^{1/3.6} = y^{0.2777} \qquad (6\text{-}23)$$

ومن ثم يتم إعداد خريطة المشاهدات الفردية للمتغير X الذي يتبع التوزيع الطبيعي.

## ٦-٥ مراقبة الطرف الواحد في خرائط الخواص:

تستهدف المنظمات الإنتاجية والخدمية الحصول على أقل نسب عدم مطابقة للمواصفات في منتجاتها وخدماتها. فالمنظمات الصحية مثلاً تستهدف أن يكون عدد الأخطاء الطبية أقل ما يمكن، والمصانع تستهدف أن تكون نسبة الوحدات المنتجة غير المطابقة أقل ما يمكن. وفي خرائط الخواص يتم مراقبة وضبط نسب أو عدد الوحدات غير المطابقة للمواصفات وعدد غير المطابقات. وفي هذه الخرائط لا يعتبر وقوع النقاط في الجزء السفلي من الخريطة مشكلة؛ لكونها تمثل نسب عدم مراقبة دنيا أو عدد غير مطابقات قليلاً. كما يشير وقوع نقطة/نقاط خارج حد المراقبة السفلي إلى أن تحسناً قد طرأ على العملية إذا كانت الأسباب الخاصة من وراء وقوع هذه النقاط لا تشمل أخطاء القياس أو الإدخال في الحاسب الآلي. غير أن تطبيق اختبارات الكشف عن وجود أسباب خاصة يعتمد على جميع النقاط بصرف النظر عن وقوعها في الجزء العلوي أو السفلي. فمثلاً من الاختبار الثالث – تزايد أو تناقص ست نقاط متتالية بصورة مطردة – يمكن أن تبدأ السلسلة من النصف الأسفل من الخريطة (المسافة ما بين حد المراقبة السفلي والخط المركزي) إلى أن إلى تصل النصف العلوي. لذا تستخدم في حالة مراقبة الاتجاه العلوي خريطة الجمع التراكمي بديلاً لخرائط عدم المطابقة *(p, np)* وخرائط عدم المطابقات *(c, u)*. ولإعداد الخريطة يتم حساب القيم المعيارية لنقاط الخريطة كما يلي:

القيم المعيارية لخريطة p كما يلي:

$$Z_i = \frac{\hat{p}_i - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}} \qquad (6\text{-}24)$$

والقيم المعيارية لخريطة c يلي:

$$Z_i = \frac{c_i - \bar{c}}{\sqrt{\bar{c}}} \qquad (6\text{-}25)$$

ومن ثم حساب نقاط الخريطة للاتجاه العلوي وتحديد فترة القرار حسب المعادلات (5-40)، و(5-41). ولتفسير الخريطة تتم مقارنة أي نقطة من نقاط الاتجاه العلوي بفترة القرار(H+)، فإذا كانت قيمة النقطة تزيد من قيمة فترة القرار كان ذلك مؤشراً لوجود سبب أو أسباب خاصة.

**مثال (٦-١٢):**

من بيانات المثال (٦-٨) ارسم خريطة الجمع التراكمي لعدد الأخطاء الطبية المسجلة خلال عام في أحد المستشفيات الأهلية. هل العملية (عدد الأخطاء الطبية) تحت المراقبة الإحصائية؟.

**الحل:**

لإعداد الخريطة تم تحويل قيم المشاهدات إلى قيم معيارية باستخدام المعادلة التالية:

$$Z_i = \frac{c_i - \bar{c}}{\sqrt{\bar{c}}} = \frac{c_i - 6.16667}{\sqrt{6.16667}}$$

فمثلاً القيمة المعيارية للمشاهدة الأولى هي:

$$Z_1 = \frac{8-6.16667}{\sqrt{6.16667}} = 0.7383$$

- نقاط الاتجاه العلوي للخريطة: تم حساب نقاط الخريطة للفترات الثلاث الأولى مثلاً كما يلي:

النقطة الأولى: $CU_0 = 0$

النقطة الثانية: $CU_1 = \max\left[0; CU_0 + (Z_1 - k)\right] = \max\left[0; 0 + (0.7383 - 0.5)\right] = 0.2383$

النقطة الثالثة: $CU_2 = \max\left[0; CU_1 + (Z_2 - K)\right] = \max\left[0; 0.2383 + (-0.4698 - 0.5)\right] = 0$

- فترة القرار: $H = h = 3.5$

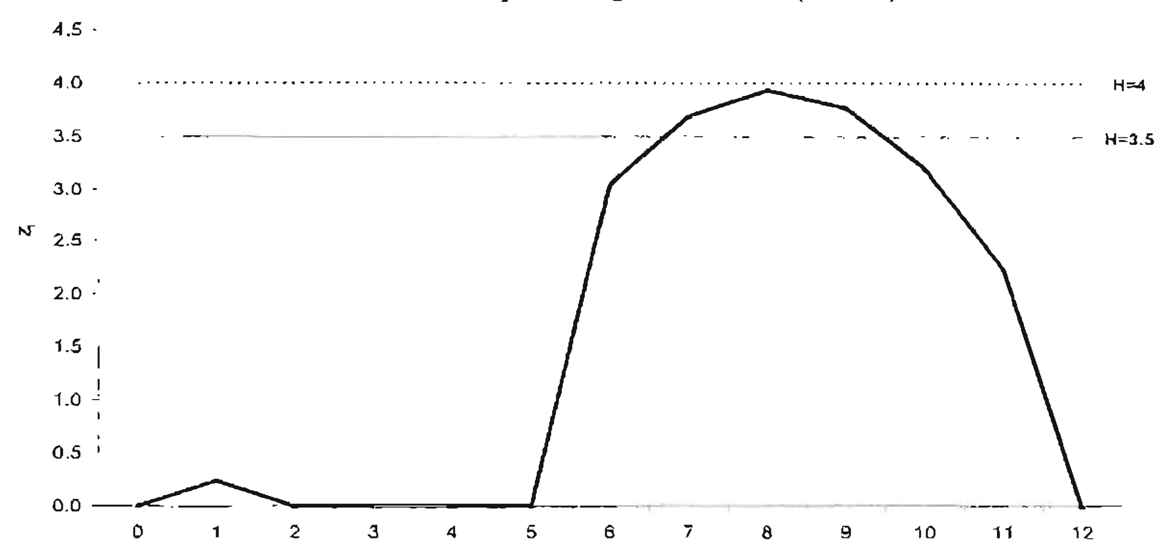
والجدول (٦-١١) يوضح الحسابات اللازمة لنقاط خريطة الجمع التراكمي المعياري لمثال الأخطاء الطبية. ويتضح من الجدول والشكل (٦-١٨) أن النقاط ٧، و٨، و٩ تزيد قيمها على قيمة فترة القرار(H=3.5)؛ مما يشير إلى أن العملية خارج المراقبة الإحصائية، حيث بدأ التغير من الشهر السادس. كما يلاحظ أنه في حالة تحديد فترة القرار بـــ (H=4) يظهر الشكل أن جميع النقاط تقع تحت خط فترة القرار.

**جدول (٦-١١): الحسابات اللازمة لنقاط خريطة الجمع التراكمي المعياري**

| +N | $CU_i$ | $Z_i - k$ | $Z_i$ | عدد الأخطاء | الشهر |
|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | | | 0 |
| 1 | 0.2383 | 0.2383 | 0.7383 | 8 | 1 |
| 0 | 0 | -0.9698 | -0.4698 | 5 | 2 |
| 0 | 0 | -2.1779 | -1.6779 | 2 | 3 |
| 0 | 0 | -1.3725 | -0.8725 | 4 | 4 |
| 0 | 0 | -0.9698 | -0.4698 | 5 | 5 |
| 1 | 3.0571 | 3.0571 | 3.5571 | 15 | 6 |
| 2 | 3.6981 | 0.6410 | 1.1410 | 9 | 7 |
| 3 | 3.9364 | 0.2383 | 0.7383 | 8 | 8 |
| 4 | 3.7719 | -0.1644 | 0.3356 | 7 | 9 |
| 5 | 3.2048 | -0.5671 | -0.0671 | 6 | 10 |
| 6 | 2.235 | -0.9698 | -0.4698 | 5 | 11 |
| 0 | 0 | -2.9833 | -2.4833 | 0 | 12 |
| | | | | $\bar{c} = 6.16667$ | |



شكل (٦-١٨): خريطة الجمع التراكمي لبيانات الأخطاء الطبية




**مثال (٦-١٣):**

من بيانات المثال (٦-٣)، الأقراص المرنة، ارسم خريطة الجمع التراكمي لنسبة عدم المطابقة التي تنتجها الشركة؟ هل العملية تحت المراقبة الإحصائية؟

**الحل:**

**أولاً:** حساب القيم المعيارية: لإعداد الخريطة تم أولاً تحويل قيم المشاهدات إلى قيم معيارية (الجدول ٦-٤).

**ثانياً:** حساب نقاط الاتجاه العلوي: تم حساب نقاط الخريطة للفترات الثلاث الأولى مثلاً كما يلي:

النقطة الأولى: $CU_0 = 0$

النقطة الثانية: $CU_1 = \max\left[0; CU_0 + \left(Z_1 - k\right)\right] = \max\left[0; 0 + \left(-0.018 - 0.5\right)\right] = 0$

النقطة الثالثة: $CU_2 = \max\left[0; CU_1 + \left(Z_2 - K\right)\right] = \max\left[0; 0 + \left(-1.201 - 0.5\right)\right] = 0$

**ثالثاً:** فترة القرار: $H = h = 4$

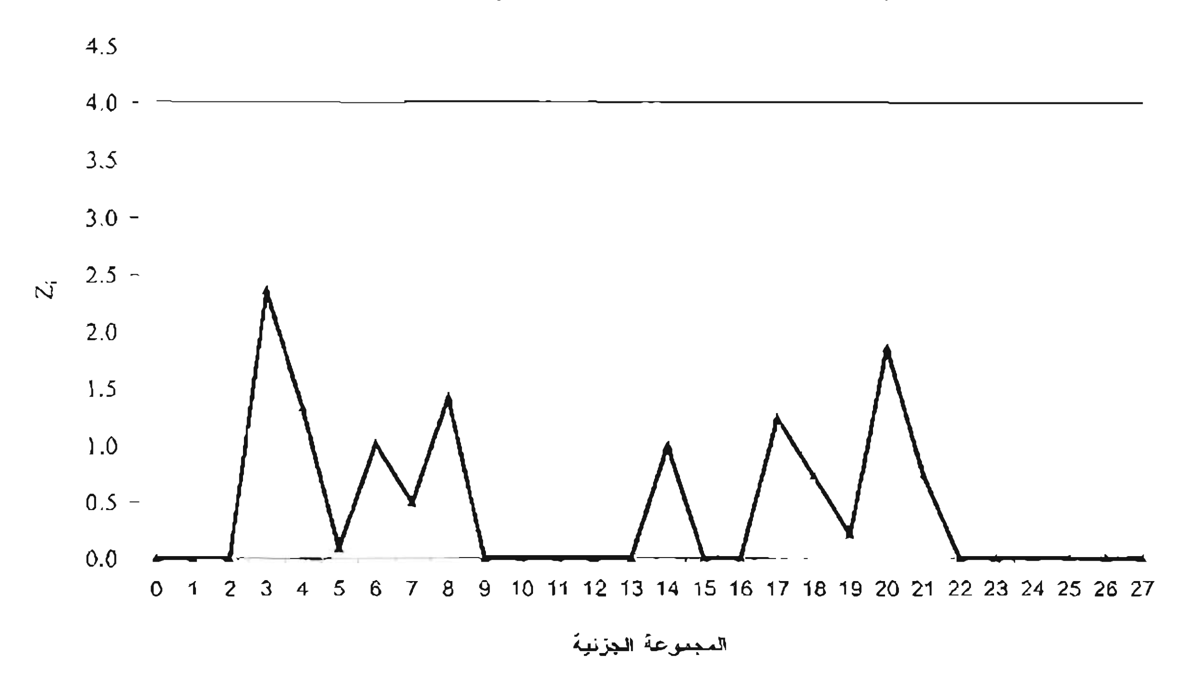
**رابعاً:** رسم الشكل (٦-١٩).

والجدول (٦-١٢) يوضح الحسابات اللازمة لنقاط خريطة الجمع التراكمي المعياري لمثال الأقراص المرنة. ويتضح من الجدول والشكل (٦-١٩) أن جميع نقاط الطرف العلوي تقع تحت خط فترة القرار(H=4)، مما يشير إلى أن العملية تحت المراقبة الإحصائية.

جدول (٦-١٢): الحسابات اللازمة لنقاط خريطة الجمع التراكمي المعياري

| العينة | $n_i$ | $D_i$ | $\hat{p}$ | $Z_i$ | $z_i - k$ | $CU_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | | | 0 |
| 1 | 50 | 2 | 0.0400 | -0.018 | -0.518 | 0 |
| 2 | 75 | 1 | 0.0133 | -1.201 | -1.701 | 0 |
| 3 | 50 | 6 | 0.1200 | 2.869 | 2.369 | 2.37 |
| 4 | 100 | 3 | 0.0300 | -0.536 | -1.036 | 1.33 |
| 5 | 50 | 1 | 0.0200 | -0.740 | -1.240 | 0.09 |
| 6 | 50 | 4 | 0.0800 | 1.426 | 0.926 | 1.02 |
| 7 | 50 | 2 | 0.0400 | -0.018 | -0.518 | 0.5 |
| 8 | 50 | 4 | 0.0800 | 1.426 | 0.926 | 1.43 |
| 9 | 75 | 1 | 0.0133 | -1.201 | -1.701 | 0 |
| 10 | 75 | 2 | 0.0267 | -0.612 | -1.112 | 0 |
| 11 | 75 | 1 | 0.0133 | -1.201 | -1.701 | 0 |
| 12 | 50 | 2 | 0.0400 | -0.018 | -0.518 | 0 |
| 13 | 75 | 2 | 0.0267 | -0.612 | -1.112 | 0 |
| 14 | 100 | 7 | 0.0700 | 1.506 | 1.006 | 1.01 |
| 15 | 100 | 1 | 0.0100 | -1.557 | -2.057 | 0 |
| 16 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.485 | -0.015 | 0 |
| 17 | 75 | 6 | 0.0800 | 1.746 | 1.246 | 1.25 |
| 18 | 25 | 1 | 0.0400 | -0.013 | -0.513 | 0.73 |
| 19 | 50 | 2 | 0.0400 | -0.018 | -0.518 | 0.22 |
| 20 | 50 | 5 | 0.1000 | 2.148 | 1.648 | 1.86 |
| 21 | 75 | 2 | 0.0267 | -0.612 | -1.112 | 0.75 |
| 22 | 100 | 1 | 0.0100 | -1.557 | -2.057 | 0 |
| 23 | 100 | 2 | 0.0200 | -1.046 | -1.546 | 0 |
| 24 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.485 | -0.015 | 0 |
| 25 | 100 | 5 | 0.0500 | 0.485 | -0.015 | 0 |
| 26 | 100 | 4 | 0.0400 | -0.026 | -0.526 | 0 |
| 27 | 100 | 4 | 0.0400 | -0.026 | -0.526 | 0 |
| | $\sum_{i=1}^{27} n_i = 2000$ | $\sum_{i=1}^{27} D_i = 81$ | $\bar{p} = 0.0405$ | | | |

شكل (٦-١٨): خريطة الجمع التراكمي لبيانات الأقراص المرنة




## ٦-٦ ملحوظات:

- لاستخدام خريطتي نسبة الوحدات غير المطابقة وعدد الوحدات غير المطابقة يجب تعريف النسبة (proportion) تعريفاً دقيقاً. فالنسبة (proportion) تحسب للخواص فقط ويكون البسط دائماً جزءاً من المقام. فنسبة الوحدات غير المطابقة هي حاصل قسمة عدد الوحدات غير المطابقة على عدد الوحدات المنتجة (المطابقة وغير المطابقة). أما في النسبة (ratio) قد يكون البسط مختلفاً من المقام وليس جزءاً منه، وربما تكون وحدات قياسهما مختلفة فضلاً عن أن البسط والمقام يمكن أن يكونا متغيرين كميين (Variables) وليست خواص (Attribute). فمثلاً يمكن حساب نسبة (ratio) الوحدات غير المطابقة لإجمالي عدد الوحدات الموزعة للعملاء. وبما أن عدد الوحدات الموزعة لا يساوي عدد الوحدات المنتجة فإن البسط ليس جزءاً من المقام. كما يمكن حساب نسبة (ratio) تكلفة إنتاج الوحدات غير المطابقة لإجمالي تكلفة الإنتاج. وعلى الرغم من أن البسط جزءٌ من المقام في هذا المثال إلا التكلفة متغير كمي وليست خاصية ناتجة عن عد. فالنسبة (proportion) هي التي لها توزيع ذو حدين وتستوفي شروط استخدام خريطتي $p$ و $np$.
- على الرغم من أن وقوع نقطة خارج حد المراقبة السفلي يوضح أن العملية في حالة عدم مراقبة، إلا أن مثل هذه الحالات قد تشير إلى أن تحسناً قد طرأ على العملية. وحتى في حالة تحديد السبب أو الأسباب الخاصة يجب أن لا تحذف هذه النقطة أو النقاط إذا كانت هذه الأسباب الخاصة لا تشمل أخطاء القياس أو

الإدخال في الحاسب الآلي. ويقترح (Mitra 1998) أن يتم تعديل العملية للحالة التي أدت إلى وقوع هذه النقاط أسفل حد المراقبة السفلي.

- في حالات كثيرة تكون قيمة حد المراقبة السفلي سالبة لخرائط نسب عدم المطابقة وعدد غير المطابقات، وبما أن نقاط الخريطة تأخذ قيماً موجبة يتم عادة تعديل حد المراقبة السفلي ليكون صفراً. ولذلك عملياً في معظم خرائط مراقبة الخواص تتكون الخريطة من الخط المركزي وحد المراقبة العلوي. لذا يتم تطبيق الاختبار الأول – وقوع نقطة خارج حدي المراقبة – في الاتجاه العلوي فقط. غير أن تطبيق الاختبارات الأخرى (أنماط واتجاهات النقاط) يعتمد على جميع النقاط بصرف النظر عن وقوعها في الجزء الأعلى أو الأسفل. فمثلاً من الاختبار الثالث – تزايد أو تناقص ست نقاط متتالية بصورة مطردة – يمكن أن تبدأ السلسلة من النصف الأسفل من الخريطة (المسافة ما بين حد المراقبة السفلي والخط المركزي) إلى أن تصل النصف العلوي.
- يجب تفسير خرائط المراقبة المبنية على قيم معيارية أو قيم معالم معروفة بحذر شديد؛ ذلك لأن تفسير هذه الخرائط قد يؤدي إلى استنتاجات خاطئة حول العملية. فمثلاً قد تظهر الخريطة حالة عدم مراقبة دون وجود سبب خاص لها.
- في حالات كثيرة تكون العملية مستقرة وتحت المراقبة، وعلى الرغم من ذلك تكون نسبة عدم المطابقة كبيرة جداً. تتطلب مثل هذه الحالات تعديلاً أساسياً في تصميم المنتج أو في المواصفات لخفض نسبة عدم المطابقة.

**تمارين الفصل السادس:**

١. يقوم قسم ضبط الجودة في مصنع للأقراص المرنة (Floppy diskette) باختيار عينة عشوائية حجمها (٨٥) قرصاً مرناً من إنتاج كل ساعة لفحصها، للتأكد من أنها صالحة للاستخدام. الجدول التالي يوضح عدد الوحدات المعيبة في أحد الأيام.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رقم العينة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| عدد الوحدات المعيبة | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 2 | 2 | 0 | 2 | 3 |
| رقم العينة | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| عدد الوحدات المعيبة | 4 | 5 | 6 | 4 | 5 | 4 | 1 | 0 | 2 | 3 | 10 | 6 |

- المطلوب إعداد خريطة نسبة عدم المطابقة (p-chart). هل العلمية تحت الضبط؟ في حالة وجود نقطة خارج حدي المراقبة، أعد رسم الخريطة باستبعاد النقطة على افتراض معرفة السبب الخاص.

٢. من بيانات سابقة لمخرجات عمليه، وجد أن نسبة المعيب (٢%). احسب حجم المجموعة الجزئية الذي يمكن استخدامه لإعداد خريطة نسبة عدم المطابقة بحيث يكون حد المراقبة السفلي موجباً.

٣. اشتق معادلة لحجم المجموعة الجزئية لخريطة عدد الوحدات غير المطابقة (np chart) بحيث يكون حد المراقبة السفلي موجباً ($LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} > 0$).

٤. لماذا تعتبر خريطة عدد الوحدات غير المطابقة (np chart) غير مناسبة في حالة اختلاف أحجام المجموعات الجزئية؟

٥. احسب حجم المجموعة الجزئية الذي استُخدم لرسم خريطة مراقبة نسبة عدم المطابقة (p-chart) خطها المركزي (٠,٢٠) وحد المراقبة العلوي (٠,٤٠).

٦. لخريطة مراقبة نسبة عدم المطابقة (p-chart) حدًا مراقبة أعلى (٠.٢٧) وأدنى (٠,٠٣) وحجم المجموعة الجزئية (80). احسب طول الدورة (ARL) لكشف التغير في نسبة عدم المطابقة إلى (p=0.18).

٧. البيانات التالية تمثل أعداد العيوب في كل (١٠٠٠) متر من سلك هاتف تم أخذه عشوائياً من إنتاج كل يوم.

حلل هذه البيانات باستخدام خريطة c؟ هل تشير نتائج التحليل إلى أن العملية تحت المراقبة الإحصائية؟

| رقم العينة | عدد العيوب | رقم العينة | عدد العيوب |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 12 | 6 |
| 2 | 1 | 13 | 9 |
| 3 | 3 | 14 | 11 |
| 4 | 7 | 15 | 15 |
| 5 | 8 | 16 | 8 |
| 6 | 10 | 17 | 3 |
| 7 | 5 | 18 | 6 |
| 8 | 13 | 19 | 7 |
| 9 | 0 | 20 | 4 |
| 10 | 19 | 21 | 9 |
| 11 | 24 | 22 | 20 |

٨. يقوم قسم الجودة بمصنع للملابس الجاهزة بفحص أُخير لإنتاجه من الملابس قبل شحنها لعملائه. حيث يتم شحن الملابس في شكل طرود؛ يحتوي الطرد الواحد على (١٢) قميصاً رجالياً. ويتم اختيار طرد واحد عشوائياً قبل الشحن كل ساعة لفحص عدد عيوب التصنيع في القميص. الجدول التالي يوضح عدد العيوب في الطرد الواحد في أحد الأيام.

| المجموعة الجزئية | عدد العيوب | المجموعة الجزئية | عدد العيوب |
|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 13 | 5 |
| 2 | 20 | 14 | 3 |
| 3 | 3 | 15 | 10 |
| 4 | 18 | 16 | 8 |
| 5 | 4 | 17 | 18 |
| 6 | 5 | 18 | 8 |
| 7 | 15 | 19 | 2 |
| 8 | 8 | 20 | 5 |
| 9 | 18 | 21 | 12 |
| 10 | 9 | 22 | 10 |
| 11 | 5 | 23 | 3 |
| 12 | 8 | 24 | 5 |

- ما التوزيع الاحتمالي لعدد العيوب في الطرد؟ حسب مقدر معلمة هذا التوزيع.

- ما نوع/أنواع خريطة المراقبة المناسبة؟ ولماذا؟ احسب حدي المراقبة والخط المركزي لخرائط المراقبة المناسبة، ثم ارسم الخريطة / الخرائط مستخدماً برنامج إكسل. هل العملية تحت المراقبة؟

٩. ينتج أحد مصانع النسيج نوعاً من أقمشة الصوف. ويقوم قسم الجودة بالمصنع بأخذ لفة (Roll) من إنتاج كل ساعة لفحصه من عيوب التصنيع. ونظراً لاختلاف أحجام اللفات التي ينتجها المصنع حدد قسم الجودة وحدة الفحص بـــ ٥٠ متراً مربعاً. والجدول التالي يوضح عدد العيوب لعدد (٢٠) لفة تم فحصها لفترة (٢٠) يوماً.

| رقم اللفة | مساحة اللفة (م٢) | عدد العيوب $x_i$ | عدد وحدات الفحص في اللفة $n_i$ | عدد العيوب في وحدة الفحص $u_i$ | حد المراقبة السفلي LCL | حد المراقبة العلوي UCL |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 468 | 17 | | | | |
| 2 | 442 | 3 | | | | |
| 3 | 437 | 13 | | | | |
| 4 | 490 | 12 | | | | |
| 5 | 472 | 16 | | | | |
| 6 | 474 | 9 | | | | |
| 7 | 465 | 11 | | | | |
| 8 | 394 | 12 | | | | |
| 9 | 447 | 11 | | | | |
| 10 | 423 | 4 | | | | |
| 11 | 451 | 4 | | | | |
| 12 | 456 | 13 | | | | |
| 13 | 484 | 16 | | | | |
| 14 | 447 | 8 | | | | |
| 15 | 435 | 9 | | | | |
| 16 | 449 | 15 | | | | |
| 17 | 458 | 17 | | | | |
| 18 | 485 | 13 | | | | |
| 19 | 422 | 10 | | | | |
| 20 | 385 | 15 | | | | |

ارسم خريطة عدد العيوب في الوحدة (u chart) بتكملة الجدول أعلاه. هل العملية تحت المراقبة الإحصائية؟

١٠. تقوم إحدى شركات صناعة ورق القصدير (foil) بإعداد خريطة مراقبة لضبط جودة المنتج النهائي. حيث تقوم الشركة باختيار ما بين (٧) إلى (١٣) لفة ورق اختياراً عشوائياً من إنتاج كل يوم لعد عيوب التصنيع. الجدول التاي يوضح عدد لفات ورق القصدير التي تم فحصها في فترة عشرين يوماً.

| اليوم | عدد لفات ورق القصدير | إجمالي عدد العيوب |
|---|---|---|
| 1 | 9 | 6 |
| 2 | 8 | 6 |
| 3 | 7 | 5 |
| 4 | 11 | 13 |
| 5 | 12 | 6 |
| 6 | 8 | 4 |
| 7 | 9 | 6 |
| 8 | 8 | 6 |
| 9 | 8 | 6 |
| 10 | 7 | 6 |
| 11 | 9 | 8 |
| 12 | 10 | 8 |
| 13 | 12 | 9 |
| 14 | 13 | 12 |
| 15 | 10 | 9 |
| 16 | 12 | 14 |
| 17 | 9 | 6 |
| 18 | 8 | 2 |
| 19 | 7 | 3 |
| 20 | 9 | 4 |

- ارسم خريطة عدد غير المطابقات (عدد العيوب) في الوحدة (u chart). هل العملية تحت الضبط؟
- ارسم خريطة u المعيارية، ثم قارن بين الخريطتين.

# الفصل السابع

# تحليل مقدرة العمليات ونظم القياس

تعتبر عملية تحديد قدرة العمليات وتقييم نظام القياس جزءاً أساسياً ومهماً من عملية التحسين المستمر للجودة. يتناول هذا الفصل في الجزء الأول أهم مؤشرات المقدرة (Capability Indices) التي تستخدم للتأكد من مدى وفاء العمليات المستقرة بالمتطلبات. ويتناول الجزء الثاني تحليل نظام القياس (Measurement System Analysis)، ويشتمل على بعض الطرق الإحصائية المستخدمة لتقييم نظم القياس.

## ٧-١ تحليل مقدرة العمليات:

### ٧-١-١ مدخل:

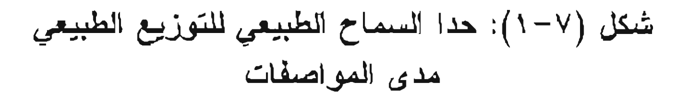
تستخدم خرائط المراقبة بصفة أساسية لمراقبة العمليات بهدف تخفيض الاختلافات في مخرجاتها. وخريطة المراقبة هي أداة تشخيصية تستخدم للكشف عن وجود أسباب خاصة بهدف القضاء عليها. وبعد تحديد الأسباب الخاصة والتخلص منها تصبح العملية مستقرة أو في حالة مراقبة إحصائية. والعملية المستقرة هي العملية التي تتصف مخرجاتها بالتجانس عبر الزمن، وتكون الاختلافات في مخرجاتها عشوائية وترجع إلى أسباب عامة فقط، وبالتالي يمكن التنبؤ بها أو بمسارها. ولكن السؤال: هل تفي العملية المستقرة بالمتطلبات المطلوب تحقيقها؟ في حالات كثيرة تكون العملية مستقرة ولكن لا تفي بالمتطلبات. لذا يتم بعد تحقيق الاستقرار تحليلٌ لمقدرة العملية للتأكد من وفائها بالمتطلبات. ويعتبر تحليل مقدرة العملية جزءاً أساسياً من برنامج تحسين الجودة الذي يهدف إلى التالي: (Montgomery 2001, p.351):

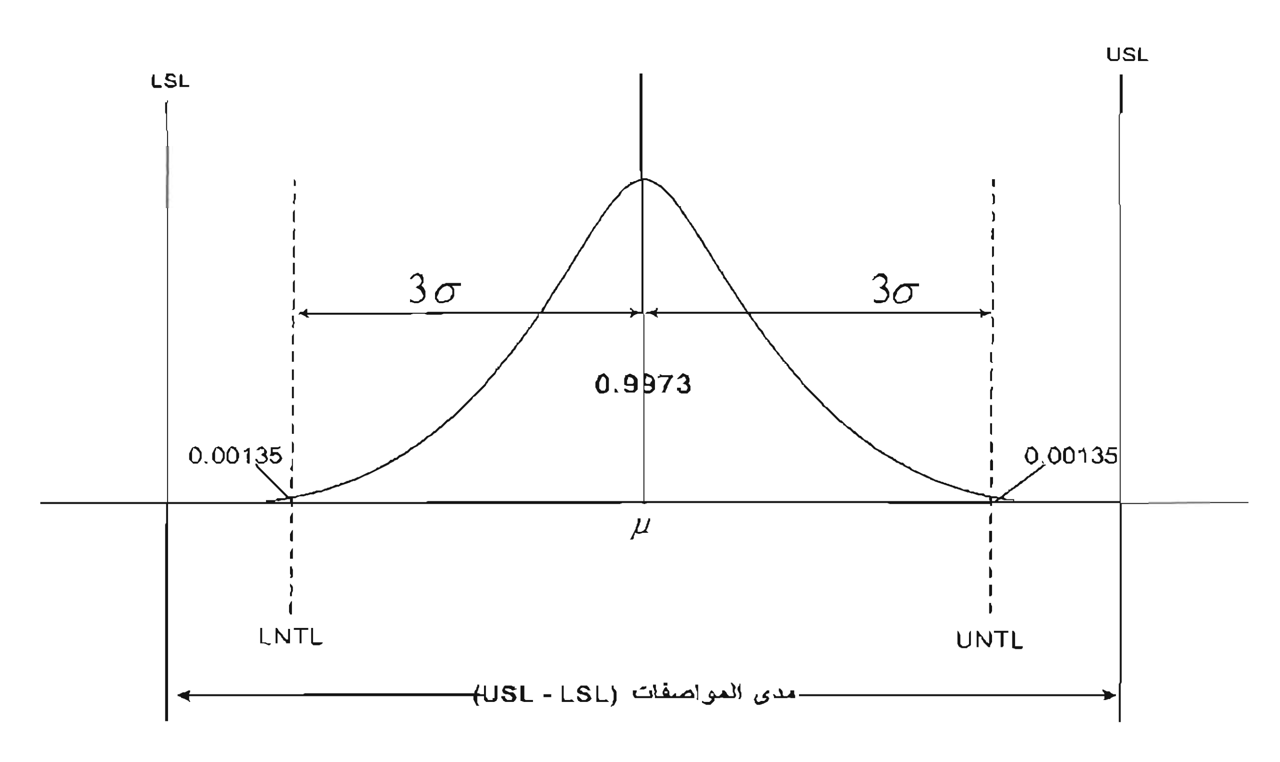
* التنبؤ بمدى مقدرة العملية لإنتاج وحدات حسب المواصفات أو احتياجات العملاء.
* مساعدة مطوري ومصممي المنتج في تعديل أو إعادة تصميم العملية عند الضرورة.
* تحديد متطلبات الأداء للآليات الجديدة.
* خفض الاختلافات في مخرجات العملية.

وتقاس مقدرة العملية بمقارنة أدائها الفعلي بالمتطلبات أو المواصفات. وتسمى العملية قادرة إذا كانت مستقرة وتوزيع مخرجاتها يتبع التوزيع الطبيعي. ورياضياً يكون تشتت مخرجات العملية في تشتت/انتشار ستة – انحرافات معيارية (Six-sigma spread). وفي هذه الحالة يقع معظم مخرجات العملية ما بين حد السماح الطبيعي العلوي (Upper Natural Tolerance Limit (UNTL) وحد السماح الطبيعي السفلي ( Lower Natural Tolerance Limit (LNTL)) ، أي ما بين:

$$LNTL = \mu - 3\sigma \quad و \quad UNTL = \mu + 3\sigma$$

وتقع (٩٩,٧٣%) من مخرجات العملية التي لها توزيع طبيعي في حدود السماح الطبيعي (الشكل ٧-١).


شكل (٧-١): حدا السماح الطبيعي للتوزيع الطبيعي
مدى المواصفات




### ٧-١-٢ مؤشرات المقدرة:

تقاس مقدرة العملية بحساب عدة مؤشرات تعرف بمؤشرات المقدرة (Capability Indices). وتعتبر هذه المؤشرات من المقاييس المهمة التي تستخدم بصورة روتينية في برامج مراقبة الجودة في معظم المنظمات. ويرجع شيوع استخدام هذه المؤشرات إلى سهولة حسابها وتفسيرها، كما أنها تستخدم لمقارنة أداء عمليات مختلفة نظراً إلى أن هذه المؤشرات تتميز بعدم وجود وحدة قياس لها.

### ٧-١-٢-١ مؤشر مقدرة العملية (Cp):

إذا كانت العملية مستقرة وتوزيع مخرجاتها يتبع التوزيع الطبيعي، فإن تشتت المخرجات يكون في مدى ستة انحرافات معيارية ($6\sigma$). ويسمى هذا المدى بتشتت العملية الفعلي (Process Spread Actual)؛ ويعرف أيضاً بصوت العملية (Voice of the process). أما المسافة بين حدي المواصفات العلوي والسفلي فيعرف بالانتشار المسموح به (Allowable Process Spread) أو الممكن قبوله في خاصية الجودة؛ ويعرف بصوت العميل (Voice of the customer). ومؤشر المقدرة ($C_p$) هو نسبة الانتشار المسموح به للانتشار الفعلي، ورياضياً يتم

حسابه حسب الصيغة التالية:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \qquad (7\text{-}1)$$

حيث إن: USL حد المواصفات العلوي، وLSL حد المواصفات السفلي، و $\sigma$ الانحراف المعياري الحقيقي لمخرجات العملية.

وفي الواقع العملي غالباً ما تكون قيمة الانحراف المعياري لمخرجات العملية مجهولة، لذا يتم تقديره من بيانات العينة، ويأخذ مؤشر مقدرة العملية $(\bar{C}_p)$ الصيغة التالية:

$$\bar{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\bar{\sigma}} \qquad (7\text{-}2)$$

حيث إن $\bar{\sigma}$ مقدر الانحراف المعياري لمخرجات العملية، ويتم حسابه باستخدام إحدى المعادلات التالية: $\bar{\sigma} = \bar{R}/d_2$ أو $\bar{s}/c_4$ في حالة المجموعات الجزئية و $\overline{MR}/d_2$ في حالة المشاهدات الفردية.

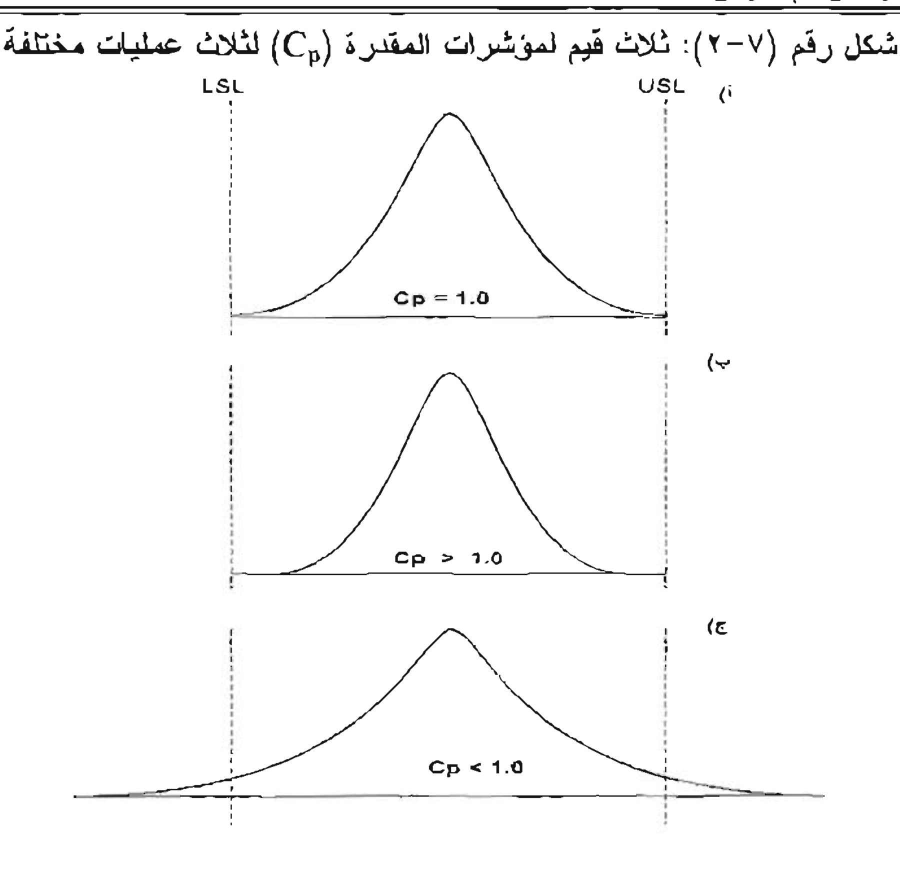
ويتم تفسير مقدرة العملية الممركزة التي تتبع مخرجاتها التوزيع الطبيعي حسب ثلاث قيم لمؤشر المقدرة $C_p$ كما يلي:

- الحالة الأولى (شكل ٧-٢-أ): قيمة المؤشر مساوية للواحد الصحيح $(C_p=1)$: وفي هذه الحالة تكون مقدرة العملية حدية بالنسبة إلى الوفاء بالمواصفات.

- الحالة الثانية (شكل ٧-٢- ب): قيمة المؤشر أكبر من الواحد الصحيح $(C_p>1)$: وفي هذه الحالة تكون العملية قادرة على الوفاء بالمواصفات الموضوعة لها. وتعتبر العملية جيدة إذا كانت قيمة المؤشر تساوي (١,٣٣) أو أكبر، القيمة التي تستهدفها معظم الشركات (Farnum 1994 p. 224 وGordon and Bill, 1996). ويعني هذا أن وقوع سماحات المواصفات في حدود ثمانية انحرافات معيارية $\left(\frac{8\sigma}{6\sigma}=1.33\right)$.

- الحالة الثالثة (شكل ٧-٢-ج): قيمة المؤشر أقل من الواحد الصحيح $(C_p<1)$: وفي هذه الحالة تكون العملية غير قادرة على الوفاء بالمتطلبات، أي أن بعضاً من مخرجاتها غير مطابقة للمواصفات الموضوعة لها.

**شكل رقم (٧-٢): ثلاث قيم لمؤشرات المقدرة ($C_p$) لثلاث عمليات مختلفة**




**مثال (٧-١):**

ينتج مصنع للمعادن مسامير (البراغي) بطول (٧) سم وحدي مواصفات علوي وسفلي (٧,٠٠) سم و(٦,٩٨) سم على التوالي. ويقوم قسم مراقبة الجودة بالمصنع بأخذ عينة عشوائية حجمها (٥) مسامير من إنتاج كل ساعة لفحصها والتأكد من مطابقتها للمواصفات. وتبين من خريطتي الوسط الحسابي والمدى أن العملية مستقرة أو تحت المراقبة (الشكل ٧-٣)، حيث بلغ الوسط الحسابي الكلي ($\bar{\bar{x}} = 6.99961$) ومتوسط قيم مدى أطوال البراغي ($\bar{R} = 0.01308333$). المطلوب: حساب مؤشر المقدرة الكامنة. هل العملية قادرة؟

**الحل:**

خريطتا الوسط الحسابي والمدى:

للتأكد من استقرار العملية تم رسم خريطتي الوسط الحسابي والمدى، حيث لا يظهر من الشكل وجود نقاط خارج حدي المراقبة أو أي اتجاهات تشير إلى أن العملية خارج المراقبة .

مؤشر المقدرة الكامنة:

تعتمد قيم مؤشرات المقدرة على صيغتي مقدر الانحراف المعياري ( $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ أو $\hat{\sigma} = \bar{S}/c_4$ ). فباستخدام مقدر الانحراف المعياري $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ نحصل على:

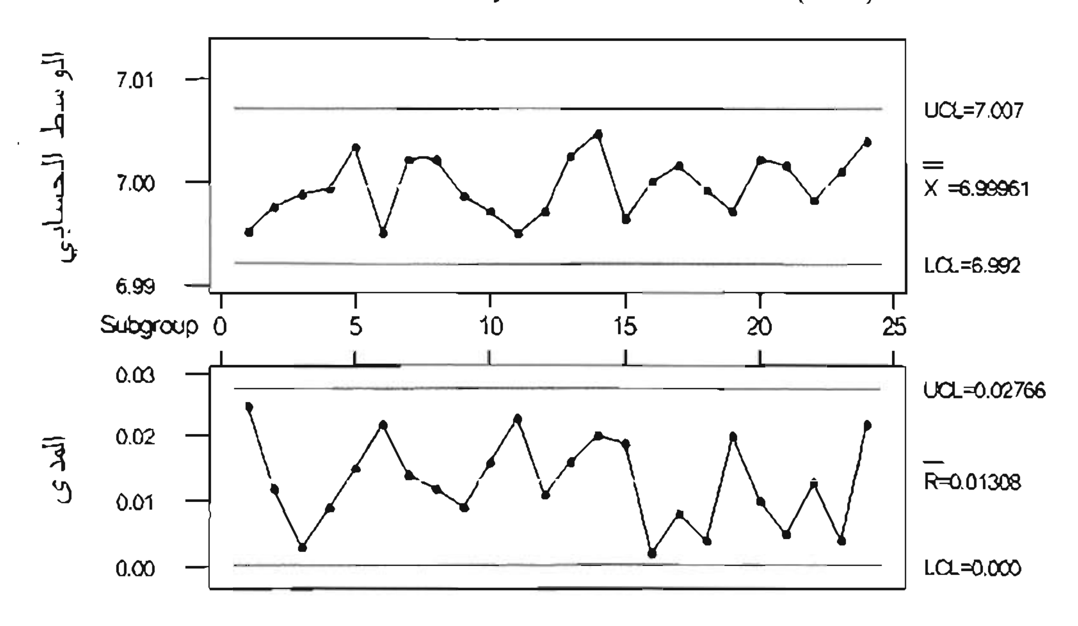
$$\hat{\sigma} = 0.01308333/_{2.326} = 0.00562482$$

ومن ثم فإن قيمة المؤشر هي:

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}} = \frac{7.02 - 6.98}{6 \times 0.00562482} = 1.185$$

وبما أن قيمة المؤشر أكبر من واحد صحيح نستنتج أن للمصنع مقدرة كامنـة علـى إنتـاج المـسامير حـسب المواصفات.

شكل (٧-٣): خريطتا الوسط الحسابي والمدى لأطوال المسامير




## ٧-١-٢-٢ مؤشر نسبة المقدرة ($C_r$):

مؤشر نسبة المقدرة ($C_r$) هو نسبة التشتت الفعلي لمخرجات العملية للمدى المسموح به، ورياضـياً يـتم حسابه بإيجاد معكوس مؤشر المقدرة ($C_p$)، أي أن:

$$C_r = \left(\frac{1}{C_p}\right) \times 100 = \left(\frac{6\sigma}{USL - LSL}\right) \times 100 \qquad (7\text{-}3)$$

ويقيس هذا المؤشر نـسبة اسـتخدام العمليـة لمـدى المواصـفات المـسموح بـه. وتـشير المعادلـة (7-3) إلى أن العلاقة بين مؤشر المقدرة ونسبة المقدرة عكسية. فمثلاً يوضح الجدول (٧-١) أن العمليات غيـر القادرة ($C_p<1$) يكون تشتت مخرجاتها أكبر من التشتت المسموح به، ومن ثم نجد أن نسبة اسـتخدامها لمـدى المواصفات المسموح به أكبر من (١٠٠%). في حين تقل هذه النسبة عن (١٠٠%) في العمليات القادرة التي تزيد قيم مؤشر المقدرة ($C_p$) فيها على واحد صحيح ($C_p>1.0$).

**جدول (٧-١): بعض قيم مؤشر المقدرة ($C_p$) وعدد الوحدات غير المطابقة والنسب المستخدمة من المواصفات**

| قيمة $C_p$ | مدى المواصفات (USL-LSL) | عدد الوحدات غير المطابقة من كل مليون وحدة | النسبة المستخدمة من المواصفات |
|---|---|---|---|
| 0.50 | 3 انحرافات معيارية | 133614.5 | 200% |
| 1.00 | 6 انحرافات معيارية | 2699.9 | 100% |
| 1.33 | 8 انحرافات معيارية | 66.1 | 75% |
| 1.50 | 9 انحرافات معيارية | 6.8 | 66.7% |
| 1.67 | 10 انحرافات معيارية | 0.6 | 60% |
| 2.00 | 12 انحراف معياري | 0.00198 | 50% |

**مثال (٧-٢):**

من المثال (٧-١)، مثال أطوال المسامير، احسب مؤشر نسبة المقدرة.

**الحل:**

$$\hat{C}_r = \left(\frac{1}{\hat{C}_p}\right) \times 100 = \frac{1}{1.18522} = 84.4\%$$

أي أن المصنع يستخدم ما نسبته (٨٤,٤%) من مدى المواصفات في صناعة المسامير، وهذا أيضاً مؤشر على أن للعملية مقدرة كامنة لإنتاج المسامير في مدى أفضل من مدى المواصفات، أي أن معظم أطوال المسامير المنتجة تقع في مدى أضيق من المدى المسموح به.

**٧-١-٢-٣ مؤشر المقدرة في حالة المواصفات ذات الطرف الواحد (One-Sided Specification):**

يعاب على مؤشر المقدرة ($C_p$) أنه يُستخدم فقط لقياس مقدرة العمليات التي لها حدّا مواصفات علوي/أعلى وسفلي/أدنى. غير أنه في حالات كثيرة تكون المواصفات الموضوعة لمنتج أو خدمة ما ذات اتجاه واحد، أي يتم عادة في هذه الحالات تحديد إما قيمة علوية أو قيمة سفلية لمخرجات العملية. وفي هذه الحالة يتم حساب مؤشر المقدرة حسب الصيغتين التاليتين:

- حالة حد مواصفة علوي:

$$C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \qquad (7\text{-}4)$$

- حالة حد مواصفة سفلي:

$$C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \qquad (7\text{-}5)$$

حيث إن:

μ الوسط الحسابي للمجتمع ويتم تقديره من بيانات العينة ($\bar{\bar{x}}$)

σ الانحراف المعياري للمجتمع ويتم تقديره من بيانات العينة ( $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ أو $\hat{\sigma} = \bar{s}/c_4$ ).

USL حد المواصفات العلوي.

LSL حد المواصفات السفلي.

### ٧-١-٢-٤ مؤشر المقدرة للعمليات غير الممركزة ($C_{pk}$):

من عيوب مؤشر مقدرة العملية ($C_p$) أنه لا يأخذ في الحسبان موقع الوسط الحسابي لمخرجات العملية بالنسبة لحدي المواصفات، إذ يقيس المؤشر التشتت المسموح به (مدى المواصفات) منسوباً للتشتت الفعلي (٦ أمثال الانحراف المعياري لمخرجات العملية). فمثلاً يتضح من الشكلين (٧-٤-أ) و(٧-٤-ب) أن أياً من العمليتين قادرتان ولكل منهما مؤشر مقدرة مساو لـ ٢,٠ ($C_p$=2.0). غير أن العملية الأولى، كما يظهر من الشكل، ممركزة بين حدي المواصفات، في حين يلاحظ أن العملية الثانية غير ممركزة؛ لأن الوسط الحسابي لمخرجاتها أقرب لحد المواصفات العلوي. ولتحديد تأثير تمركز العملية على مقدرة العملية يُستخدم مؤشر ($C_{pk}$) والذي يأخذ الصيغة التالية:

$$\begin{aligned} C_{pk} &= \min\left[C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}, C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right] \\ &= \frac{\min\{USL - \mu, \mu - LSL\}}{3\sigma} \qquad (7\text{-}6) \\ &= \frac{d - |\mu - m|}{3\sigma} \end{aligned}$$

حيث إن: $d=\frac{(USL-LSL)}{2}$ و $m=\frac{(USL+LSL)}{2}$

ويلاحظ من هذه المعادلة أنه في حالة وجود مواصفات في اتجاهين (حد علوي وحد سفلي)، فإنه يتم حساب قيمتي $C_{pu}$ و$C_{pl}$ حسب الصيغتين (٧-٤) و(٧-٥) وتؤخذ أقل القيمتين لتصبح قيمة لمؤشر $C_{pk}$. ويستشف من المعادلة، أن مؤشر $C_{pk}$ هو مؤشر مقدرة لمواصفات ذات طرف واحد لحد المواصفة الأقرب للوسط الحسابي للعملية. ويُعرف $k$، أحد دليلي المؤشر $C_{pk}$، بالعامل $k$ حيث:

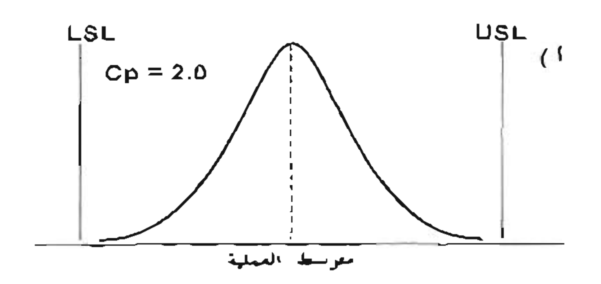
$$k = \frac{|(USL + LSL)/2 - \mu|}{(USL - LSL)/2} \qquad (7\text{-}7)$$

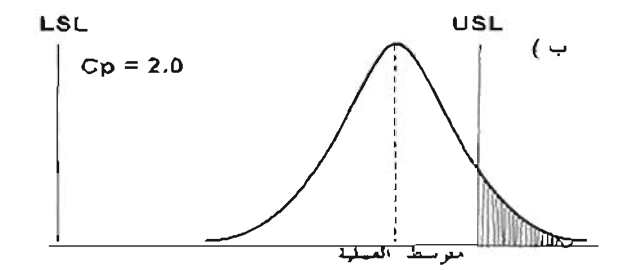
ويقيس عامل $k$ مدى بعد مركز العملية ($\mu$) من القيمة المستهدفة (نصف المسافة بين حدي المواصفات).

ويتضح من المعادلة (٧-٧) أن قيمة k تراوح ما بين الصفر والواحد الصحيح($0 \le K \le 1$) وإن العلاقة ما بين مؤشري $C_p$ و$C_{pk}$ تأخذ الصيغة التالية:

$$C_{pk} = (1-k)C_p \qquad (7\text{-}8)$$

شكل (٧-٤): مقارنة بين عمليتين لهما مؤشر مقدرة متساو ومركزان مختلفان




**ملاحظات على مؤشرات المقدرة ($C_p$) و($C_{pk}$) :**

* قيمة مؤشر المقدرة $C_{pk}$ تكون دائماً أقل من أو تساوي قيمة مؤشر المقدرة $C_p$، أي:

$$C_{pk} \le C_p \qquad (7\text{-}9)$$

* تتساوى قيمتا $C_p$ و$C_{pk}$ عندما تكون العملية ممركزة.
* تكون قيمة $C_{pk}$ أقل من $C_p$ في حالة عدم تمركز العملية (Off-center process).
* يأخذ مؤشر $C_{pk}$ القيمة صفراً عندما يكون الوسط الحسابي لمخرجات العملية مساوياً لأحد حدي المواصفات العلوي أو السفلي.
* إذا كانت قيمة مؤشر $C_{pk}$ أقل من سالب واحد ($C_{pk} < -1$) فإن ذلك يعني أن جميع مخرجات العملية تقع خارج حدود المواصفات.
* مؤشر المقدرة $C_p$ يساوي الوسط الحسابي لمؤشري المقدرة $C_{pu}$ و$C_{pl}$، أي أن:

$$C_p = \frac{1}{2}(C_{pu} + C_{pl}) \qquad (7\text{-}10)$$

* يقيس مؤشر $C_p$ المقدرة الكامنة للعملية (Potential capability) في حين يقيس مؤشر $C_{pk}$ المقدرة الفعلية للعملية (Actual capability).
* قبل تفسير مؤشري المقدرة يجب التأكد من استيفاء فرض التوزيع الطبيعي لمخرجات العملية وأن حجم العينة كبير بدرجة كافية.
* تستهدف شركة موتورولا (Motorola) في برنامج الستة سيجما أن يكون الحد الأدنى لمؤشر المقدرة الكامنة ($C_p$=2.0) والحد الأدنى لمؤشر المقدرة الفعلية ($C_{pk}$=1.5)، (Breyfogle, 2003, p.267).
* الجدول (٧-٢) يوضح القيم السفلى الموصى بها لقيم مؤشرات المقدرة حسب صفة العملية:

**جدول (٧-٢): القيم الدنيا الموصى بها لقيم مؤشرات المقدرة**

| صفة العملية | مواصفات ذات طرفين (Two-Sided Specifications) | مواصفات ذات طرف واحد (One-Sided Specifications) |
|---|---|---|
| العمليات القائمة (Existing Processes) | 1.33 | 1.25 |
| العمليات الجديدة (New Processes) | 1.50 | 1.45 |
| العمليات القائمة المتعلقة بالسلامة، المتانة، أو المعالم الحرجة | 1.50 | 1.45 |
| العمليات الجديدة المتعلقة بالسلامة، المتان، أو المعالم الحرجة | 1.67 | 1.60 |

المصدر: (Montgomery 2005, p.337)

**مثال (٧-٣):**

من بيانات المثال (٧-١)، مثال أطوال المسامير، احسب مؤشر المقدرة الفعلية ($C_{pk}$).

**الحل:**

لحساب مؤشر المقدرة ($\hat{C}_{pk}$) للعينة يتم استخدام الصيغة التالية:

$$\hat{C}_{pk}=\min\left[\hat{C}_{pu}=\frac{USL-\bar{\bar{X}}}{3\hat{\sigma}},\hat{C}_{pl}=\frac{\bar{\bar{X}}-LSL}{3\hat{\sigma}}\right]$$

ولحساب قيمة المؤشر يتم أولاً حساب ($\hat{C}_{pu}$) حيث:

$$\hat{C}_{pu}=\frac{USL-\bar{\bar{X}}}{3\hat{\sigma}}=\frac{7.02-6.99961}{3\times0.00562482}=1.208$$

وحساب ($\hat{C}_{pl}$) كما يلي:

$$\hat{C}_{pl}=\frac{\bar{\bar{X}}-LSL}{3\hat{\sigma}}=\frac{6.99961-6.98}{3\times0.00562482}=1.162$$

ومن ثم فإن قيمة المؤشر ($\hat{C}_{pk}$) هي أصغر القيمتين ($\hat{C}_{pl}$ ، $\hat{C}_{pu}$)، أي :

$$\hat{C}_{pk} = \min\left[\hat{C}_{pu} = 1.208, \hat{C}_{pl} = 1.162\right] = 1.162$$

وبما أن قيمة المؤشر أكبر من واحد صحيح نستنتج أن للمصنع مقدرة فعلية على إنتاج مسامير حسب المواصفات.

### ٧-١-٢-٥ مؤشر المقدرة[١] ($C_{pm}$):

يُستخدم مؤشر المقدرة $C_{pk}$ لقياس مقدرة العمليات غير الممركزة التي يختلف الوسط الحسابي لمخرجاتها عن القيمة المستهدفة. وعلى الرغم من ذلك يعتبر هذا المؤشر لوحده مقياساً ناقصاً لمركز العملية. فمثلاً يتضح من الشكل (٧-٥) أن لكل من العمليتين (أ) و(ب) مؤشر مقدرة مساوياً للواحد الصحيح ($C_{pk}$=1.0) ، إلا أن مركزيهما مختلفان. ولوصف مركز العملية يجب أن نقارن مؤشر $C_{pk}$ بمؤشر $C_p$، ويظهر من الشكل أن مؤشري $C_{pk}$ و$C_p$ متساويان ($C_{pk}=C_p=1.0$) في العملية "أ"، مما يشير إلى أن العملية متمركزة. في حين يتضح من الشكل أن قيمة $C_p$ أكبر من $C_{pk}$ ($C_p=2.0>C_{pk}=1.0$) للعملية "ب"، مما يوضح أن العملية غير متمركزة. ويلاحظ أن قيم المؤشر $C_{pk}$ تتزايد بتناقص قيم الانحراف المعياري لأي قيمة ثابتة للوسط الحسابي لمخرجات العملية في مدى حدي المواصفات العلوي والسفلي. لذا يعتبر هذا المؤشر مقياساً غير ملائم لقياس التمركز. ولقياس مركز العملية يستخدم مؤشر مقدرة أفضل، ويأخذ الصيغة التالية:

$$C_{pm} = \frac{\text{USL-LSL}}{6\sqrt{\sigma^2+(\mu\text{-T})^2}} = \frac{USL-LSL}{6\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i-T)^2}{N}}} \qquad (7\text{-}11)$$

حيث إن:

$\mu$　الوسط الحسابي للمجتمع ويتم تقديره من بيانات العينة ($\bar{\bar{x}}$).

$\sigma$　الانحراف المعياري للمجتمع ويتم تقديره من بيانات العينة ($\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ أو $\hat{\sigma} = \bar{S}/c_4$).

$T$　القيمة المستهدفة، وهي نصف المسافة بين حدي المواصفات ($\frac{1}{2}$(USL+LSL)).

$N$　عدد المشاهدات.

ويلاحظ أن قيمتي كلٍّ من $C_{pk}$ و$C_{pm}$ تتساوى مع قيمة مؤشر $C_p$ عندما يكون الوسط الحسابي للعملية مساوٍ للقيمة المستهدفة ($\mu$=T). وأشار بارلر ويسولوسكي (Parlar and Wesolowsky, 1999) إلى العلاقة التالية بين مؤشرات $C_{pk}$ و$C_{pm}$ و$C_p$ في حالة القيمة المستهدفة T مساوية لنصف المسافة بين حدي المواصفات $\left(T = \frac{1}{2}(USL + LSL)\right)$:

---

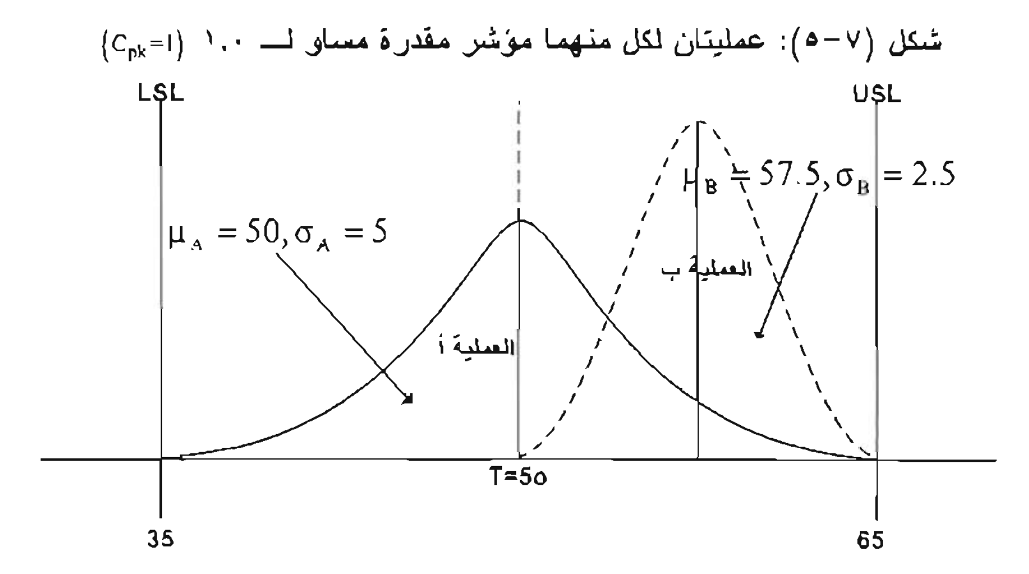
[١] للمزيد حول هذا المؤشر انظر:
Boyles (1991); Chan, Cheng and Spring (1988); Kotz and Johnson (2002); Kotz and Johnson (1993).

$$C_{pk} = C_p - \frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{C_p}{C_{pm}}\right)^2 - 1} \qquad (7\text{-}12)$$

وبإعادة ترتيب المعادلة نحصل على:

$$C_{pm} = \frac{C_p}{\sqrt{1+9(C_p - C_{pk})^2}} \Rightarrow C_p = C_{pm}\sqrt{1+9(C_p - C_{pk})^2} \qquad (7\text{-}13)$$

شكل (٧-٥): عمليتان لكل منهما مؤشر مقدرة مساو لـــ ١,٠ ($C_{pk}$=1)




المصـدر: (Montgomery 2005. p.341)

٧-١-٢-٦ مؤشر المقدرة[٧] ($C_{pmk}$):

طوَّر كل من (Pearn, Kotz, and Johnson, 1992) مؤشراً آخر قريباً من مؤشر $C_{pm}$ يعرف بالجيل الثالث (Third generation) بأخذ الصيغة التالية (Weihs and Jesseberger, 2000):

$$C_{pmk} = \frac{\min\{USL-\mu, \mu-LSL\}}{3\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}} = \frac{d-|\mu-m|}{3\sqrt{\sigma^2+(\mu-T)^2}} \qquad (7\text{-}14)$$

حيث إن: $d=\frac{(USL-LSL)}{2}$ و $m=\frac{(USL+LSL)}{2}$ . ويلاحظ أنه في حالة تمركز العملية في القيمة المستهدفة ($\mu$=T) تتساوى قيم مؤشري $C_{pmk}$ و $C_{pk}$ ، في حين تقل قيمة $C_{pmk}$ عن $C_{pk}$ في حالة اختلاف الوسط الحسابي للعملية

---

[٧] للمزيد حول هذا المؤشر انظر:
Boyles (1991); Chan, Cheng and Spring (1988); Kotz and Johnson (2002); Kotz and Johnson (1993).

عن القيمة المستهدفة ($C_{pmk} < C_{pk}$ for $\mu \neq T$) . كما يلاحظ في حالة تساوي قيم الوسط الحسابي لمخرجات العملية والقيمة المستهدفة ونصف المسافة بين حدي المواصفات($m=T=\mu$) تتساوى قيم مؤشرات المقدرة، أي أن:

$$C_p=C_{pk}=C_{pm}=C_{pmk}$$

والمعادلة التالية تصف العلاقة بين مؤشرات المقدرة الأربعة (Kotz and Johnson; 2002):

$$C_{pmk} = \frac{C_{pm} C_{pk}}{C_p} \qquad (7\text{-}15)$$

**مثال (٧-٤):**

من بيانات المثال (٧-١)، مثال أطوال المسامير، احسب قيمتي المؤشرين ($\hat{C}_{pm}$) و ($\hat{C}_{pmk}$).

**-المؤشر** ($\hat{C}_{pm}$):

بالتعويض المباشر في المعادلة (٧-١١) نحصل على:

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL\text{-}LSL}{6\sqrt{\hat{\sigma}^2+(\bar{\bar{X}}-T)^2}} = \frac{7.02-6.98}{6\times\sqrt{0.00562482^2+(6.99961-7.0)^2}} = 1.182$$

**-المؤشر** ($\hat{C}_{pmk}$):

$$\hat{C}_{pmk} = \frac{d-\left|\bar{\bar{X}}-m\right|}{3\sqrt{\hat{\sigma}^2+(\bar{\bar{X}}-T)^2}} = \frac{0.02-\left|6.99961-7.0\right|}{3\times\sqrt{0.00562482^2+(6.99961-7.0)^2}} = 1.159$$

وتشير قيمتا المؤشرين (أكبر من واحد صحيح) إلى أن للمصنع مقدرة فعلية لإنتاج مسامير حسب المواصفات.

**٧-١-٢-٧ فترات الثقة لمؤشرات المقدرة:**

ينقسم التقدير الإحصائي إلى نوعين هما: تقدير النقطة (Point Estimation) وتقدير الفترة (Interval Estimation). والتقدير بنقطة هو تقدير لمعلمة المجتمع المجهولة بقيمة واحدة فقط. فمثلاً يتم تقدير كل من مؤشرات المقدرة ($C_p$, $C_{pk}$, $C_{pm}$, $C_{pmk}$) بقيمة واحدة باستخدام المعادلات التي تم استعراضها فيما سبق. وبذلك تكون هذه المقدرات مقدرات نقطة (Point estimators). وبالطبع يختلف تقدير النقطة للمعلمة من عينة لأخرى. لذا بدلاً من الاعتماد على قيمة واحدة نستطيع حساب احتمال لمدى معين يُعرف بفترة الثقة (Confidence Interval) يحتوي على قيمة المعلمة.

**فترة الثقة لمؤشر المقدرة $C_p$:**

إذا كان توزيع خاصية الجودة يتبع التوزيع الطبيعي، فإن فترة ثقة ($1-\alpha$) لمؤشر $C_p$ يتم حسابها حسب الصيغة التالية (Montgomery 2005, p.344):

$$\hat{C}_p\sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}{n-1}} \leq C_p \leq \hat{C}_p\sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}{n-1}} \qquad (7\text{-}16)$$

حيث إن: $\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ و $\chi^2_{\alpha/2,n-1}$ هي قيم توزيع $\chi^2$ بدرجات حرية (n-1) . وتستخرج قيم توزيع $\chi^2$من جدول الملحق "٣" أو من الحاسب الآلي باستخدام برنامج ساس (SAS) أو إكسل (Excel) مثلاً. ويمثل طرف المتباينة الأيمن في المعادلة (16-7) الحد العلوي لفترة الثقة وطرف المتباينة الأيسر الحد السفلي لفترة الثقة.

**مثال (٧-٥):**

أوجد فترة ثقة (٠,٩٥) لمؤشر مقدرة كامنة ($C_p$=1.95) تم حسابه من عينة حجمها (٣٥) وحدة من مخرجات عملية مستقرة.

**الحل:**

بالتعويض في المعادلة التالية:

$$\hat{C}_p\sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}{n-1}} \le C_p \le \hat{C}_p\sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}{n-1}}$$

نحصل على التالي:

$$1.95\sqrt{\frac{\chi^2_{0.975,34}}{34}} \le C_p \le 1.95\sqrt{\frac{\chi^2_{0.025,34}}{34}}$$

$$1.95\sqrt{\frac{19.80624}{34}} \le C_p \le 1.95\sqrt{\frac{51.96602}{34}}$$

$$1.49 \le C_p \le 2.41$$

وبذلك تكون فترة الثقة للقيمة الحقيقية للمؤشر عند مستوى ثقة (٩٥%) محصورة ما بين ١,٤٩ و ٢,٤١، أي أننا واثقون بنسبة (٩٥%) بأن قيمة المؤشر الحقيقية تقع في المدى ما بين ١,٤٩ و ٢,٤١.

**مثال (٧-٦):**

تتعامل إحدى الشركات مع عدة موردين لتوفير احتياجاتها من المدخلات. ولضمان جودة المدخلات حددت الشركة أن يكون الحد السفلي لمؤشر المقدرة الكامنة لأي خاصية من خواص الجودة المهمة ($C_p$=1.5). فإذا تم أخذ عينة عشوائية حجمها (١٠٠) وحدة وتم حساب مؤشر المقدرة الكامنة لإحدى خواص الجودة فوجد أنه مساو لـ ($C_p$=1.65). افترض أن العملية مستقرة وأن الخاصية التي قياسها تتبع التوزيع الطبيعي، فهل تشير هذه البيانات إلى أن مؤشر مقدرة الخاصية يزيد على (١,٥) عند مستوى ثقة (٠,٩٥)؟ حدد مستوى الثقة التي يكون عندها حد الثقة السفلي يزيد على (١,٥).

**الحل:**

**أولاً – الإجابة عن السؤال الأول: نحسب حد الثقة السفلي كما يلي:**

$$1.65\sqrt{\frac{\chi^2_{0.95,(100-1)}}{100-1}} = 1.65\sqrt{\frac{77.05}{99}} = 1.456$$

وبما أن حد الثقة السفلي لمؤشر المقدرة (١,٤٥٦) أقل من الحد المطلوب (١,٥)، فإن المورد لا يفي بجودة المدخل المطلوبة.

**ثانياً – لتحديد مستوى الثقة التي يكون عندها حد الثقة السفلي يزيد على (١,٥) يتم التالي:**

$$1.65\sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha,100-1}}{100-1}} = 1.5 \Rightarrow \chi^2_{1-\alpha,99} = 81.82 \Rightarrow \alpha = 0.105$$

وهذا يعني أنه يمكن تأسيس مستوى ثقة عند ٨٩,٥% (٠,٨٩٥) للحصول على قيمة المؤشر المحدد (١,٥).

**فترة الثقة لمؤشر المقدرة $C_{pk}$:**

إذا كان توزيع خاصية الجودة يتبع التوزيع الطبيعي، فإن فترة ثقة $(1-\alpha)$ لمؤشر $C_{pk}$ يتم حسابها حسب الصيغة التالية (Bissel, 1990; Kushler and Hurley, 1994):

$$\hat{C}_{pk} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{1}{9n}+\frac{\hat{C}^2_{pk}}{2n-2}} \le C_{pk} \le \hat{C}_{pk} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{1}{9n}+\frac{\hat{C}^2_{pk}}{2n-2}} \qquad (7\text{-}17)$$

حيث إن: $Z_{\alpha/2}$ قيمة التوزيع الطبيعي المعياري، و n عدد المشاهدات.

**مثال (٧-٧):**

أوجد فترة ثقة (٠,٩٥) لمؤشر مقدرة فعلية ($C_{pk}$=1.66) تم حسابه من عينة حجمها (40) وحدة من مخرجات عملية ما.

**الحل:**

بالتعويض في المعادلة (7-17) نحصل على:

$$1.66 - 1.96\sqrt{\frac{1}{9\times 40}+\frac{1.66^2}{2\times 40-2}} \le C_{pk} \le 1.66 + 1.96\sqrt{\frac{1}{9\times 40}+\frac{1.66^2}{2\times 40-2}}$$
$$1.28 \le C_{pk} \le 2.04$$

وبذلك تكون فترة الثقة للقيمة الحقيقية للمؤشر عند مستوى ثقة (٩٥%) تساوي : ١,٢٨ و ٢,٠٤، أي أننا واثقون بنسبة (٩٥%) بأن قيمة المؤشر الحقيقية تقع في المدى ما بين ١,٢٨ و ٢,٠٤.

## ٧-١-٢-٨ قياس مقدرة العمليات التي يختلف توزيع مخرجاتها عن التوزيع الطبيعي:

يعتمد حساب وتفسير مؤشرات المقدرة ($C_p$, $C_{pk}$, $C_{pm}$) على فرضية أن خاصية الجودة أو مخرجات

العملية تتبع التوزيع الطبيعي. غير أنه في حالات كثيرة يكون لمخرجات العملية توزيع مختلف عن التوزيع الطبيعي. ولحساب مؤشرات مقدرة لخاصية جودة لها توزيع مختلف عن التوزيع الطبيعي يتم اتباع إحدى الطريقتين التاليتين:

١. **تحويل البيانات**: يتم تحويل متغير خاصية الجودة إلى متغير يتبع التوزيع الطبيعي، ثم يتم حساب مؤشرات المقدرة كما سبق شرحه. وتستخدم تحويلات القوة التي طورها كل من بوكس وكوكس (Box and Cox (1964) pp. 211-252) بشكل واسع للتغلب على مشكلة عدم تبعية بعض المتغيرات للتوزيع الطبيعي. حيث تأخذ هذه التحويلات الصيغة التالية:

$$X' = \begin{cases} \dfrac{X^{\lambda}-1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \ell Y & \lambda = 0 \end{cases} \qquad (7-18)$$

حيث إن:

$X'$ = المتغير X بعد إجراء التحويلة له.

$\lambda$ = معلمة تأخذ قيماً سالبة أو موجبة.

$\ell$ = اللوغاريتم الطبيعي للأساس e (e=2.718).

وفيما يلي يوضح الجدول (٧-٣) بعض التحويلات المستخدمة للحصول على طبيعية خاصية الجودة التي يظهر شكل الانتشار أن توزيعها ملتو.

**جدول (٧-٣): بعض التحويلات المستخدمة للحصول على طبيعية المتغيرات**

| قيمة$\lambda$ | التحويلة |
|---|---|
| 2.0 | $X^2$ |
| 0.5 | $\sqrt{X}$ |
| 0.0 | $\log_e X$ |
| -0.5 | $\dfrac{1}{\sqrt{X}}$ |
| -1.0 | 1/X |

**٢. استخدام مؤشرات مقدرة للتوزيعات غير الطبيعية[٣] (Nonnormal distributions).**

**مؤشر المقدرة $C_{p(q)}$:**

في حالة عدم تبعية مخرجات العملية للتوزيع الطبيعي يستخدم مؤشر مقدرة مناظر لمؤشر المقدرة الكامنة يأخذ الصيغة التالية (Montgomery 2005; p.341):

$$C_{p(q)} = \frac{USL - LSL}{P_{(0.99865)} - P_{(0.00135)}} \qquad (7\text{-}19)$$

حيث إن:

$P_{(0.99865)}$ و $P_{(0.00135)}$ هي المئين (percentile) 99.865 و 0.135 للمتغير (خاصية الجودة) على التوالي.

ومن الصيغ اللامعلمية المناظرة لمؤشر المقدرة ($C_{pk}$) التي تستخدم في مثل هذه الحالات الصيغة التالية (www.itl.nist.gov/div898/handbook):

$$C_{npk} = \min\left[\frac{USL - median}{P_{(0.995)} - median}, \frac{median - LSL}{median - P_{(0.005)}}\right] \qquad (7\text{-}20)$$

حيث إن:

Median هو وسيط المتغير (خاصية الجودة).

$P_{(0.995)}$ و $P_{(0.005)}$ هي المئين (percentile) ٩٩,٥ ،٠,٥ للمتغير (خاصية الجودة) على التوالي.

**مثال (٧-٨):**

حددت إدارة أحد المطاعم أن تُراوح فترة خدمة الزبون من دقيقة واحدة إلى (١٥) دقيقة. البيانات التالية هي فترات خدمة (٥٠) زبوناً تم أخذهم عشوائياً على مدى خمسة أيام. هل العملية (فترة خدمة الزبون) مستقرة؟ إذا كانت العملية مستقرة فهل العملية قادرة؟

[٣] للمزيد حول مؤشرات القدرة للمتغيرات التي لها توزيع يختلف عن التوزيع الطبيعي انظر:
Kotz and Lovelace (1998) , Cements (1989)

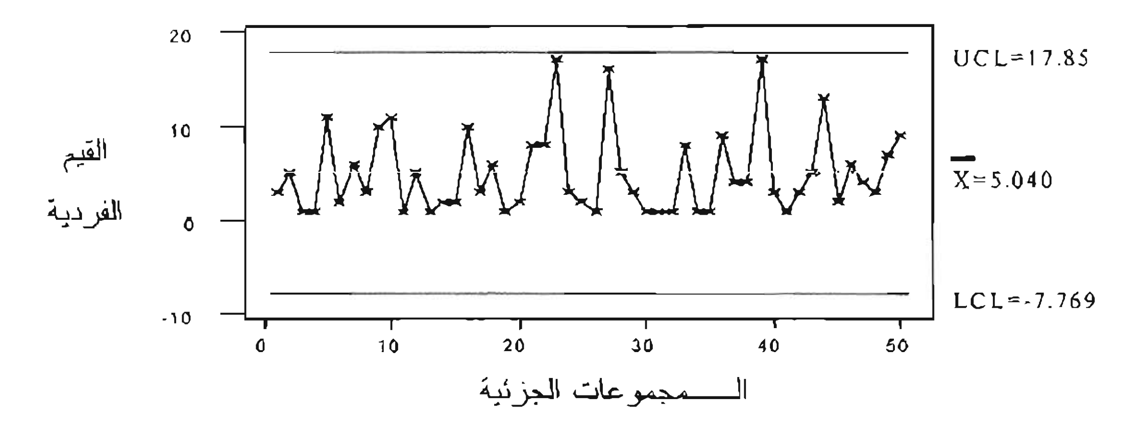
**جدول (٧-٤): فترات خدمة الزبون في أحد المطاعم (دقيقة)**

| الوقت/ اليوم: | الأول | الثاني | الثالث | الرابع | الخامس |
|---|---|---|---|---|---|
| ٨:٠٠ ص | 3 | 1 | 8 | 1 | 1 |
| ٩:٠٠ ص | 5 | 5 | 8 | 1 | 3 |
| ١٠:٠٠ ص | 1 | 1 | 17 | 8 | 5 |
| ٢:٠٠ م | 1 | 2 | 3 | 1 | 13 |
| ٣:٠٠م | 11 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| ٤:٠٠ م | 2 | 10 | 1 | 9 | 6 |
| ٧:٠٠م | 6 | 3 | 16 | 4 | 4 |
| ٨:٠٠م | 3 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| ٩:٠٠م | 10 | 1 | 3 | 17 | 7 |
| ١٠:٠٠م | 11 | 2 | 1 | 3 | 9 |

**الحل:**

للتأكد من استقرار العملية تم رسم خريطة المراقبة للمشاهدات الفردية. وبما أن جميع النقاط تقع داخل حدي المراقبة العلوي والسفلي وعدم وجود اتجاهات أو أنماط للنقاط غير عادية نستنتج أن العملية مستقرة.


**شكل (٧-٦): خريطة المشاهدات الفردية لفترات خدمة الزبون**




لاستخدام مؤشر المقدرة المناسب تم أولاً اختبار ما إذا كانت مخرجات العملية تتبع التوزيع الطبيعي أم لا؟.

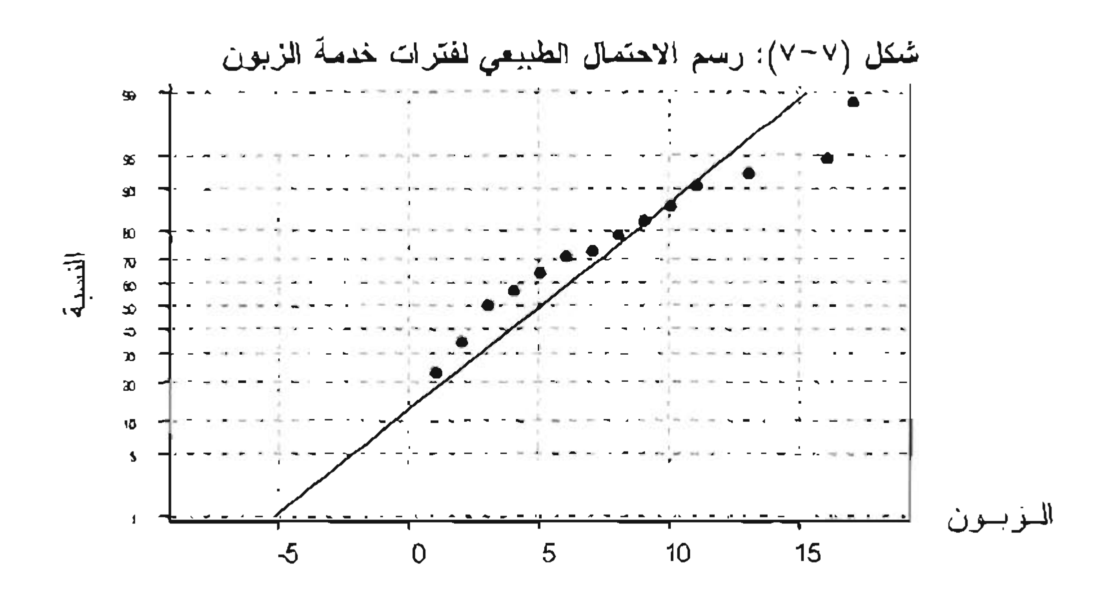
حيث صيغت الفرضية التالية:

فرض العدم ($H_0$): المتغير (فترة خدمة الزبون) يتبع التوزيع الطبيعي.

الفرض البديل ($H_1$): المتغير لا يتبع التوزيع الطبيعي.

ومن بيانات الجدول رقم (٧-٤) تم حساب معامل الارتباط الخطي البسيط بين فترات خدمة الزبون والدرجات المعيارية والذي بلغ (٠,٩٥٢). وبما أن قيمة المعامل أقل من القيمة الحرجة عند مستوى معنوية (٥%) وحجم عينة (٥٠) والبالغ (٠,٩٧٦) فإنه يوجد دليل كاف لرفض فرض العدم، ونستنتج أن المتغير لا يتبع التوزيع الطبيعي. كما يوضح رسم الاحتمال الطبيعي أن المتغير له توزيع يختلف عن التوزيع الطبيعي (انظر الشكل ٧-٧).

شكل (٧-٧): رسم الاحتمال الطبيعي لفترات خدمة الزبون




**مؤشر المقدرة اللامعلمي:**

بما أن فترات خدمة الزبون تتبع توزيعاً غير طبيعي، يمكن استخدام أحد مؤشرات المقدرة اللامعلمية كما يلي.

$$C_{p(q)} = \frac{USL-LSL}{P_{(0.99865)}-P_{(0.00135)}} = \frac{15-1}{17-1} = 0.875$$

مؤشر المقدرة $C_{npk}$

$$C_{npk} = \min\left[\frac{USL-median}{P_{(0.995)}-median}, \frac{median-LSL}{median-P_{(0.005)}}\right] = \min\left[\frac{15-3}{17-1}=0.857, \frac{3-1}{3-1}=1\right] = 0.857$$

ويلاحظ أولاً تقارب قيمتي المؤشر باستخدام أي من المعادلتين. وبما أن قيمة المؤشر في الحالتين أقل من واحد صحيح نستنتج أن العملية غير قادرة، أي أن فترات خدمة الزبون أطول من المدى المحدد بواسطة إدارة المطعم وذلك على الرغم من استقرار العملية.

**٧-١-٣ مؤشرات أداء العملية (Process Performance Indices):**

أصدرت مجموعة العمل في صناعة السيارات الأمريكية (Automotive Industry Action Group) أو المعروفة اختصاراً بـ (AIAG) والتي تتكون من ممثلين من كبرى شركات السيارات الأمريكية (Ford, General Motors, and Daimler/Chrysler) والجمعية الأمريكية للجودة (American Society for quality) دليلاً خاصاً بأساسيات الرقابة الإحصائية للعمليات (Fundamentals of Statistical Process Control) أوصت فيه باستخدام مؤشري ($C_p$ و $C_{pk}$) لقياس مقدرة العمليات المستقرة ومؤشري الأداء ($P_p$ و $P_{pk}$) لقياس مقدرة العمليات غير المستقرة. ويختلف مؤشرا الأداء عن مؤشري المقدرة في طريقة تقدير الانحراف المعياري. ففي مؤشري المقدرة يتم تقدير الانحراف المعياري (حالة $g$ مجموعة جزئية) باستخدام المقدر التالي:

$$\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$$

في حين يتم حساب مقدر الانحراف المعياري العادي لمؤشري الأداء باستخدام المقدر التالي:

$$\hat{\sigma} = S = \sqrt{\frac{1}{ng-1}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{g}\left(x_{ij} - \bar{\bar{x}}\right)^2} \qquad (7-21)$$

ويلاحظ أن مقدر الانحراف في مؤشري المقدرة يعكس الاختلافات في مخرجات العملية الناتجة عن أسباب عامة فقط. في حين يعكس الانحراف المعياري في مؤشري الأداء الاختلافات الناتجة عن الأسباب العامة والخاصة معاً. فإذا تم القضاء على اختلافات الأسباب الخاصة، فإن قيمتي كل من مؤشري المقدرة والأداء تكونان متقاربتين جداً.

وعلى الرغم من تشابه مؤشري الأداء والمقدرة من حيث المعلومات التي تقدمها، إلا أنه يتم استخدامهما لهدفين مختلفين (Kapadia, 2000). حيث يُستخدم مؤشرا الأداء للإجابة عن التساؤل التالي: "هل الوحدات المنتجة حالياً تحقق المواصفات؟" في حين يستخدم مؤشرا المقدرة للإجابة عن التساؤل التالي: "هل تحقق العملية على المدى البعيد المواصفات؟". ويستخدم مؤشرا المقدرة في حالة العمليات المستقرة فقط.

ويوصي كل من كوتز ولوفيلاس (Kotz and Lovelace 1998) ومونتجومري (Montgomery 2005, p.349) بعدم استخدام مؤشري الأداء ($P_p$, $P_{pk}$)؛ ذلك لأن حسابهما يعد خطوة متخلفة لقياس مقدرة العملية من وجهة نظرهما. ووصل الحد إلى رفض كوتز ولوفيلاس استخدام هذين المؤشرين حتى إنها أسميا هذا الاستخدام بالإرهاب الإحصائي (Statistical terrorism) (انظر Montgomery 2005, p.349). في حين يرى كل من أدلر وزاكس (Udler and Zaks, 1997) ضرورة استخدام مؤشري الأداء؛ لتلازم بعض الأسباب الخاصة للعمليات الصناعية.

**مثال (٧-٩):**

من المثال (٧-١)، مثال أطوال المسامير، احسب مؤشري الأداء ($P_p$, $P_{pk}$) علماً بأن حدي المواصفات العلوي والسفلي هما (٧,٠٢) و(٦,٩٨) سم على التوالي.

**الحل:**

لحساب مؤشري الأداء يتم أولاً حساب مقدر الانحراف المعياري كما يلي:

$$\hat{\sigma}=\sqrt{\frac{1}{ng-1}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{g}\left(X_{ij}-\bar{\bar{x}}\right)^2}=\sqrt{\frac{0.0047306}{119}}=0.006305$$

ومن ثم فإن قيمتي مؤشري الأداء يتم حسابهما كما يلي:

$$\hat{P}_p=\frac{USL-LSL}{6\hat{\sigma}}=\frac{7.02-6.98}{6\times 0.006305}=1.057$$

و

$$\begin{aligned}\hat{P}_{pk}&=\min\left[\hat{P}_{pu}=\frac{USL-\bar{\bar{X}}}{3\hat{\sigma}},\hat{P}_{pl}=\frac{\bar{\bar{X}}-LSL}{3\hat{\sigma}}\right]\\&=\min\left[\hat{P}_{pu}=\frac{7.02-6.99961}{3\times 0.00605}=1.078,\hat{P}_{pl}=\frac{6.99961-6.98}{3\times 0.00605}=1.037\right]\\&=1.037\end{aligned}$$

ويلاحظ أن قيمتي مؤشري الأداء أقل من مؤشري المقدرة المناظرة؛ لكبر حجم الانحراف المعياري العادي مقارنة بمقدر الانحراف المعياري الذي يستخدم في حساب مؤشري المقدرة.

### ٧-١-٤ معدلات عدم المطابقة:

من الطرق المستخدمة لقياس مقدرة العملية حساب معدلات عدم المطابقة في مخرجات العملية. ومعدلات عدم المطابقة هي نسبة مخرجات العملية التي لا تطابق المواصفات؛ أي نسبة مخرجات العملية التي تقع خارج حدي المواصفات العلوي والسفلي. فإذا كانت العملية مستقرة وتتوزع مخرجاتها حسب التوزيع الطبيعي فإن نسبة عدم المطابقة يمكن تقديرها باستخدام التوزيع الطبيعي حسب الصيغ التالية:

* نسبة المخرجات التي تزيد على الحد العلوي للمواصفات:

$$P(X>USL)=P\left(Z>\frac{USL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}}\right)=1-\Phi\left(\frac{USL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}}\right)\qquad(7\text{-}22)$$

* نسبة المخرجات التي تقل عن الحد السفلي للمواصفات:

$$P(X<LSL)=P\left(Z<\frac{LSL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}}\right)=\Phi\left(\frac{LSL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}}\right)\qquad(7\text{-}23)$$

* نسبة المخرجات التي لا تحقق المواصفات (أقل عن الحد السفلي للمواصفات أو أكبر من الحد العلوي):

$$P\left[X\notin(LSL,USL)\right]=1-\left\{\Phi\left(\frac{USL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}}\right)-\Phi\left(\frac{LSL-\bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}}\right)\right\}\qquad(7\text{-}24)$$

ويتم عادة تحويل الاحتمالات التي نحصل عليها من المعادلتين (٧-٢٢) و(٧-٢٣) إلى نسب مئوية. كما تتضمن مخرجات تحليل المقدرة في بعض حزم البرامج الجاهزة (SAS وMinitab) نسب مخرجات العملية غير المطابقة لحدي المواصفة العلوي والسفلي كل على حدة.

**شكل (٧-٨): نسب عدم المطابقة باستخدام التوزيع الطبيعي**




**مثال (٧-١٠):**

من المثال (٧-١)مثال أطوال المسامير، احسب نسب عدم المطابقة المتوقعة والنسب الحقيقية لعدم المطابقة؟ علماً بأن الحد العلوي للمواصفات هو (٧,٠٢) سم والحد السفلي للمواصفات هو (٦,٩٨) سم.

**الحل:**

**أولاً - حساب احتمال إنتاج مسامير أطول من حد المواصفة العلوي:**

$$P(X>7.02)=P\left(Z>\frac{7.02-6.99961}{0.00562482}\right)=1-\Phi(3.6253)=1-0.99985565=0.000144$$

أي أن احتمال إنتاج مسامير أطول من حد المواصفة العلوي (٧,٠٢ سم) هو (٠,٠٠٠١٤٤) أو ما نسبته (٠,٠١٤%)، أو إنتاج نحو (١٤٤) مسماراً أطول من (٧,٠٢) سم من كل مليون وحدة منتجة.

**ثانياً - حساب احتمال إنتاج مسامير أقصر من حد المواصفة السفلي:**

$$P(X<6.98)=P\left(Z<\frac{6.98-6.99961}{0.00562482}\right)=\Phi(-3.486)=0.000245$$

أي إن احتمال إنتاج مسامير أقصر من حد المواصفة السفلي (٦,٩٨ سم) هو (٠,٠٠٠٢٤٥) أو ما نسبته (٠,٠٢٤%)، أو إنتاج نحو (٢٤٥) مسماراً أقصر من (٦,٩٨) سم من كل مليون وحدة منتجة.

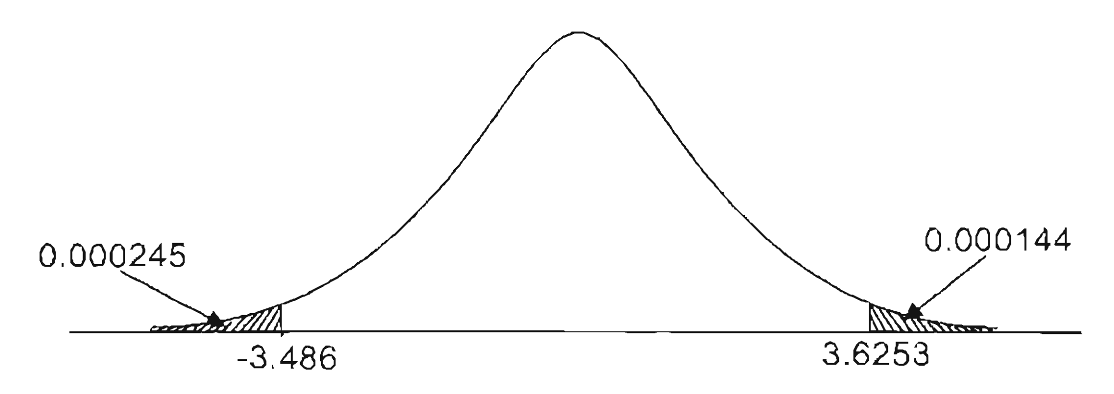
**ثالثاً - حساب احتمال إنتاج مسامير غير مطابقة للمواصفات:**

$$P\left[X\not\in(7.02,6.98)\right]=1-\{0.99985565-0.000245\}=0.000389$$

أي أن احتمال إنتاج مسامير أطول من حد المواصفة العلوي أو أقصر من حد المواصفة السفلي هو (٠,٠٠٠٣٨٩) أو ما نسبته (٠,٠٤%)، أو إنتاج (389) مسمار غير مطابق للمواصفات من كل مليون وحدة منتجة .



**شكل (٧-٩): رسم توضيحي لاحتمال إنتاج مسامير أطول أو أقصر من حدي المواصفات**




### ٧-١-٥ مقدرة العمليات للخواص:

تقاس مقدرة العمليات التي لمخرجاتها خواص جودة وصفية باستخدام مؤشرات تختلف عن مؤشرات المقدرة للمتغيرات التي تم استعراضها في الأجزاء السابقة من هذا الفصل. ومقدرة العملية **المستقرة أو تحت المراقبة الإحصائية** هي الخط المركزي (centerline) لخريطة الخواص (Besterfield 2001; p.299, Bissell 1994 pp.231-234). فمثلاً مقدرة العملية لخريطة نسبة عدم المطابقة هي متوسط نسبة الوحدات غير المطابقة ($\bar{p}$)، وبالنسبة لخريطة c تساوي الوسط الحسابي لعدد غير المطابقات في وحدات الفحص من بيانات العينة ($\bar{c}$). وتوضح المسافة بين خطي المراقبة في خريطة الصفة مدى الاختلافات في مقدرة العملية.

توجد طرق أخرى لحساب مقدرة العمليات لخواص مخرجاتها، ومن أحدثها وأهمها طريقة نظام مينيتاب (http://mathstat.carleton.ca/~help/minitab/QCPRCAPA.pdf). وفيما يلي نستعرض مؤشرات المقدرة للتوزيع الثنائي (Binomial) وتوزيع بواسون (Poisson).

**مقدرة العملية- توزيع ذي الحدين (Process Capability - Binomial):**

- <u>متوسط نسبة الوحدات غير المطابقة:</u>

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{k} D_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} \qquad (7\text{-}25)$$

ويتم حساب نسبة عدم المطابقة بضرب الكسر أعلاه في (١٠٠). وتشير النسبة القريبة من الصفر إلى مقدرة العملية على الوفاء بالمتطلبات. كما يتم عادة مقارنة نسبة الوحدات غير المطابقة بالنسبة المستهدفة لدى المنظمة.

- فترة الثقة لنسبة عدم المطابقة $(\bar{p})$ عند مستوى معنوية α :

حد الثقة السفلي (Lower bound):

$$Lb = \frac{V_1 \times F_{\alpha/2, V_1 V_2}}{V_2 + V_1 \times F_{\alpha/2, V_1 V_2}} \qquad (7\text{-}26)$$

حد الثقة العلوي (Upper bound):

$$Ub = \frac{V_3 \times F_{1-\alpha/2, V_3 V_4}}{V_4 + V_3 \times F_{1-\alpha/2, V_3 V_4}} \qquad (7\text{-}27)$$

حيث إن:

$V_1 = 2 \times \sum_{i=1}^{k} D_i$ ، $V_2 = 2 \times \left( \sum_{i=1}^{k} n_i - \sum_{i=1}^{k} D_i + 1 \right)$ ، $V_3 = 2 \times \left( \sum_{i=1}^{k} D_i + 1 \right)$ ، $V_4 = 2 \times \left( \sum_{i=1}^{k} n_i - \sum_{i=1}^{k} D_i \right)$

و $F_{\alpha/2, v_1, v_2}$ هو توزيع F بدرجتي حرية $v_1$ و$v_2$ ومستوى معنوية α.

- مؤشر المقدرة Cz:

$$C_z = -1 \times \Phi^{-1}(\bar{p}) \qquad (7\text{-}28)$$

حيث إن $\Phi^{-1}$ هو معكوس الدالة التراكمية للتوزيع الطبيعي المعياري، ويتم استخراجه من جدول التوزيع الطبيعي المعياري في الملحق (٢) أو باستخدام برنامج إكسل. وتشير قيمة المؤشر الكبيرة إلى أن العملية قادرة على الوفاء بالمتطلبات.

- فترة الثقة لمؤشر المقدرة Cz:

حد الثقة السفلي: $Lz = -1 \times \Phi^{-1}(Ub)$ (٧-٢٩)

حد الثقة العلوي: $Uz = -1 \times \Phi^{-1}(Lb)$ (٧-٣٠)

**مثال (٧-١١):**

من مثال تقويم الدورات التدريبية في أحد مراكز التدريب – مثال (٦-٢) في الفصل السادس -احسب مؤشرات مقدرة العملية.

**الحل:**

يوضح الشكل (٦-٣) أن العملية التدريبية مستقرة أو تحت المراقبة الإحصائية. وفيما يلي مؤشرات مقدرة العملية:

- متوسط نسبة الوحدات غير المطابقة:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{g} D_i}{gn} = \frac{62}{20 \times 50} = 0.062$$

أي إن (٦,٢%) من الدورات التدريبية غير مطابقة للجودة التي يستهدفها المركز، أو إن من بين كل ألـف دورة يعقدها المركز توجد (٦٢) دورة غير مطابقة.

- فترة الثقة لنسبة عدم المطابقة ( $\bar{p}$ ) عند مستوى معنوية (5%):

حد الثقة السفلي: $$Lb = \frac{V_1 \times F_{0.025;V_1;V_2}}{V_2 + V_1 \times F_{0.025;V_1;V_2}} = \frac{124 \times 0.7613}{1878 + 124 \times 0.7612} = 0.0479$$

حد الثقة العلوي: $$Ub = \frac{V_3 \times F_{0.975;V_3;V_4}}{V_4 + V_3 \times F_{0.975;V_3;V_4}} = \frac{126 \times 1.2733}{1876 + 126 \times 1.2733} = 0.0788$$

حيث إن:

$F_{0.025;124;1878} = 0.7613$، $F_{0.975;126,1876} = 1.2733$، $V_1 = 124$، $V_2 = 1878$، $V_3 = 126$، $V_4 = 1876$

- مؤشر المقدرة Cz:

$$C_z = -1 \times \Phi^{-1}(\bar{p}) = -1 \times -1.5382 = 1.5382$$

- فترة الثقة لمؤشر المقدرة Cz عند مستوى معنوية (5%):

حد الثقة السفلي: $Lz = -1 \times \Phi^{-1}(Ub) = -x1 \times -1.4133 = 1.4133$

حد الثقة العلوي: $Uz = -1 \times \Phi^{-1}(Lb) = -1 \times -1.6659 = 1.6659$

**إحصاءات المقدرة لتوزيع بواسون (Process Capability - Poisson):**

- متوسط عدد العيوب في العينة:

$$\bar{c} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^{g} c_i \qquad (7\text{-}31)$$

حيث تكون $c_i$ عدد هو عدد العيوب في العينة رقم i .

- فترة الثقة لمتوسط عدد العيوب في العينة عند مستوى معنوية (α):

حد الثقة السفلي (Lower bound): $$Lb = \frac{1}{2 \times g} \times \chi^2_{\alpha/2, v_1} \qquad (٣٢-٧)$$

حد الثقة العلوي (Upper bound): $$Ub = \frac{1}{2 \times g} \times \chi^2_{1-\alpha/2, v_2} \qquad (٣٣-٧)$$

حيث إن: $v_1 = 2 \times \sum_{i=1}^{K} c_i$، و $v_2 = 2 \times \left(\sum_{i=1}^{K} c_i + 1\right)$، و $\chi^2_{\alpha/2, v_1}$ هو توزيع مربع كاي بدرجة حرية $v_1$ ومستوى معنوية α.

- متوسط عدد العيوب في الوحدة معنوية α:

$$\overline{u} = \frac{\sum_{i=1}^{g} c_i}{\sum_{i=1}^{g} n_i} \qquad (7\text{-}34)$$

- فترة الثقة لمتوسط عدد العيوب في الوحدة عند مستوى:

حد الثقة السفلي (Lower bound): $Lb = \frac{1}{2\times\sum_{i=1}^{g} n_i} \times \chi^2_{\alpha/2,\,v_1}$ (٧-٣٥)

حد الثقة العلوي (Upper bound): $Ub = \frac{1}{2\times\sum_{i=1}^{g} n_i} \times \chi^2_{1-\alpha/2,\,v_2}$ (٧-٣٦)

**مثال (٧-١٢):**

من مثال مصنع السجاد - مثال (٦-٧) في الفصل السادس - احسب مؤشرات مقدرة العملية.

**الحل:**

يوضح الشكل (٦-١٠) أن العملية التدريبية مستقرة أو تحت المراقبة الإحصائية. وفيما يلي مؤشرات مقدرة العملية:

- متوسط عدد العيوب في العينة:

$$\overline{c} = \frac{1}{g}\sum_{i=1}^{g} c_i = 36/24 = 1.5$$

- فترة الثقة لمتوسط عدد العيوب في العينة عند مستوى معنوية (5%):

حد الثقة السفلي: $Lb = \frac{1}{2\times24} \times \chi^2_{0.025,72} = \frac{1}{2\times24} \times 50.4279 = 1.0506$

حد الثقة العلوي: $Ub = \frac{1}{2\times24} \times \chi^2_{0.975,74} = \frac{1}{2\times24} \times 99.6783 = 2.0766$

ولأن وحدة الفحص مساوية لـ (واحد سجاد ثابت) فإن متوسط عدد العيوب في العينة يساوي متوسط عدد العيوب في الوحدة، وكذلك تتساوى قيم حدي الثقة العلوي والسفلي.

## ٧-٢ تحليل مقدرة القياس:

### ٧-٢-١ تعريف وأهداف نظام القياس:

تتطلب عملية مراقبة الجودة نظام قياس (Measurement System) كفئاً وفعالاً. ونظام القياس هو عملية متكاملة للحصول على قياسات الأجزاء (المخرجات) وتحليلها للتأكد من مدى دقة نتائجها. ويتضمن نظام القياس أدوات القياس، والقائمين على عملية القياس، والطرق، والإجراءات. ويعتبر تحديد قدرة نظام القياس جزءاً مهماً وأساسياً من عملية التحسين المستمر للجودة. إذ يترتب على نظام قياس غير كفء ما يلي:

- رفض وحدات مطابقة للمواصفات أو قبول وحدات غير مطابقة للمواصفات أو كلا الأمرين.
- تقدير خاطئ لمقدرة العمليات.
- تكبد تكاليف غير ضرورية في محاولة لتحديد مشاكل العملية التي منشأها أخطاء القياس.

ويهدف تحليل نظام القياس إلى التالي (Burdick, Borror, and Montgomery, 2003):

١. تحديد حجم الاختلافات في مخرجات العملية التي تعزى للمقياس (gauge).
٢. فصل مصادر الاختلافات في النظام.
٣. تحديد قدرة المقياس لضمان دقة النتائج.

ومن خلال تحليل نظام القياس يتم الإجابة عن الأسئلة التالية:

- هل نظام القياس كفء وقادر (Adequate and capable)؟
- هل نظام القياس مستقر(Stable)؟
- هل توجد حاجة إلى تغيير أو معايرة أجهزة القياس؟
- هل توجد حاجة إلى تدريب القائمين على عملية القياس حول طرق وإجراءات القياس؟

## ٧-٢-٢ مفاهيم أساسية:

### مصادر الاختلافات:

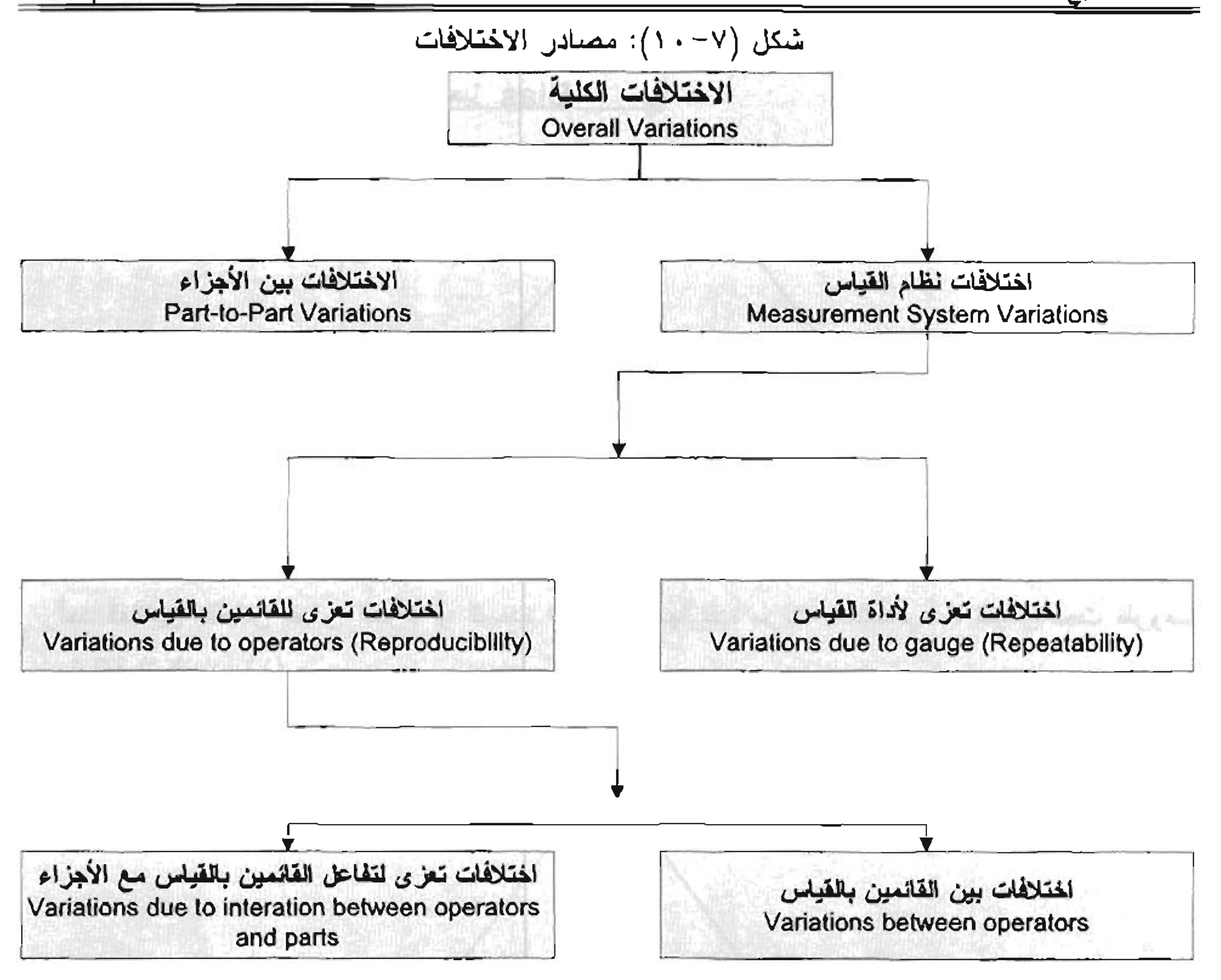
تنقسم الاختلافات في مخرجات أي عملية إلى اختلافات تعزى إلى الاختلافات في مخرجات العملية (الوحدات المنتجة) واختلافات تعزى إلى أخطاء في القياس (Measurement errors) أو ما يمكن التعبير عنه بالمعادلة التالية:

$$\sigma^2_{Total} = \sigma^2_{product} + \sigma^2_{guage} \qquad (7\text{-}37)$$

حيث تكون: $\sigma^2_{Total}$ هو التباين الكلي المُشاهد، و $\sigma^2_{product}$ هو الجزء من التباين الذي يعزى للاختلافات في الوحدات المنتجة، و $\sigma^2_{guage}$ هو الجزء من التباين الذي يعزى إلى أخطاء القياس.

وتنشأ اختلافات نظام القياس من مصدرين هما: أداة القياس والقائمين بالقياس. وتنقسم الاختلافات التي مصدرها القائمون بالقياس إلى الاختلافات بينهم أنفسهم نتيجة اختلاف مهاراتهم وخبراتهم، واختلافات تعزى إلى التأثير المشترك بين أداة القياس والقائمين بالقياس في عملية القياس (شكل ٧-١٠).

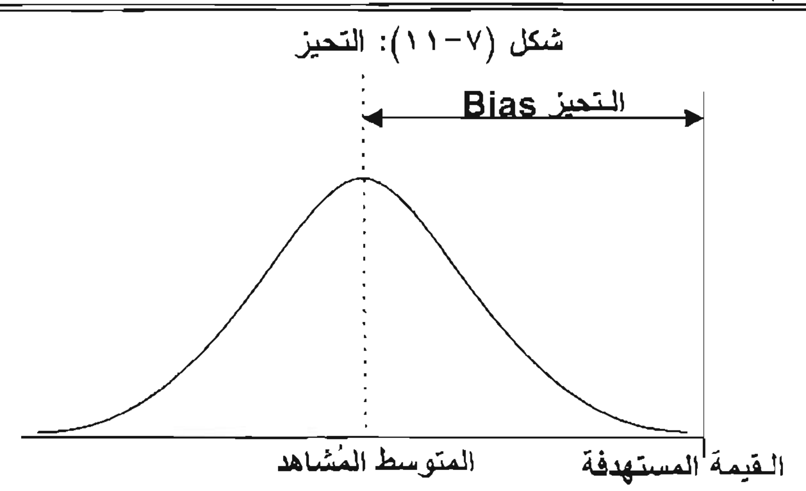
شكل (٧-١٠): مصادر الاختلافات




مصطلحات أساسية:

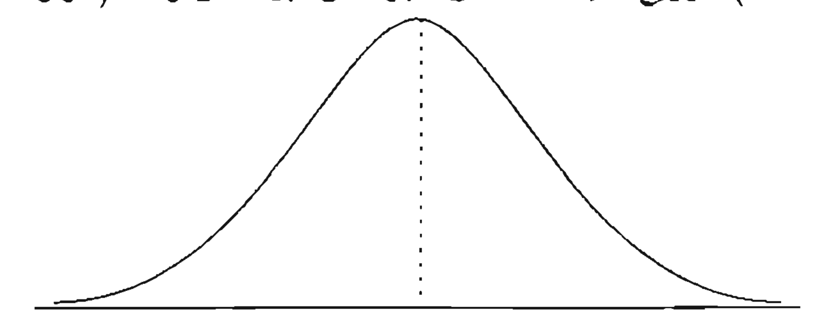
- **المقياس** (Gauge): أية أداة تستخدم للحصول على قياسات مثل مقياس درجة الحرارة (thermometer)، مايكروميتر (Micrometer)، ميزان، متر، إلخ.
- **الجزء** (Part): هو الوحدة التي يتم قياسها مثل طول قطر خرطوم، متانة سلك كهربائي...، إلخ.
- **القائم بالقياس** (Appraiser/Operator): هو الشخص الذي يقوم بالقياس، ومن المفترض أن يكون قد تم تدريبه تدريباً كافياً على عملية القياس.
- **التجربة** (Trial): هي مجموعات قياسات لجزء أو أجزاء من مخرجات عملية.
- **التحيز** (Bias): هو الاختلاف بين متوسط الأجزاء المقاسة والقيمة المرجعية أو المستهدفة (شكل ٧-١١).

**شكل (٧-١١): التحيز**



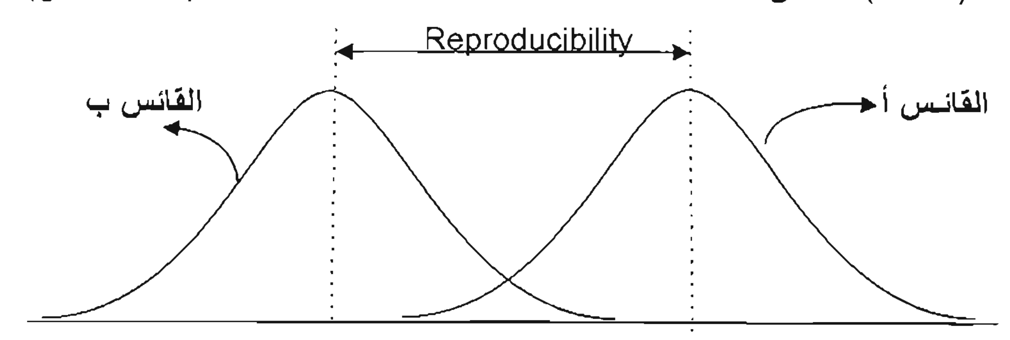

- **قابلية التكرار** (Repeatability) هي الاختلافات التي تُعزى لأداة القياس، أو الاختلافات المُشاهدة عندما يقوم أحد القائمين بالقياس بقياس الجزء أو الوحدة المنتجة نفسها عدة مرات باستخدام أداة القياس تحت ظروف متماثلة (شكل ٧-١٢).

**شكل (٧-١٢): توزيع القياسات لنفس الجزء من قبل قائس واحد (تكرار القياس)**



- **قابلية إعادة النتائج** (Reproducibility) هي الاختلافات الناتجة من قيام عدد من القائمين بالقياس بقياس الخاصية نفسها للجزء نفسه باستخدام أداة القياس نفسها تحت ظروف متماثلة (شكل ٧-١٣).

**شكل (٧-١٣): توزيع القياسات للجزء نفسه من قبل قائمين بالقياس (إعادة النتائج)**




## ٧-٢-٣ دراسة قابلية تكرار القياس وإعادة النتائج (GR&R):

تكرار القياس وإعادة النتائج (Gage Repeatability and Reproducibility (GR&R)) هو أسلوب إحصائي يهدف إلى تحديد مدى ملاءمة نظام القياس للعملية. وتوجد طريقتان لإجراء دراسة تكرار القياس وإعادة النتائج هما: طريقة المتوسط والمدى (Average and Range Method) وطريقة تحليل التباين (Analysis of Variance). وعلى الرغم من شيوع استخدام طريقة المتوسط والمدى، إلا أن طريقة تحليل التباين هي الأفضل والأكثر دقةً نظراً إلى إمكانية حساب التباين الناتج عن التأثير المشترك بين القائمين بالقياس والأجزاء على القياس. وفيما يلي خطوات الطريقتين.

### ٧-٢-٣-١ طريقة المتوسط والمدى:

**- جمع البيانات وإجراء القياس:**

لإجراء دراسة قابلية تكرار القياس وتكرار النتائج يتم اختيار أجزاء/وحدات عشوائياً من مخرجات العملية ومن ثم يتم قياس أي جزء مرتين أو ثلاث مرات من قبل اثنين أو ثلاثة من القائمين بالقياس (جدول ٧-٥). ويجب الإشارة هنا إلى أنه لا توجد طريقة إحصائية لتحديد عدد الأجزاء، والقائمين بالقياس وعدد مرات تكرار قياس الجزء. غير أن التجربة المبنية على الخبرة (Rule of thumb) أوضحت أن القيم التالية تعطي نتائج جيدة:

- أن يكون عدد الأجزاء (١٠) وحدات.
- أن يكون عدد القائمين بالقياس (Appraisers) (٢) أو(٣) قائمين بالقياس.
- أن يكون عدد مرات تكرار القياس للجزء (عدد القراءات) مرتين أو ثلاث مرات. وبصورة عامة يُفضل إجراء عدد قليل من القراءات/التجارب لعدد كبير من الأجزاء (Montgomery & Runger, 1993).

وفيما يلي الخطوات التي يُنصح باتباعها لإجراء القياس:

- معايرة أداة القياس للحصول على قياسات صحيحة ودقيقة.
- تحديد المسئول عن إدارة القياس للقيام بعملية توثيق إجراءات القياس، وترقيم الأجزاء وتسجيل القراءات.

- اختيار القائمين بالقياس من ذوي الخبرة والممارسين لعملية القياس.
- اختيار عينة عشوائية من الأجزاء بحيث تكون صادقة وممثلة للوحدات المنتجة. فمثلاً يُمكن أخذ وحدات من إنتاج أيام مختلفة ولمناوبات مختلفة أيضاً.
- أن يتم قياس الأجزاء بصورة عشوائية، فمثلاً أن يتم قياس الأجزاء من قبل القائم بالقياس الأول في المرة الأولى بالترتيب التالي: (٦،٢،١٠،٩،٥، ٤، ٣، ٧، ١، ٨)، وفي المرة الثانية بالترتيب التالي:(٨،١،١٠،٩،٥، ٤، ١، ٧، ٢، ٣). ويفضل استخدام الأرقام العشوائية (Random Numbers) لتحديد ترتيب الأجزاء. كما يُفضل أن يكون القائم بالقياس غير ملم برقم الجزء الذي يقوم بقياسه لتجنب أي تحيز محتمل.

**جدول (٧-٥): نموذج جمع البيانات لدراسة تكرار القياس وإعادة النتائج**

(حالة عشرة أجزاء، وثلاثة قائمين بالقياس، وثلاث قراءات)

| رقم الجزء | القائم بالقياس ١ | | | القائم بالقياس ٢ | | | القائم بالقياس ٣ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | القراءة١ | القراءة٢ | القراءة٣ | القراءة١ | القراءة٢ | القراءة٣ | القراءة١ | القراءة٢ | القراءة٣ |
| ١ | | | | | | | | | |
| ٢ | | | | | | | | | |
| ٣ | | | | | | | | | |
| ٤ | | | | | | | | | |
| ٥ | | | | | | | | | |
| ٦ | | | | | | | | | |
| ٧ | | | | | | | | | |
| ٨ | | | | | | | | | |
| ٩ | | | | | | | | | |
| ١٠ | | | | | | | | | |

**- حساب تكرار القياس وإعادة النتائج:**

تتلخص طريقة حساب تكرار القياس وإعادة النتائج في ثلاث خطوات هي: أولاً حساب الانحراف المعياري لمصادر الاختلافات، وثانياً حساب نسبة مساهمة أية مصدر من التباين الكلي، وثالثاً: تفسير نتائج التحليل.

**أولاً - حساب مقدرات الانحراف المعياري:**

- تكرار القياس (Repeatability):

$$S_{EV} = \frac{\bar{\bar{R}}}{d_2} \qquad (7-38)$$

حيث إن:

$\bar{\bar{R}}$ متوسط قيم مدى قراءات القائمين بالقياس لجميع الأجزاء.

$d_2$ ثابت يُحسب قيمته من جدول الملحق (٨) حسب قيمتي Z (عدد الأجزاء×عدد القائمين بالقياس) و W (عدد مرات تكرار القياس (عدد القراءات)).

– قابلية إعادة النتائج (Reproducibility):

$$S_{AV}=\sqrt{\left(\frac{\bar{X}_{range}}{d_2}\right)^2-\frac{S_{EV}^2}{n\times b}} \qquad (7\text{-}39)$$

$\bar{x}_{range}$ متوسط قيم المدى ويتم حسابه كما يلي:

- حساب متوسط جميع القياسات لكل قائم بالقياس على حده وتحديد أصغر متوسط وأكبر متوسط.
- حساب قيم مدى القراءات للأجزاء للقائم بالقياس ذي المتوسط الأصغر والقائم بالقياس ذي المتوسط الأكبر كل على حدة.
- حساب متوسط قيم المدى للقائمين بالقياس.

$d_2$ ثابت يُحسب قيمته من جدول الملحق (٨) حسب قيمتي Z ويساوي واحداً و W ويساوي عدد القائمين بالقياس.

b عدد الأجزاء

n عدد مرات تكرار القياس (عدد القراءات).

– تكرار القياس وإعادة النتائج (R&R):

$$R\,\&\,R=\sqrt{S_{EV}^2+S_{AV}^2} \qquad (7\text{-}40)$$

–الأجزاء:

$$S_p=\frac{R_p}{d_2} \qquad (7\text{-}41)$$

$R_p$ مدى الأجزاء ويتم حسابه كما يلي:

- حساب متوسط جميع القياسات لكل جزء على حدة.
- حساب المدى من متوسطات الأجزاء.

$d_2$ ثابت يُحسب قيمته من جدول الملحق (٨) حسب قيمتي Z ويساوي واحد و W ويساوي عدد الأجزاء.

–الانحراف المعياري الكلي:

$$S_T=\sqrt{R\,\&\,R^2+V_p^2} \qquad (7\text{-}42)$$

**ثانياً – نسب مساهمة مصادر الاختلافات:**

لتحديد مصادر الاختلافات يتم حساب نسبة تباين أي مصدر للتباين الكلي. والجدول (٧-٦) يوضح مصادر الاختلافات ونسب مساهمتها محسوباً من التباين والانحراف المعياري على التوالي.

جدول (٧-٦): مصادر الاختلافات ونسب مساهمتها – طريقة المتوسط والمدى

| مصدر الاختلافات | التباين | نسبة المساهمة المئوية | الانحراف المعياري | نسبة المساهمة* |
|---|---|---|---|---|
| قابلية تكرار القياس وإعادة النتائج (Gage R&R) | $S^2_{R\&R}$ | $\frac{S^2_{R\&R}}{S^2_T}\times 100$ | $S_{R\&R}$ | $\frac{S_{R\&R}}{S_T}\times 100$ |
| قابلية التكرار (Repeatability) | $S^2_{EV}$ | $\frac{S^2_{EV}}{S^2_T}\times 100$ | $S_{EV}$ | $\frac{S_{EV}}{S_T}\times 100$ |
| قابلية إعادة النتائج (Reproducibility) | $S^2_{AV}$ | $\frac{S^2_{AV}}{S^2_T}\times 100$ | $S_{AV}$ | $\frac{S_{AV}}{S_T}\times 100$ |
| من جزء لآخر (Part-to-Part) | $S^2_P$ | $\frac{S^2_P}{S^2_T}\times 100$ | $S_P$ | $\frac{S_P}{S_T}\times 100$ |
| الكلي (Total) | $S^2_T$ | $\frac{S^2_T}{S^2_T}\times 100$ | $S_T$ | $\frac{S_T}{S_T}\times 100$ |

* مجموع النسب لا يساوي ١٠٠%

## ثالثاً – تفسير النتائج:

### – نسبة تكرار القياس وإعادة النتائج:

تستخدم نسب مساهمة مصادر الاختلافات لتقييم نظام القياس. والوضع الأمثل هو أن تكون نسبة مساهمة الاختلافات بين الأجزاء كبيراً وأن تكون نسبة مساهمة تكرار القياس وإعادة النتائج ضئيلة. وعندما تكون نسبة مساهمة الاختلافات بين الأجزاء كبيرة يكون نظام القياس قادراً على التمييز بين الأجزاء. والجدول (٧-٧) يوضح مستوى كفاءة نظام القياس بحسب نسب تكرار القياس وإعادة النتائج.

جدول (٧-٧): تفسير نسب تكرار القياس وإعادة النتائج

| % تكرار القياس وإعادة النتائج (% التباين) | % تكرار القياس وإعادة النتائج (% الانحراف المعياري) | مستوى نظام القياس |
|---|---|---|
| ١% فأقل | ١٠% فأقل | نظام القياس كفء |
| ١% إلى ٩% | ١٠% إلى ٣٠% | نظام القياس مقبول |
| ٩% فأكبر | ٣٠% فأكبر | نظام القياس غير مقبول |

المصادر : AIAG 2002; p.77، Barrentine (1991)

### – عدد الفئات المميزة (Number of Distinct Categories (NDC)):

يعتبر عدد الفئات المميزة من المؤشرات المهمة التي تستخدم في تقييم نظام القياس. وعدد الفئات المميزة هو عدد مجموعات الأجزاء المقاسة التي يستطيع نظام القياس تمييزها. فمثلاً إذا تم قياس (١٠) وحدات من

مخرجات عملية ما وكان عدد الفئات المميزة مساوياً لـ (٢)، فهذا يعني أن المقياس لا يستطيع كشف الاختلافات الدقيقة بين الأجزاء؛ فإذا كان المقياس مُحكماً ودقيقاً فإنه بالإمكان تمييز أكثر من مجموعتين. ويتم حساب عدد الفئات المميزة حسب الصيغة التالية (Minitab 2003, p.1-14):

$$NDC = \frac{S_P}{S_{R\&R}} \times \sqrt{2} \qquad (7\text{-}43)$$

حيث يتم تقريب حاصل المعادلة إلى عدد صحيح بتجاهل الكسر. ويشير عدد الفئات المميزة الذي يقل عن (٢) إلى أن نظام القياس لا يميز بين الأجزاء المقاسة. وأما عدد الفئات المميزة الذي يساوي (٢) فيوضح أن نظام القياس يستطيع تقسيم الأجزاء إلى مجموعتين فقط. وبصورة عامة يعتبر نظام القياس ملائماً إذا كان عدد الفئات المميزة مساوياً لـ (٥) أو أكبر منه (Minitab 2003, p. 1-14).

- **مؤشر نسبة مقدرة المقياس (Gauge Capability Ratio (GCR)):**

إن نسبة مقدرة المقياس هي أحد المؤشرات الأساسية التي تستخدم لتقييم نظام القياس. ومعدل قدرة المقياس هو نسبة المدى الطبيعي للانحراف المعياري لنظام القياس إلى مدى مواصفات خاصية الجودة المقاسة. ويأخذ المعدل الصيغة التالية (Vardeman and Vanvalkenburg, 1999):

$$GCR = \frac{6 \times S_{R\&R}}{USL - LSL} \qquad (7\text{-}44)$$

حيث إن :

6 هو عدد الانحرافات المعيارية ويمثل مدى السماح الطبيعي لخاصية الجودة التي تتبع التوزيع الطبيعي.

$S_{R\&R}$ الانحراف المعياري للقياس (لتكرار القياس وإعادة النتائج).

وحسب مونتجومري ورنجر (Montgomery & Runger, 1993) فإن قيم نسبة قدرة المقياس التي تساوي أو تقل عن (٠,١) تشير إلى أن نظام القياس ملائماً.

**مثال (٧-١٣):**

يقوم قسم مراقبة الجودة بمصنع للخراطيم بتقييم نظام القياس بصفة دورية. حيث يتم اختيار عشرة أجزاء بصورة عشوائية واختيار إحدى الخواص لقياسها بواسطة ثلاثة قائمين بالقياس. الجدول (٧-٨) يوضح بيانات أقطار عشرة خراطيم مختارة عشوائياً تم قياسها من قبل ثلاثة قائمين بالقياس (أحمد، وأبوبكر، وعمر) قام كل واحد منهم بقياس أية خرطوم مرتين بترتيب عشوائي في كل مرة. استخدم طريقة المتوسط والمدى لحساب تكرار القياس وتكرار النتائج. هل تشير النتائج إلى أن نظام القياس سليم؟

**جدول (٧-٨): بيانات أقطار الخراطيم بالمليمتر**

| رقم الخرطوم | أحمد | | أبوبكر | | عمر | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | القراءة١ | القراءة٢ | القراءة١ | القراءة٢ | القراءة١ | القراءة٢ |
| 1 | 9.65 | 9.60 | 9.55 | 9.55 | 9.85 | 9.55 |
| 2 | 10.00 | 10.00 | 10.05 | 9.95 | 10.05 | 10.00 |
| 3 | 9.85 | 9.80 | 9.80 | 9.75 | 9.80 | 9.80 |
| 4 | 9.85 | 9.95 | 9.80 | 9.75 | 9.80 | 9.80 |
| 5 | 9.55 | 9.45 | 9.40 | 9.40 | 9.45 | 9.50 |
| 6 | 10.00 | 10.00 | 10.00 | 10.05 | 10.00 | 10.05 |
| 7 | 9.95 | 9.95 | 9.95 | 9.90 | 9.95 | 9.95 |
| 8 | 9.85 | 9.80 | 9.75 | 9.70 | 9.80 | 9.80 |
| 9 | 10.00 | 10.00 | 10.00 | 9.95 | 10.05 | 10.05 |
| 10 | 9.60 | 9.70 | 9.55 | 9.50 | 9.85 | 9.80 |

**الحل:**

لحساب تكرار القياس وإعادة النتائج تم اتباع الخطوات التالية:

**أولاً - حساب مقدرات الانحراف المعياري:**

- قابلية التكرار (Repeatability):

لحساب الانحراف المعياري يتم أولاً حساب قيم المدى لقياسات كل قائم بالقياس في القراءة الأولى والثانية لجميع الخراطيم (جدول ٧-٩).

**جدول (٧-٩): قيم مدى القياسات بين القراءتين الأولى والثانية للقائمين بالقياس (ملم)**

| رقم الخرطوم | أحمد | أبوبكر | عمر |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.05 | 0.00 | 0.30 |
| 2 | 0.00 | 0.10 | 0.05 |
| 3 | 0.05 | 0.05 | 0.00 |
| 4 | 0.10 | 0.05 | 0.00 |
| 5 | 0.10 | 0.00 | 0.05 |
| 6 | 0.00 | 0.05 | 0.05 |
| 7 | 0.00 | 0.05 | 0.00 |
| 8 | 0.05 | 0.05 | 0.00 |
| 9 | 0.00 | 0.05 | 0.00 |
| 10 | 0.10 | 0.05 | 0.05 |

وتم حساب متوسط قيم مدى قراءات القائمين بالقياس لجميع الأجزاء كما يلي:

$$\bar{\bar{R}} = \frac{\sum_{i=1}^{30} R_i}{30} = \frac{1.40}{30} = 0.046667$$

ومن ثم فإن الانحراف المعياري لتكرار القياس هو:

$$S_{EV} = \frac{\bar{\bar{R}}}{d_2} = \frac{0.046667}{1.128} = 0.0413712$$

- إعادة النتائج (Reproducibility):

لحساب الانحراف المعياري لتكرار النتائج يتم أولاً حساب متوسط القياسات لقراءات كل قائم بالقياس على حدة ومن ثم تحديد أصغر متوسط وأكبر متوسط:

الوسط الحسابي لقراءات القائم بالقياس الأول: $\bar{x}_{appr.1} = \frac{9.65+10.0+...+9.70}{20} = 9.8275$

الوسط الحسابي لقراءات القائم بالقياس الثاني: $\bar{x}_{appr.2} = \frac{9.55+10.05+...+9.50}{20} = 9.7675$

الوسط الحسابي لقراءات القائم بالقياس الثالث: $\bar{x}_{appr.3} = \frac{9.85+10.05+...+9.80}{20} = 9.845$

ويتضح من قيم المتوسطات أن أصغر متوسط قراءات هو للقائم بالقياس الثاني وأكبر متوسط قراءات هو للقائم بالقياس الثالث. ومن ثم تم حساب قيم المدى لقياسات الأجزاء في القراءة الأولى للقائم بالقياس الثاني والثالث وتم تكرار حساب قيم المدى لقياسات الأجزاء في القراءة الثانية للقائم بالقياس الثاني والثالث (جدول ٧-١٠). فمثلاً تم حساب مدى قياسات الخرطوم الأول في القراءة الأولى من قبل القائم بالقياس الثاني والثالث كما يلي:

٩,٨٥-٩,٥٥=٠,٣٠ ملم.

**جدول (٧-١٠): قيم قياسات الأجزاء في القراءة الأولى والقراءة الثانية للقائمين بالقياس الثاني والثالث**

| رقم الخرطوم | المدى للقراءة الأولى (القائم بالقياس الثاني والثالث) | المدى للقراءة الثانية (القائم بالقياس الثاني والثالث) |
|---|---|---|
| 1 | 0.30 | 0.00 |
| 2 | 0.00 | 0.05 |
| 3 | 0.00 | 0.05 |
| 4 | 0.00 | 0.05 |
| 5 | 0.05 | 0.10 |
| 6 | 0.00 | 0.00 |
| 7 | 0.00 | 0.05 |
| 8 | 0.05 | 0.10 |
| 9 | 0.05 | 0.10 |
| 10 | 0.30 | 0.30 |

ومن ثم تم حساب متوسط قيم المدى الموضحة بالجدول لجميع الأجزاء:

$$\bar{X}_{range} = \frac{\sum_{i=1}^{10} R_i}{20} = \frac{1.55}{20} = 0.0775$$

وباستخدام المعادلة (٧-٣٩) تم حساب الانحراف المعياري لتكرار النتائج كما يلي:

$$S_{AV} = \sqrt{\left(\frac{\bar{X}_{range}}{d_2}\right)^2 - \frac{S_{EV}^2}{n \times b}} = \sqrt{\left(\frac{0.0775}{1.91}\right)^2 - \frac{0.0413712^2}{2 \times 10}} = 0.03951$$

- تكرار القياس وإعادة النتائج (R&R):

$$R\&R = \sqrt{S_{EV}^2 + S_{AV}^2} = \sqrt{0.041371^2 + 0.03951^2} = 0.057205$$

- **الأجزاء:**

لحساب مقدر الانحراف المعياري للأجزاء (الخراطيم) تم أولاً حساب متوسط جميع القياسات من قبل القائمين بالقياس الثلاثة في القراءتين لكل جزء على حدة ومن حساب المدى من متوسطات الأجزاء (جدول ٧-١١).

**جدول (٧-١١): متوسط القياسات للأجزاء لجميع القراءات**

| الأجزاء | متوسط القياسات للأجزاء |
|---|---|
| 1 | 9.63 |
| 2 | 10.01 |
| 3 | 9.80 |
| 4 | 9.83 |
| 5 | 9.46 |
| 6 | 10.02 |
| 7 | 9.94 |
| 8 | 9.78 |
| 9 | 10.01 |
| 10 | 9.67 |

ومن ثم فإن المدى يساوي:

$$R_p = 10.01667 - 9.45833 = 0.55834$$

والانحراف المعياري:

$$S_p = \frac{R_p}{d_2} = \frac{0.55834}{3.18} = 0.17558$$

-الانحراف المعياري الكلي:

$$S_T = \sqrt{R\&R^2 + V_p^2} = \sqrt{0.057205^2 + 0.17558^2} = 0.18466$$

ثانيا - نسب مساهمة مصادر الاختلافات:

يتم عادة بعد حساب مقدرات الانحراف المعياري لمصادر الاختلافات حساب التباين لكل مصدر زمن ثم حساب نسبة مساهمة كل مصدر من التباين الكلي (جدول ٧-١٢).

جدول (٧-١٢): مصادر الاختلافات ونسب مساهمتها - طريقة المتوسط والمدى

| مصدر الاختلافات | التباين | نسبة المساهمة | الانحراف المعياري | نسبة المساهمة |
|---|---|---|---|---|
| قابلية تكرار القياس وإعادة النتائج (Gage R&R) | 0.003272 | 9.6% | 0.057205 | 31.0% |
| قابلية التكرار (Repeatability) | 0.001712 | 5.0% | 0.041371 | 22.4% |
| قابلية إعادة النتائج (Reproducibility) | 0.001561 | 4.6% | 0.039507 | 21.4% |
| من جزء لآخر (Part-to-Part) | 0.030827 | 90.4% | 0.175577 | 95.1% |
| الكلي (Total) | 0.034100 | 100.0% | 0.184661 | 100.0% |

بلغ التباين الكلي لمصادر الاختلافات (٠,٠٣٤١). ويعزى (٩٠,٤%) من هذا التباين إلى الاختلافات بين الأجزاء (أقطار الخراطيم)، وما نسبته (٩,٦%) من التباين يعزى إلى أخطاء القياس (Gauge R&R)، منها (٥,٠%) لأداة القياس و(٤,٦%) للاختلافات بين القائمين بالقياس. وتعتبر نسبة التباين (٩,٦%) التي تعزى لأخطاء القياس كبيرة - أكبر من (٩%) العتبة التي حددتها مجموعة العمل لصناعة السيارات AIAG كنسبة مقبولة - مما يوضح أن نظام القياس في هذا المصنع غير مقبول (AIAG 2002; p.77). وبلغ الانحراف المعياري الكلي (٠,١٨٥) ملم. وبلغت نسبة الانحراف المعياري لتكرار القياس وإعادة النتائج (٣١%) ، أكبر من النسبة التي حددتها مجموعة العمل لصناعة السيارات AIAG، مما يشير إلى أن مستوى نظام القياس غير مقبول. وفي هذا الحالة يُنصح بإجراء تدريب العاملين وتوحيد إجراءات وطرق القياس ومعايرة أداة القياس؛ بهدف خفض الاختلافات في القياسات التي مصدرها أداة القياس والقائمين بالقياس.

- عدد الفئات المميزة (Number of Distinct Categories (NDC)

$$NDC = \frac{S_P}{S_{R\&R}} \times \sqrt{2} = \frac{0.175577}{0.057205} \times 1.41 \approx 4$$

وحيث إن عدد الفئات المميزة يساوي (٤) فيعتبر نظام القياس غير ملائم.

### ٧-٢-٣-٢ طريقة تحليل التباين لحساب تكرار القياس وإعادة النتائج:

تُعد طريقة تحليل التباين لحساب تكرار القياس وإعادة النتائج كما ذكر آنفاً أفضل من طريقة المتوسط والمدى نظراً لإمكانية حساب التباين الناتج من التأثير المشترك للقائمين بالقياس والجزء المُقاس. ولحساب مكونات التباين (Variance components) يتم استخدام نموذج تحليل التباين في اتجاهين (Two-way ANOVA). وتحليل التباين في اتجاهين هو نموذج إحصائي يهدف إلى تحليل أثر عاملين هما (القائم بالقياس Appraiser والجزء Part) والتأثير المشترك بينهما على القياسات. ويأخذ النموذج الإحصائي لتحليل التباين في اتجاهين الصيغة التالية:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i=1, 2,\dots,a \\ j=1, 2,\dots,b \\ k=1, 2,\dots, n \end{cases} \qquad (7\text{-}45)$$

حيث إن:

$Y_{ijk}$ القراءة رقم k للجزء رقم i من قبل القائم بالقياس رقم j.

μ ثابت ويساوي المتوسط الكلي.

$\alpha_i$ يمثل أثر الجزء رقم i ويتبع التوزيع الطبيعي $N(0,\sigma^2_{part})$.

$\beta_j$ يمثل أثر القائم بالقياس رقم j ويتبع التوزيع الطبيعي $N(0,\sigma^2_{appr})$.

$(\alpha\beta)_{ij}$ يمثل أثر التأثير المشترك للجزء i والقائم بالقياس j ويتبع التوزيع الطبيعي $N(0,\sigma^2_{\dots})$.

$\varepsilon_{ijk}$ الخطأ المرتبط بكل قراءة من القراءات ويتبع التوزيع الطبيعي $\varepsilon_{ijk} \sim N(0,\sigma^2)$.

a عدد القائمين بالقياس، و b عدد الأجزاء، و n عدد مرات قياس الجزء الواحد من كل قائم بالقياس، و N إجمالي القراءات ($N = a \times b \times n$).

ومن المعادلة (7-45) يكمن صياغة مكونات التباين المراد تقديرها كما يلي:

$$\sigma_Y^2 = \sigma^2_{part} + \sigma^2_{appr.} + \sigma^2_{part \times appr.} + \sigma^2 \qquad (7\text{-}46)$$

**حساب جدول تحليل التباين:**

لإجراء تحليل التباين في اتجاهين يتم جمع البيانات في جدول مزدوج به عدد من الصفوف (الأجزاء) وعدد من الأعمدة (القائمين بالقياس). ولفصل التأثير المشترك (الأجزاء والقائمين بالقياس) من التأثير العشوائي الراجع إلى عوامل الصدفة يجب أن تحتوي أي خلية من مشاهدتين أو أكثر؛ أي أنه يجب أن يتم قياس أي جزء مرتين على الأقل من قبل أي قائم بالقياس (جدول ٧-١٣). ولحساب مكونات التباين يتم استخدام نموذج الأثر العشوائي لتحليل التباين (Random-effect Model) نظراً إلى أنه يتم عادة اختيار عينة عشوائية من الأجزاء وكذلك اختيار عدد من القائمين بالقياس لإجراء عملية القياس.

جدول (٧-١٣): جدول بيانات تحليل التباين في اتجاهين

| القانـون / الأجزاء | 1 | 2 | .... | j | .... | a | مجموع الصفوف |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $Y_{111}$<br>$Y_{112}$<br>...<br>$Y_{11k}$ | $Y_{211}$<br>$Y_{212}$<br>...<br>$Y_{21k}$ | .... | $Y_{i11}$<br>$Y_{i12}$<br>...<br>$Y_{i1k}$ | .... | $Y_{a11}$<br>$Y_{a12}$<br>...<br>$Y_{a1k}$ | |
| مجموع الخلايا | $Y_{11.}$ | $Y_{21.}$ | .... | $Y_{i1.}$ | .... | $Y_{a1.}$ | $Y_{.1.}$ |
| 2 | $Y_{121}$<br>$Y_{122}$<br>...<br>$Y_{12k}$ | $Y_{221}$<br>$Y_{222}$<br>..<br>$Y_{22k}$ | .... | $Y_{i21}$<br>$Y_{i22}$<br>...<br>$Y_{i2k}$ | .... | $Y_{a21}$<br>$Y_{a22}$<br>...<br>$Y_{a2k}$ | |
| مجموع الخلايا | $Y_{12.}$ | $Y_{22.}$ | .... | $Y_{i2.}$ | .... | $Y_{a2.}$ | $Y_{.2.}$ |
| .... | .... | .... | .... | .... | .... | .... | .... |
| J | $Y_{1j1}$<br>$Y_{1j2}$<br>...<br>$Y_{1jk}$ | $Y_{2j1}$<br>$Y_{2j2}$<br>...<br>$Y_{2jk}$ | .... | $Y_{ij1}$<br>$Y_{ij2}$<br>...<br>$Y_{ijk}$ | .... | $Y_{aj1}$<br>$Y_{aj2}$<br>..<br>$Y_{ajk}$ | |
| مجموع الخلايا | $Y_{1j.}$ | $Y_{2j.}$ | .... | $Y_{ij.}$ | .... | $Y_{aj.}$ | $Y_{.j.}$ |
| .... | .... | .... | .... | .... | .... | .... | .... |
| b | $Y_{1b1}$<br>$Y_{1b2}$<br>...<br>$Y_{1bk}$ | $Y_{2b1}$<br>$Y_{2b2}$<br>...<br>$Y_{2bk}$ | .... | $Y_{ib1}$<br>$Y_{ib2}$<br>...<br>$Y_{ibk}$ | .... | $Y_{ab1}$<br>$Y_{ab2}$<br>...<br>$Y_{abk}$ | |
| مجموع الخلايا | $Y_{1b.}$ | $Y_{2b.}$ | .... | $Y_{ib.}$ | .... | $Y_{ab.}$ | $Y_{.b.}$ |
| مجموع الأعمدة | $Y_{1..}$ | $Y_{2..}$ | .... | $Y_{i..}$ | .... | $Y_{a..}$ | $Y_{...}$ |

ولتحليل التباين أربعة فروض هي:

- أن تكون المشاهدات (الأجزاء) مستقلة إحصائياً.
- أن يكون توزيع المتغير التابع $Y_{ijk}$ طبيعياً في المجتمعات التي سحبت منها العينات.
- التجانس في التباين: ويعني ذلك أن يكون الانحراف المعياري للمتغير التابع مساوياً للمجموعات.
- أن يكون المتغير التابع كمياً (نسبياً (Ratio) أو فئوياً (Interval)).

ولحساب مقدرات التباين حسب مصادره يتم أولاً حساب مربع الانحرافات لمكونات التباين كما يلي:

$$TSS = SSA + SSB + SSAB + SSE \qquad (7\text{-}47)$$

**مجموع مربع الانحرافات الكلي= مجموع مربع انحرافات الأعمدة (القائمين بالقياس)+ مجموع مربع انحرافات الصفوف (الأجزاء)+ مجموع مربع انحرافات التفاعل (القائمين بالقياس والأجزاء)+ مجموع مربع انحرافات الخطأ.**

ومن ثم يتم حساب مقدرات التباين لكل مصدر بقسمة مجموع مربع انحرافات المصدر على درجات الحرية المقابلة. ويتم وضع نتائج تحليل التباين في جدول يعرف بجدول تحليل التباين (جدول٧-١٤).

**جدول (٧-١٤): جدول تحليل التباين في اتجاهين**

| مصدر الاختلاف Source of Variation | درجات الحرية Degrees of Freedom | مجموع المربعات Sum of Squares | متوسط المربعات Mean Square | إحصاء F F Statistic |
|---|---|---|---|---|
| القائمون بالقياس Appraiser | a-1 | SSA | $MSA = \frac{SSA}{a-1}$ | $F = \frac{MSA}{MSAB}$ |
| الأجزاء Parts | b-1 | SSB | $MSB = \frac{SSB}{b-1}$ | $F = \frac{MSB}{MSAB}$ |
| التفاعل Interaction (Appraiser, Parts) | (a-1)(b-1) | SSAB | $MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$ | $F = \frac{MSAB}{MSE}$ |
| الخطأ (المقياس) Gage (Error) | ab(n-1) | SSE | $MSE = \frac{SSE}{ab(n-1)}$ | |
| المجموع Total | N-1 | TSS | | |

حيث إن:

مجموع مربع انحرافات الأعمدة (القائمين بالقياس): $SSA = \sum_{i=1}^{a} \frac{(Y_{i..})^2}{bn} - \frac{Y_{...}^2}{N}$

مجموع مربع انحرافات الصفوف (الأجزاء): $SSB = \sum_{j=1}^{b} \frac{(Y_{.j.})^2}{an} - \frac{Y_{...}^2}{N}$

مجموع مربع الانحرافات بين القائمين بالقياس والأجزاء: $SSAB = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{(Y_{ij.})^2}{n} - \frac{Y_{...}^2}{N} - SSA - SSB$

مجموع مربع الانحرافات الكلي: $TSS = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{N}$

مجموع مربع انحرافات الخطأ: $SSE = TSS - SSA - SSB - SSAB$

$Y_{...}$ المجموع الكلي للقراءات.

$Y_{i..}$ مجموع قيم مشاهدات العمود i.

$Y_{.j.}$ مجموع قيم مشاهدات الصف j.

$Y_{ij.}$ مجموع قيم مشاهدات العمود j والصف i (الخلية ij).

ويوضح الجدول أن لكل مصدر درجات حرية (Degrees of Freedom) يتم حسابها حسب المعادلات الموضحة في العمود الثاني. ويتم حساب متوسط المربعات لكل مصدر بقسمة مجموع مربع انحرافات المصدر على درجات الحرية المقابلة. ولإجراء اختبار المعنوية يتم حساب قيم توزيع F وفق المعادلات الموضحة في العمود الأخير في الجدول (٧-١٤). ومن ثم يتم تحديد مستوى المعنوية لكل من العاملين (الأجزاء والقائمين بالقياس) والتفاعل بينهما باستخدام توزيع F. فإذا أوضح التحليل أن للتفاعل تأثيراً ذا دلالة إحصائية (P-value <=0.05) يتم حساب التباين والانحراف المعياري لمصادر الاختلافات، ثم حساب نسبة مساهمة أي مصدر من التباين أو الانحراف المعياري الكلي. وأما إذا أظهر التحليل أنه لا يوجد تأثير للتفاعل[1] بين العاملين (الأجزاء والقائمين بالقياس) ذو دلالة إحصائية (P-value>0.05) سيتم بناء نموذج مخفض (Reduced Model) بإسقاط التفاعل كمصدر للتباين، يأخذ النموذج الإحصائي التالي:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk} \quad \begin{cases} i=1, 2,...,a \\ j=1, 2,...,b \\ k=1, 2,..., n \end{cases} \qquad (7\text{-}48)$$

ويوضح الجدول (٧-١٥) جدول تحليل التباين في اتجاهين حالة عدم وجود تفاعل بين العاملين (القائمين بالقياس والأجزاء).

**جدول (٧-١٥): جدول تحليل التباين في اتجاهين (حالة عدم تأثير التفاعل)**

| مصدر الاختلاف Source of Variation | درجات الحرية Degrees of Freedom | مجموع المربعات Sum of Squares | متوسط المربعات Mean Square | إحصاء F F Statistic |
|---|---|---|---|---|
| القائمون بالقياس Appraiser | a-1 | SSA | $MSA = \frac{SSA}{a-1}$ | $F = \frac{MSA}{MSE}$ |
| الأجزاء Parts | b-1 | SSB | $MSB = \frac{SSB}{b-1}$ | $F = \frac{MSB}{MSE}$ |
| الخطأ (المقياس) Gage (Error) | (a-1)(b-1) | SSE | $MSE = \frac{SSE}{(a-1)(b-1)}$ | |
| المجموع Total | ab-1 | TSS | | |

(١) يجب الإشارة إلى أنه في برنامج Minitab يتم إسقاط للتفاعل وبناء نموذج مخفض (Reduced Model) إذا كان مستوى معنوية التفاعل (قيمة الاحتمال) أكبر من (٠,٢٥).

وباستخدام تقديرات التباين حسب مصادرها من الجدول (٧-١٤) يتم تحديد مساهمة مصادر الاختلافات ونسب مساهمتها محسوباً من التباين والانحراف المعياري على التوالي كما هو موضح في الجدول (٧-١٦).

**جدول (٧-١٦): مصادر الاختلافات ونسب مساهمتها**

| مصدر الاختلافات | التباين | نسبة المساهمة | الانحراف المعياري | نسبة المساهمة |
|---|---|---|---|---|
| ١- تكرار القياس وإعادة النتائج (Gage R&R) | $S^2_{R\&R}=S^2_{EV}+S^2_{AV}$ | $\frac{S^2_{R\&R}}{S^2_T}\times 100$ | $S_{R\&R}$ | $\frac{S_{R\&R}}{S_T}\times 100$ |
| ٢- قابلية التكرار (Repeatability) | $S^2_{EV}=MSE$ | $\frac{S^2_{EV}}{S^2_T}\times 100$ | $S_{EV}$ | $\frac{S_{EV}}{S_T}\times 100$ |
| ٣- قابلية إعادة النتائج (Reproducibility) | $S^2_{AV}=S^2_A+S^2_{AP}$ | $\frac{S^2_{AV}}{S^2_T}\times 100$ | $S_{AV}$ | $\frac{S_{AV}}{S_T}\times 100$ |
| ٤- القائمون بالقياس (Appraisers) | $S^2_A=\frac{MSA-MSAB}{b\times n}$ | $\frac{S^2_A}{S^2_T}\times 100$ | $S_A$ | $\frac{S_A}{S_T}\times 100$ |
| ٥- التفاعل (Appr.*Part) | $S^2_{AP}=\frac{MSAB-MSE}{n}$ | $\frac{S^2_{AP}}{S^2_T}\times 100$ | $S_{AP}$ | $\frac{S_{AP}}{S_T}\times 100$ |
| ٦- من جزء لآخر (Part-to-Part) | $S^2_P=\frac{MSB-MSAB}{a\times n}$ | $\frac{S^2_P}{S^2_T}\times 100$ | $S_P$ | $\frac{S_P}{S_T}\times 100$ |
| ٧- الكلي (Total) | $S^2_T=S^2_{R\&R}+S^2_P$ | $\frac{S^2_T}{S^2_T}\times 100$ | $S_T$ | $\frac{S_T}{S_T}\times 100$ |

**مثال (٧-١٤):**

من بيانات المثال (٧-١٣) أعد تحليل تكرار القياس وإعادة النتائج (Gauge R&R) باستخدام طريقة تحليل التباين، وقارن بين نتائج الطريقتين.

**الحل:**

**أولاً - حساب جدول تحليل التباين:**

لحساب جدول تحليل التباين في اتجاهين تم أولاً حساب مجاميع مربعات الانحرافات كما يلي:

مجموع مربع انحرافات الأعمدة (القائمون بالقياس):

$$SSA=\sum_{i=1}^{a}\frac{(Y_{i..})^2}{bn}-\frac{Y_{...}^2}{N}=\frac{196.55^2+195.35^2+196.90^2}{2\times 10}-\frac{588.80^2}{2\times 10\times 3}=0.0660833$$

مجموع مربع انحرافات الصفوف (الخراطيم):

$$SSB=\sum_{j=1}^{b}\frac{(Y_{.j.})^2}{an}-\frac{Y_{...}^2}{N}=\frac{57.75^2+60.05^2+58.80^2+58.95^2+56.75^2+60.10^2+59.65^2+58.70^2+60.05^2+58.00^2}{3\times 2}-\frac{588.80^2}{2\times 10\times 3}$$

$$=5780.00-5778.0907=1.9085$$

مجموع مربع الانحرافات للتأثير المشترك بين القائمين بالقياس والأجزاء:

$$SSAB = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{(Y_{ij.})^2}{n} - \frac{Y_{...}^2}{N} - SSA - SSB = 5780.16 - 5778.0907 - 0.0660833 - 1.9085 = 0.09725$$

مجموع مربع الانحرافات الكلي:

$$TSS = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{N} = 5780.25 - 5778.0907 = 2.154333$$

مجموع مربع انحرافات الخطأ:

$$SSE = TSS - SSA - SSB - SSAB = 2.154333 - 0.0660833 - 1.9085 - 0.09725 = 0.0825$$

جدول تحليل التباين:

وباستخدام المعادلات الواردة بالجدول (٧-١٤) تم حساب تحليل التباين في اتجاهين (جدول ٧-١٧).

**جدول (٧-١٧): جدول تحليل التباين في اتجاهين لمثال أقطار الخراطيم**

| مصدر الاختلاف Source of Variation | درجات الحرية Degrees of Freedom | مجموع المربعات Sum of Squares | متوسط المربعات Mean Square | إحصاء F F Statistic | P-value قيمة الاحتمال |
|---|---|---|---|---|---|
| القائمون بالقياس Appraiser | 2 | 0.066083 | 0.033042 | 6.1157 | 0.0094044 |
| الأجزاء Parts | 9 | 1.908500 | 0.212056 | 39.2494 | 0.0000000 |
| التفاعل Interaction (Appraiser, Parts) | 18 | 0.097250 | 0.005403 | 1.9646 | 0.0494276 |
| الخطأ (المقياس) Gage (Error) | 30 | 0.082500 | 0.002750 | | |
| المجموع Total | 59 | 2.154333 | | | |

وباستخدام المعادلات الواردة في الجدول (٧-١٦) تم حساب التباين والانحراف المعياري لمصادر الاختلافات في القياسات (جدول ٧-١٨). فمثلاً تم حساب تباين مصادر الاختلافات كما يلي:

- قابلية التكرار (Repeatability)

$$S_{EV}^2 = MSE = \text{Gage Error} = 0.00275$$

- القائمون بالقياس (Appraisers)

$$S_A^2 = \frac{MSA - MSAB}{b \times n} = \frac{0.033042 - 0.005403}{10 \times 2} = 0.001382$$

- التفاعل (Appr.*Part)

$$S^2_{AP} = \frac{MSAB - MSE}{n} = \frac{0.005403 - 0.00275}{2} = 0.001326$$

- قابلية إعادة النتائج (Reproducibility)

$$S^2_{AV} = S^2_A + S^2_{AP} = 0.001382 + 0.001326 = 0.002708$$

- تكرار القياس وإعادة النتائج (Gage R&R)

$$S^2_{R\&R} = S^2_{EV} + S^2_{AV} = 0.00275 + 0.002708 = 0.005458$$

- من جزء لآخر (Part-to-Part)

$$S^2_P = \frac{MSB - MSAB}{o \times n} = \frac{0.212056 - 0.005403}{3 \times 2} = 0.03442$$

- التباين الكلي (Total)

$$S^2_T = S^2_{R\&R} + S^2_P = 0.005458 + 0.034442 = 0.0399$$

ومن ثم تم حساب الانحراف المعياري لكل مصدر وحسابات نسب مساهمات مصادر الاختلافات (جدول ٧-١٨).

**جدول (٧-١٨): مصادر الاختلافات ونسب مساهمتها - طريقة تحليل التباين**

| مصدر الاختلافات | التباين | نسبة المساهمة | الانحراف المعياري | نسبة المساهمة |
|---|---|---|---|---|
| ١- تكرار القياس وإعادة النتائج (G R&R) | 0.005458 | 13.7% | 0.073881 | 37.0% |
| ٢- تكرار القياس (Repeatability) | 0.002750 | 6.9% | 0.052440 | 26.3% |
| ٣- إعادة النتائج (Reproducibility) | 0.002708 | 6.8% | 0.052042 | 26.1% |
| ٤- القائمون بالقياس (Appraisers) | 0.001382 | 3.5% | 0.037175 | 18.6% |
| ٥- التفاعل (Appr.*Part) | 0.001326 | 3.3% | 0.036420 | 18.2% |
| ٦- من جزء لآخر (Part-to-Part) | 0.034442 | 86.3% | 0.185586 | 92.9% |
| ٧- الكلي (Total) | 0.039900 | 100.0% | 0.199751 | 100.0% |

- **عدد الفئات المميزة** (Number of Distinct Categories (NDC))

$$NDC = \frac{S_P}{S_{R\&R}} \times \sqrt{2} = \frac{0.185586}{0.073881} \times 1.41 \approx 4$$

بلغ التباين الكلي باستخدام طريقة تحليل التباين (٠,٠٣٩٩). ويعزى (٨٦,٣%) من هذا التباين إلى الاختلافات بين الأجزاء (أقطار الخراطيم)، و(١٣,٧%) من التباين يعزى إلى أخطاء القياس (Gauge R&R)؛ منها (٦,٩%) لأداة القياس و(٦,٨%) للقائمين بالقياس. وتعتبر نسبة التباين(١٣,٧%) التي تعزى لأخطاء القياس كبيرة - أكبر من (٩%) العتبة التي حددتها مجموعة العمل لصناعة السيارات AIAG- مما يشير إلى أن نظام القياس في هذا المصنع غير مقبول (AIAG 2002; p.77). وبلغ الانحراف المعياري الكلي (٠,١٩٩٧) ملم. وبلغت نسبة

الانحراف المعياري لتكرار القياس وتكرار النتائج (٣٧%) ، أكبر من النسبة التي حددتها مجموعة العمل لصناعة السيارات AIAG أيضاً كنسبة مقبولة وهي (أقل من ٣٠%)؛ مما يشير إلى أن مستوى نظام القياس غير مقبول. كما يجب ملاحظة أن قيم التباين والانحراف المعياري لمصادر الاختلافات أكبر في حالة تقديرها باستخدام طريقة تحليل التباين مقارنة بطريقة المتوسط والمدى. وعلى الرغم من شيوع استخدام طريقة المتوسط والمدى إلا أن طريقة تحليل التباين هي الأفضل والأكثر دقةً نظراً إلى إمكانية حساب التباين الناتج عن التأثير المشترك بين القائمين بالقياس والأجزاء على القياس.

**٧-٢-٤ تحليل مقدرة نظام القياس للبيانات الوصفية:**

في أحيان كثيرة تكون خواص جودة المنتج المراد مراقبتها وصفية، فإما أن تكون الوحدة المنتجة مطابقة لمواصفات معينة أو غير مطابقة لها. ففي هذه الحالات تستخدم طرق إحصائية مختلفة لتقييم نظم القياس. ومن الطرق الأساسية التي تستخدم استخداماً واسعاً هي طريقة الجدولة **المتقاطعة** (Cross tabulation). وتتلخص هذه الطريقة في إعداد جداول توزيع تكراري مزدوجة لقياسات القائمين بالقياس والقيم المرجعية (Reference Value) ومن ثم يتم حساب مؤشرات/مقاييس كمية تفسر مدى ملاءمة نظام القياس. وتتلخص عملية إجراء القياس في الآتي:

- اختيار ما بين (٢٥) و(٥٠) جزءاً لإجراء عملية القياس عليها.
- تحديد القيمة المرجعية لأي جزء، إما مطابق للمواصفات أو غير مطابق للمواصفات من قبل المشرف على عملية إجراء القياس. ويُنصح بأن تحتوي العينة المختارة على وحدات مطابقة وأخرى غير مطابقة. والمطلوب من كل قائم بالقياس قياس أي جزء وتحديد ما إذا كانت مطابقة للمواصفات أم لا.
- أن يتم قياس الأجزاء بصورة عشوائية.
- أن يتم استخدام نفس أداة/أدوات القياس من قبل القائمين بالقياس وأن تتم عملية القياس تحت نفس الظروف.
- أن يكون عدد القائمين بالقياس (Appraisers) ما بين اثنين وثلاثة قائمين بالقياس.
- أن يكون عدد مرات تكرار القياس للجزء (عدد القراءات) ما بين (٢) و(٣) مرات.

**مؤشرات تقييم نظام القياس:**

**- معامل كابا (Cohen's Kappa):**

يستخدم معامل كابا لاختبار مدى توافق قياسات القائمين بالقياس مع بعضها أو مع القيم المرجعية. وتُراوح قيمة المعامل ما بين سالب واحد وموجب واحد صحيح، حيث تشير القيم القريبة من الواحد الصحيح إلى التوافق

بين قياسات القائمين بالقياس في حين تشير القيمة السالبة إلى عدم التوافق. وتشير قيم معامل كابا التي تزيد على (٠,٧٠) إلى مستوى مقبول من التوافق (Cramer 1997, p.334, Bower 2004).

ولحساب معامل كابا يتم أولاً إعداد جدول التوزيع المزدوج (انظر الجدول ٧-١٩) ومن ثم حساب قيمة المعامل.

**جدول (٧-١٩): جدول توزيع تكراري مزدوج:**

حالة توزيع تكراري لنتائج قياسات قائمين بالقياس

القائس ب

| القائس أ | | غير مطابق | مطابق | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| | غير مطابق | | | |
| | مطابق | | | |
| | المجموع | | | |

ويأخذ معامل كابا الصيغة التالية:

$$Kappa = \frac{\sum_{i=1}^{2} o_{ii} - \sum_{i=1}^{2} e_{ii}}{N - \sum_{i=1}^{2} e_{ii}} \qquad i=1,2 \qquad (7\text{-}49)$$

حيث إن:

$\sum_{i=1}^{2} o_{ii}$ مجموع التكرارات المُشاهدة للخلايا المتطابقة النتائج.

$\sum_{i=1}^{2} e_{ii}$ مجموع التكرارات المتوقعة للخلايا المتطابقة النتائج. والتكرار المتوقع للخلية i هو مجموع تكرارات الصف i مضروباً في مجموع تكرارات العمود i مقسوماً على المجموع الكلي للتكرارات (N).

**- نسبة تطابق نتائج قياسات الأجزاء في جميع المحاولات لكل قائم بالقياس:**

تعرف هذه النسبة بالفاعلية (Effectiveness)، وتفسر مدى تطابق نتائج قياسات كل قائم بالقياس في جميع المحاولات. وتوضح النسبة القريبة من (١٠٠%) أن هناك توافقاً شبه تام بين قياسات القائم بالقياس في جميع المحاولات، في حين توضح النسب التي تقترب من الصفر أن هناك عدم توافق في القياسات.

**- نسبة تطابق نتائج القياسات مع القيمة المرجعية لكل قائم بالقياس:**

تفسر هذه النسبة مدى تطابق نتائج قياسات كل قائم بالقياس للقيم المرجعية المحددة. إذ توضح النسبة القريبة من (١٠٠%) أن هناك توافقاً شبه تام بين قياسات القائم بالقياس والقيم المرجعية، في حين توضح النسب التي تقترب من الصفر أن هناك عدم توافق في القياسات مع القيم المرجعية.

- معدل الإخفاق Miss rate:

معدل الإخفاق هو نسبة الوحدات غير المطابقة المصنفة مطابقة من قبل القائم بالقياس. ويعتبر نظام القياس ملائماً إذا كان معدل الإخفاق أقل من (٢%) أو مساوله (AIAG,2002 p.132).

- معدل الإنذار الخاطئ False Alarm rate:

معدل الإنذار الخاطئ هو نسبة الوحدات المطابقة المصنفة غير مطابقة من قبل القائم بالقياس. ويعتبر نظام القياس غير مقبول إذا زاد معدل الإنذار الخاطئ من (١٠%).

**جدول (٧-٢٠): مستوى نظام القياس حسب مؤشرات التقييم**

| تقييم نظام القياس | الفاعلية* | معدل | معدل الإنذار الخاطئ |
|---|---|---|---|
| مستوى مقبول | ≥90% | ≤2% | ≤5% |
| مستوى قبول إلى حد ما، توجد حاجة إلى التحسين | ≥80% | ≤5% | ≤10% |
| مستوى غير مقبول، توجد حاجة إلى التحسين | < 80% | >5% | >10% |

* نسبة تطابق نتائج قياسات الأجزاء في جميع المحاولات لكل قائم بالقياس

المصدر: AIAG, 2003 p. 132

**مثال (٧-١٥):**

تقوم وحدة مراقبة الجودة في أحد مصانع الأحذية بعملية فحص أخير للتأكد من خلو المنتج من العيوب. إذ يتم أخذ عينة عشوائية كل فترة لفحصها من عيوب ظاهرية معينة (اللون، والخدوش، الرباط) لتحديد ما إذا كان الحذاء به عيوب أم لا. ومن ثم يتم عادة إعداد خريطة نسبة عدم المطابقة لمراقبة العملية. ولتقييم نظام القياس تم اختيار (٢٥) حذاء عشوائياً من إنتاج أحد الأسابيع، منها (١٧) حذاء خالية من العيوب تماماً و(٨) أحذية بها عيوب مختلفة. ولإجراء عملية القياس تم اختيار ثلاثة قائمين بالقياس، وقام كل واحد منهم بفحص الأحذية ثلاث مرات بترتيب عشوائي في كل مرة. والجدول التالي يوضح نتائج فحص الأحذية من قبل القائمين بالقياس الثلاثة. فمثلاً يتضح من الجدول أن تقييم القائم بالقياس الثاني للحذاء الأول في القراءة الأولى أن بالحذاء عيوب (0) في حين أنه في القراءتين التاليتين ذكر أن الحذاء نفسه ليس به عيب (1). هل تشير هذه البيانات إلى أن نظام القياس سليم؟ استخدم طريقة الجدولة المتقاطعة لتحليل البيانات.

جدول (٧-٢١): بيانات قياسات فحص أحذية

(1 = مطابق (خال من العيوب)، 0= غير مطابق (توجد عيوب))

| رقم الجزء | القائم بالقياس الأول | | | القائم بالقياس الثاني | | | القائم بالقياس الثالث | | | القيمة المرجعية |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | القراءة ١ | القراءة ٢ | القراءة ٣ | القراءة ١ | القراءة ٢ | القراءة ٣ | القراءة ١ | القراءة ٢ | القراءة ٣ | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 17 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 20 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 21 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 22 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 23 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 24 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 25 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

**الحل:**

**أولاً – حساب معامل كابا:**

لحساب معامل كابا تم إعداد جداول التوزيع التكراري المزدوج بين نتائج فحص القائمين بالقياس مع بعضهم وبين نتائج فحص القائمين بالقياس والقيم المرجعية. فمثلاً لحساب معامل كابا لقياس التوافق بين نتائج القائم بالقياس الأول والثاني تم أولاً إعداد جدول التوزيع التكراري المزدوج بين نتائج فحص القائم بالقياس الأول والثاني (جدول ٧-٢٢) ومن ثم تم حساب المعامل كما يلي:

- مجموع التكرارات المشاهدة المُشاهدة للخلايا المتطابقة النتائج: ٥+٥٣=٥٨.
- مجموع التكرارات المتوقعة للخلايا المتطابقة النتائج: ٢,٤+٥٠,٤=٥٢,٨

$$Kappa = \frac{\sum_{i=1}^{2} O_{ii} - \sum_{i=1}^{2} e_{ii}}{N - \sum_{i=1}^{2} e_{ii}} = \frac{58-52.8}{75-52.8} = 0.234$$

ويوضح الجدول (٧-٢٣) قيم معامل كابا لنتائج فحص القائمين بالقياس مع بعضهم وبين نتائج فحص القائمين بالقياس والقيم المرجعية. حيث يلاحظ أن جميع قيم المعامل أقل بكثير من (٠,٧٠) مما يشير إلى عدم التوافق بين نتائج القائمين بالقياس بعضهم مع بعض وبين القيم المرجعية.

**جدول (٧-٢٢): جدول توزيع تكراري مزدوج لنتائج القائمين بالقياس الأول والثاني**

القائم بالقياس ٢ (الأعمدة) — القائم بالقياس ١ (الصفوف)

| | غير مطابق | مطابق | المجموع |
|---|---|---|---|
| غير مطابق | 5 | 10 | 15 |
| مطابق | 7 | 53 | 60 |
| المجموع | 12 | 63 | 75 |

**جدول (٧-٢٣): معاملات كابا (Cohen's Kappa)**

| | القائم بالقياس الأول | القائم بالقياس الثاني | القائم بالقياس الثالث |
|---|---|---|---|
| القائم بالقياس الأول | - | 0.234 | 0.242 |
| القائم بالقياس الثاني | 0.234 | - | 0.427 |
| القائم بالقياس الثالث | 0.242 | 0.427 | - |
| القيمة المرجعية | 0.354 | 0.153 | 0.256 |

**ثانياً: نسبة تطابق نتائج قياسات الأجزاء في جميع المحاولات لكل قائم بالقياس ونسب تطابق نتائج القياسات مع القيمة المرجعية لكل قائم بالقياس:**

يوضح الجدول (٧-٢٤) نسب تطابق نتائج قياسات الأجزاء في جميع القراءات لكل قائم بالقياس ونسب تطابق نتائج القياسات مع القيمة المرجعية لكل قائم بالقياس. ويتضح من الجدول أن نتائج فحص(٢٠) حذاء كانت متطابقة بالنسبة للقائم بالقياس الأول بنسبة (٨٠%)، وأن (١٦) حذاء فقط كانت نتائج فحصها صحيحة أي مطابقة للقيم المرجعية. ويستشف من الجدول أن القائم بالقياس الثالث هو أفضل القائمين بالقياس من حيث نسبة تطابق نتائج فحصه للأحذية (٩٢%) ومن حيث تطابق نتائج فحصه مع القيم المرجعية (٦٨%).

**جدول (٧-٢٤): نتائج تطابق نتائج فحص الأحذية في المحاولات الثلاث ونتائج الفحص مع القيم المرجعية**

| | تطابق نتائج قياسات الأجزاء في المحاولات الثلاث | | | تطابق نتائج القياسات مع القيمة المرجعية | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **القائم بالقياس ١** | **القائم بالقياس ٢** | **القائم بالقياس ٣** | **القائم بالقياس ١** | **القائم بالقياس ٢** | **القائم بالقياس ٣** |
| مجموع الأجزاء المفحوصة | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| مجموع الأجزاء متطابقة النتائج | 20 | 19 | 23 | 16 | 14 | 17 |
| النسبة المئوية | 80% | 76% | 92% | 64% | 56% | 68% |

**ثالثاً – معدلا الإخفاق والإنذار الخاطئ:**

لحساب معدلي الإخفاق والإنذار تم إعداد جداول التوزيع التكراري المزدوج بين نتائج فحص أي قائم بالقياس مع القيم المرجعية. فمثلاً لحساب معدلي الإخفاق والإنذار للقائم بالقياس الأول تم إعداد جدول التوزيع التكراري المزدوج بين نتائج فحص القائم بالقياس الأول مع القيم المرجعية (جدول ٧-٢٥) ومن ثم تم حساب المعدلين كما يلي:

- نسبة الوحدات غير المطابقة المقاسة مطابقة: ١٤÷٢٤ = ٥٨,٣٣%
- نسبة الوحدات المطابقة المقاسة غير مطابقة: ٥÷٥١ = ٩,٨%

ويوضح الجدول (٧-٢٦) معدلات الإخفاق والإنذار الخاطئ للقائمين بالقياس الثلاثة. ويتضح من النتائج أن معدلات الإخفاق كبيرة جداً مما يشير إلى عدم ملاءمة نظام القياس. ويظهر من الجدول أن معدل الإنذار الخاطئ في مستوى مقبول بالنسبة للقائم بالقياس الأول (٩,٨%) وللقائم بالقياس الثالث (٣,٩%) في حين بلغ

المعدل (١١,٨%) بالنسبة للقائم بالقياس الثاني وهي أقل من العتبة التي حددتها مجموعة العمل لصناعة السيارات (AIAG).

جدول (٧-٢٥): جدول توزيع تكراري مزدوج لنتائج القائم بالقياس الأول مع القيم المرجعية

**القيمة المرجعية**

| القائم بالقياس ١ | | غير مطابق | مطابق | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| | غير مطابق | 10 | 5 | 15 |
| | مطابق | 14 | 46 | 60 |
| | المجموع | 24 | 51 | 75 |

**جدول (٧-٢٦): معدلا الإخفاق والإنذار الخاطئ للثلاثة القائمين بالقياس**

| المؤشر | القائم بالقياس ١ | القائم بالقياس ٢ | القائم بالقياس ٣ |
|---|---|---|---|
| معدل الإخفاق (Miss rate) | 58.33% | 75.0% | 75.0% |
| معدل الإنذار الخاطئ (False Alarm rate) | 9.8% | 11.76% | 3.92% |

**تمارين الفصل السابع:**

١. تم أخذ عينات عشوائية على فترات من مخرجات عملية مستقرة ووجد أن الوسط الحسابي ومقدر الانحراف المعياري للمخرجات هما (١٦,١) و(٠,٩٦) على التوالي. احسب مؤشري القدرة الكامنة ($C_p$) والفعلية للعملية ($C_{pk}$) إذا كان الحد الأدنى والحد الأعلى للمواصفات هما (١٥) و(١٧) على التوالي؛ هل العملية قادرة؟ فسر النتائج التي تحصل عليها.

٢. أُخذت (٢٤) مجموعة جزئية من مخرجات عملية مستقرة حجم كل منها (٦) وحدة، فوجد أن الوسط الحسابي الكلي $(\bar{\bar{X}} = 12.2)$ ومتوسط الانحرافات المعيارية للمجموعات الجزئية $(\bar{S} = 3.6)$. وتبين من خلال خريطتي الوسط الحسابي والانحراف المعياري أن العملية مستقرة. فإذا كان حدّا المواصفات الأدنى والأعلى هما (USL=15, LSL=9) فاحسب مؤشري القدرة ($C_p$) والقدرة الفعلية ($C_{pk}$)؛ هل العملية قادرة؟

٣. من بيانات السؤال الأول احسب فترتي الثقة لمؤشري القدرة الكامنة والفعلية للعملية.

٤. من السؤال الأول، إذا علم أن القيمة المستهدفة لمخرجات العملية هي (١٦)، فاحسب مؤشر القدرة ($C_{pm}$).

٥. لعملية مستقرة مؤشرا قدرة ($C_p$=1.2) و($C_{pk}$=1.0). فإذا كانت القيمة المستهدفة لمخرجات العملية (٥) وحدّا المواصفة الأعلى والأدنى هما: (٥,٠٣) و(٤,٩٧)، فأوجد الوسط الحسابي الكلي $(\bar{\bar{X}})$ الذي استُخدم لحساب هذين المؤشرين.

٦. احسب حد الثقة الأدنى عند مستوى معنوية (١٠%) لمؤشر القدرة ($C_{pk}$=1.33) تم حسابه من عينة حجمها (١٠٠) وحدة من مخرجات عملية مستقرة.

٧. تم إعداد خريطتي الوسط الحسابي والمدى لمخرجات عملية ما من بيانات (٢٥) مجموعة جزئية حجم كل منها يساوي (٥) وحدات؛ ووجد أن الخطين المركزيين للخريطتين مساو لـ (١٤٨) و(٧,٥) على التوالي. واتضح من الخريطتين أن العملية مستقرة؛ فإذا كان حدّا مواصفات العملية الأدنى والأعلى هما (١٤٠) و(١٦٠)، فاحسب مؤشرات القدرة $C_p$، $C_{pu}$، $C_{pl}$، $C_{pk}$.

٨. مصنع لتعبئة مياه غازية به ثلاثة خطوط إنتاج. يقوم قسم الجودة بالمصنع بإعداد خريطة مراقبة عند كل شهر. حيث يتم أخذ عينة عشوائية قوامها (٥) قوارير من كل خط عند كل ساعة خلال اليوم المحدد للتأكد من مطابقتها لمواصفة كمية المياه المحددة بـــ (٢٥٠) ملم في القارورة الواحدة بفترة سماح (١٠) ملم أكثر أو أقل من الكمية المستهدفة (10±250). وفيما يلي الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية التـــي تـم حسابها من بيانات أحد الأيام.

| | خط الإنتاج A | خط الإنتاج B | خط الإنتاج C |
|---|---|---|---|
| الوسط الحسابي الكلي | $\bar{\bar{X}}_A = 248$ | $\bar{\bar{X}}_B = 253$ | $\bar{\bar{X}}_C = 249$ |
| متوسط الانحرافات المعيارية | $\bar{S}_A = 1.9$ | $\bar{S}_B = 1.5$ | $\bar{S}_A = 2$ |

افترض أن مخرجات العملية من الخطوط الثلاثة مستقرة، احسب وفسر مؤشرات القدرة التالية: $C_p$ و$C_{pk}$ و$C_{pm}$. أي خطوط الإنتاج أفضل؟ ولماذا؟

٩. تم أخذ (٢٥) مجموعة جزئية حجم كل منها خمس وحدات (n=5) من مخرجات عملية صناعية عند كـل ساعة. حيث تم قياس خاصية الجودة المراد مراقبتها وضبطها، وفيما يلي مجـاميع الأوسـاط الحـسابية ومجاميع قيم المدى للمجموعات الجزئية:

$$\sum_{i=1}^{25} \bar{X}_i = 662.5 \;,\; \sum_{i=1}^{25} R_i = 9$$

أفترض أن خاصية الجودة تتبع التوزيع الطبيعي، احسب التالي:

- حدود المراقبة لخريطتي الوسط الحسابي والمدى.
- نسبة عدم المطابقة بافتراض أن العملية تحت الضبط الإحصائي وحدود المواصفات $(26.4 \pm 0.5)$.
- مؤشري القدرة $C_p$ و$C_{pk}$.
- نسبة عدم المطابقة إذا تغير متوسط العملية إلى (26.40)، وأعد حساب مؤشر القدرة $C_{pk}$.

١٠. يقوم قسم الجودة بمصنع لتعبئة المواد الغذائية بتقييم نظام القياس للتأكد من سلامته. الجدول التالي يوضح بيانات قياس أوزان (١٠) أكياس سكر زنة (٢,٥) كيلوجراماً تم وزنها من قبل قائمين بالقياس، قـام كـل واحد منهم بوزن أي كيس من الأكياس العشرة ثلاث مرات بطريقة عشوائية في كل مرة.

أوزان عشرة أكياس سكر (كجم)

| رقم الكيس | القائم بالقياس الأول | | | القائم بالقياس الثاني | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | القراءة ١ | القراءة ٢ | القراءة ٣ | القراءة ١ | القراءة ٢ | القراءة ٣ |
| 1 | 2.62 | 2.53 | 2.49 | 2.49 | 2.52 | 2.55 |
| 2 | 2.48 | 2.63 | 2.49 | 2.47 | 2.52 | 2.53 |
| 3 | 2.46 | 2.51 | 2.54 | 2.52 | 2.61 | 2.51 |
| 4 | 2.51 | 2.49 | 2.58 | 2.50 | 2.40 | 2.46 |
| 5 | 2.41 | 2.50 | 2.51 | 2.58 | 2.44 | 2.40 |
| 6 | 2.45 | 2.46 | 2.50 | 2.49 | 2.47 | 2.49 |
| 7 | 2.56 | 2.54 | 2.56 | 2.58 | 2.43 | 2.57 |
| 8 | 2.45 | 2.50 | 2.48 | 2.52 | 2.39 | 2.50 |
| 9 | 2.45 | 2.53 | 2.49 | 2.56 | 2.43 | 2.52 |
| 10 | 2.50 | 2.45 | 2.48 | 2.60 | 2.49 | 2.56 |

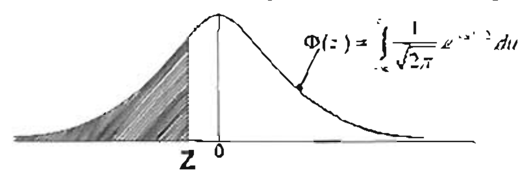
- استخدم طريقتي المتوسط والمدى وتحليل التباين لحساب تكرار القياس وإعادة النتائج (GR&R) هل نظام القياس كفؤ؟.
- احسب مؤشر نسبة قدرة المقياس (Gauge Capability Ratio (GCR) وفسر النتيجة.

١١. حوّل بيانات السؤال (١٠) إلى بيانات وصفية بتحويل وزن أي كيس إما لمطابق لمواصفة الوزن (٢,٥ كجم) أو غير مطابق. أعد تحليل البيانات باستخدام طريقة التبويب المزدوج. هل تشير هذه البيانات إلى أن نظام القياس سليم؟ هل النتائج متوافقة مع نتائج السؤال (١٠)؟ ولماذا؟.

# الملاحـــق

# الملاحق

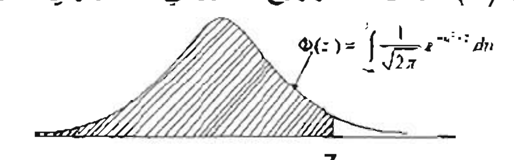
## ملحق (١): جدول التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي* (Cumulative Standard Normal Distribution)




| Z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -3.7 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 |
| -3.6 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 | 0.0001 |
| -3.5 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 | 0.0002 |
| -3.4 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0003 | 0.0002 |
| -3.3 | 0.0005 | 0.0005 | 0.0005 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0004 | 0.0003 |
| -3.2 | 0.0007 | 0.0007 | 0.0006 | 0.0006 | 0.0006 | 0.0006 | 0.0006 | 0.0005 | 0.0005 | 0.0005 |
| -3.1 | 0.0010 | 0.0009 | 0.0009 | 0.0009 | 0.0008 | 0.0008 | 0.0008 | 0.0008 | 0.0007 | 0.0007 |
| -3.0 | 0.0013 | 0.0013 | 0.0013 | 0.0012 | 0.0012 | 0.0011 | 0.0011 | 0.0011 | 0.0010 | 0.0010 |
| -2.9 | 0.0019 | 0.0018 | 0.0018 | 0.0017 | 0.0016 | 0.0016 | 0.0015 | 0.0015 | 0.0014 | 0.0014 |
| -2.8 | 0.0026 | 0.0025 | 0.0024 | 0.0023 | 0.0023 | 0.0022 | 0.0021 | 0.0021 | 0.0020 | 0.0019 |
| -2.7 | 0.0035 | 0.0034 | 0.0033 | 0.0032 | 0.0031 | 0.0030 | 0.0029 | 0.0028 | 0.0027 | 0.0026 |
| -2.6 | 0.0047 | 0.0045 | 0.0044 | 0.0043 | 0.0041 | 0.0040 | 0.0039 | 0.0038 | 0.0037 | 0.0036 |
| -2.5 | 0.0062 | 0.0060 | 0.0059 | 0.0057 | 0.0055 | 0.0054 | 0.0052 | 0.0051 | 0.0049 | 0.0048 |
| -2.4 | 0.0082 | 0.0080 | 0.0078 | 0.0075 | 0.0073 | 0.0071 | 0.0069 | 0.0068 | 0.0066 | 0.0064 |
| -2.3 | 0.0107 | 0.0104 | 0.0102 | 0.0099 | 0.0096 | 0.0094 | 0.0091 | 0.0089 | 0.0087 | 0.0084 |
| -2.2 | 0.0139 | 0.0136 | 0.0132 | 0.0129 | 0.0125 | 0.0122 | 0.0119 | 0.0116 | 0.0113 | 0.0110 |
| -2.1 | 0.0179 | 0.0174 | 0.0170 | 0.0166 | 0.0162 | 0.0158 | 0.0154 | 0.0150 | 0.0146 | 0.0143 |
| -2.0 | 0.0228 | 0.0222 | 0.0217 | 0.0212 | 0.0207 | 0.0202 | 0.0197 | 0.0192 | 0.0188 | 0.0183 |
| -1.9 | 0.0287 | 0.0281 | 0.0274 | 0.0268 | 0.0262 | 0.0256 | 0.0250 | 0.0244 | 0.0239 | 0.0233 |
| -1.8 | 0.0359 | 0.0351 | 0.0344 | 0.0336 | 0.0329 | 0.0322 | 0.0314 | 0.0307 | 0.0301 | 0.0294 |
| -1.7 | 0.0446 | 0.0436 | 0.0427 | 0.0418 | 0.0409 | 0.0401 | 0.0392 | 0.0384 | 0.0375 | 0.0367 |
| -1.6 | 0.0548 | 0.0537 | 0.0526 | 0.0516 | 0.0505 | 0.0495 | 0.0485 | 0.0475 | 0.0465 | 0.0455 |
| -1.5 | 0.0668 | 0.0655 | 0.0643 | 0.0630 | 0.0618 | 0.0606 | 0.0594 | 0.0582 | 0.0571 | 0.0559 |
| -1.4 | 0.0808 | 0.0793 | 0.0778 | 0.0764 | 0.0749 | 0.0735 | 0.0721 | 0.0708 | 0.0694 | 0.0681 |
| -1.3 | 0.0968 | 0.0951 | 0.0934 | 0.0918 | 0.0901 | 0.0885 | 0.0869 | 0.0853 | 0.0838 | 0.0823 |
| -1.2 | 0.1151 | 0.1131 | 0.1112 | 0.1093 | 0.1075 | 0.1056 | 0.1038 | 0.1020 | 0.1003 | 0.0985 |
| -1.1 | 0.1357 | 0.1335 | 0.1314 | 0.1292 | 0.1271 | 0.1251 | 0.1230 | 0.1210 | 0.1190 | 0.1170 |
| -1.0 | 0.1587 | 0.1562 | 0.1539 | 0.1515 | 0.1492 | 0.1469 | 0.1446 | 0.1423 | 0.1401 | 0.1379 |
| -0.9 | 0.1841 | 0.1814 | 0.1788 | 0.1762 | 0.1736 | 0.1711 | 0.1685 | 0.1660 | 0.1635 | 0.1611 |
| -0.8 | 0.2119 | 0.2090 | 0.2061 | 0.2033 | 0.2005 | 0.1977 | 0.1949 | 0.1922 | 0.1894 | 0.1867 |
| -0.7 | 0.2420 | 0.2389 | 0.2358 | 0.2327 | 0.2296 | 0.2266 | 0.2236 | 0.2206 | 0.2177 | 0.2148 |
| -0.6 | 0.2743 | 0.2709 | 0.2676 | 0.2643 | 0.2611 | 0.2578 | 0.2546 | 0.2514 | 0.2483 | 0.2451 |
| -0.5 | 0.3085 | 0.3050 | 0.3015 | 0.2981 | 0.2946 | 0.2912 | 0.2877 | 0.2843 | 0.2810 | 0.2776 |
| -0.4 | 0.3446 | 0.3409 | 0.3372 | 0.3336 | 0.3300 | 0.3264 | 0.3228 | 0.3192 | 0.3156 | 0.3121 |
| -0.3 | 0.3821 | 0.3783 | 0.3745 | 0.3707 | 0.3669 | 0.3632 | 0.3594 | 0.3557 | 0.3520 | 0.3483 |
| -0.2 | 0.4207 | 0.4168 | 0.4129 | 0.4090 | 0.4052 | 0.4013 | 0.3974 | 0.3936 | 0.3897 | 0.3859 |
| -0.1 | 0.4602 | 0.4562 | 0.4522 | 0.4483 | 0.4443 | 0.4404 | 0.4364 | 0.4325 | 0.4286 | 0.4247 |
| 0.0 | 0.5000 | 0.4960 | 0.4920 | 0.4880 | 0.4840 | 0.4801 | 0.4761 | 0.4721 | 0.4681 | 0.4641 |

* تم حساب هذه القيم باستخدام برنامج إكسل (Excel 2003).

## تابع ملحق (١): جدول التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي*




| Z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.7 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |

* تم حساب هذه القيم باستخدام برنامج إكسل (Excel 2003).

## ملحق (٢): جدول معكوس دالة التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

(Inverse Cumulative distribution function of the standard normal distribution)

| p | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.003 | 0.004 | 0.005 | 0.006 | 0.007 | 0.008 | 0.009 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.00 | | -3.0902 | -2.8782 | -2.7478 | -2.6521 | -2.5758 | -2.5121 | -2.4573 | -2.4089 | -2.3656 |
| 0.01 | -2.3263 | -2.2904 | -2.2571 | -2.2262 | -2.1973 | -2.1701 | -2.1444 | -2.1201 | -2.0969 | -2.0748 |
| 0.02 | -2.0537 | -2.0335 | -2.0141 | -1.9954 | -1.9774 | -1.9600 | -1.9431 | -1.9268 | -1.9110 | -1.8957 |
| 0.03 | -1.8808 | -1.8663 | -1.8522 | -1.8384 | -1.8250 | -1.8119 | -1.7991 | -1.7866 | -1.7744 | -1.7624 |
| 0.04 | -1.7507 | -1.7392 | -1.7279 | -1.7169 | -1.7060 | -1.6954 | -1.6849 | -1.6747 | -1.6646 | -1.6546 |
| 0.05 | -1.6449 | -1.6352 | -1.6258 | -1.6164 | -1.6072 | -1.5982 | -1.5893 | -1.5805 | -1.5718 | -1.5632 |
| 0.06 | -1.5548 | -1.5464 | -1.5382 | -1.5301 | -1.5220 | -1.5141 | -1.5063 | -1.4985 | -1.4909 | -1.4833 |
| 0.07 | -1.4758 | -1.4684 | -1.4611 | -1.4538 | -1.4466 | -1.4395 | -1.4325 | -1.4255 | -1.4187 | -1.4118 |
| 0.08 | -1.4051 | -1.3984 | -1.3917 | -1.3852 | -1.3787 | -1.3722 | -1.3658 | -1.3595 | -1.3532 | -1.3469 |
| 0.09 | -1.3408 | -1.3346 | -1.3285 | -1.3225 | -1.3165 | -1.3106 | -1.3047 | -1.2988 | -1.2930 | -1.2873 |
| 0.10 | -1.2816 | -1.2759 | -1.2702 | -1.2646 | -1.2591 | -1.2536 | -1.2481 | -1.2426 | -1.2372 | -1.2319 |
| 0.11 | -1.2265 | -1.2212 | -1.2160 | -1.2107 | -1.2055 | -1.2004 | -1.1952 | -1.1901 | -1.1850 | -1.1800 |
| 0.12 | -1.1750 | -1.1700 | -1.1650 | -1.1601 | -1.1552 | -1.1503 | -1.1455 | -1.1407 | -1.1359 | -1.1311 |
| 0.13 | -1.1264 | -1.1217 | -1.1170 | -1.1123 | -1.1077 | -1.1031 | -1.0985 | -1.0939 | -1.0893 | -1.0848 |
| 0.14 | -1.0803 | -1.0758 | -1.0714 | -1.0669 | -1.0625 | -1.0581 | -1.0537 | -1.0494 | -1.0451 | -1.0407 |
| 0.15 | -1.0364 | -1.0322 | -1.0279 | -1.0237 | -1.0194 | -1.0152 | -1.0110 | -1.0069 | -1.0027 | -0.9986 |
| 0.16 | -0.9945 | -0.9904 | -0.9863 | -0.9822 | -0.9782 | -0.9741 | -0.9701 | -0.9661 | -0.9621 | -0.9581 |
| 0.17 | -0.9542 | -0.9502 | -0.9463 | -0.9424 | -0.9385 | -0.9346 | -0.9307 | -0.9269 | -0.9230 | -0.9192 |
| 0.18 | -0.9154 | -0.9116 | -0.9078 | -0.9040 | -0.9002 | -0.8965 | -0.8927 | -0.8890 | -0.8853 | -0.8816 |
| 0.19 | -0.8779 | -0.8742 | -0.8706 | -0.8669 | -0.8632 | -0.8596 | -0.8560 | -0.8524 | -0.8488 | -0.8452 |
| 0.20 | -0.8416 | -0.8381 | -0.8345 | -0.8310 | -0.8274 | -0.8239 | -0.8204 | -0.8169 | -0.8134 | -0.8099 |
| 0.21 | -0.8064 | -0.8030 | -0.7995 | -0.7961 | -0.7926 | -0.7892 | -0.7858 | -0.7824 | -0.7790 | -0.7756 |
| 0.22 | -0.7722 | -0.7688 | -0.7655 | -0.7621 | -0.7588 | -0.7554 | -0.7521 | -0.7488 | -0.7454 | -0.7421 |
| 0.23 | -0.7388 | -0.7356 | -0.7323 | -0.7290 | -0.7257 | -0.7225 | -0.7192 | -0.7160 | -0.7128 | -0.7095 |
| 0.24 | -0.7063 | -0.7031 | -0.6999 | -0.6967 | -0.6935 | -0.6903 | -0.6871 | -0.6840 | -0.6808 | -0.6776 |
| 0.25 | -0.6745 | -0.6713 | -0.6682 | -0.6651 | -0.6620 | -0.6588 | -0.6557 | -0.6526 | -0.6495 | -0.6464 |
| 0.26 | -0.6433 | -0.6403 | -0.6372 | -0.6341 | -0.6311 | -0.6280 | -0.6250 | -0.6219 | -0.6189 | -0.6158 |
| 0.27 | -0.6128 | -0.6098 | -0.6068 | -0.6038 | -0.6008 | -0.5978 | -0.5948 | -0.5918 | -0.5888 | -0.5858 |
| 0.28 | -0.5828 | -0.5799 | -0.5769 | -0.5740 | -0.5710 | -0.5681 | -0.5651 | -0.5622 | -0.5592 | -0.5563 |
| 0.29 | -0.5534 | -0.5505 | -0.5476 | -0.5446 | -0.5417 | -0.5388 | -0.5359 | -0.5330 | -0.5302 | -0.5273 |
| 0.30 | -0.5244 | -0.5215 | -0.5187 | -0.5158 | -0.5129 | -0.5101 | -0.5072 | -0.5044 | -0.5015 | -0.4987 |
| 0.31 | -0.4958 | -0.4930 | -0.4902 | -0.4874 | -0.4845 | -0.4817 | -0.4789 | -0.4761 | -0.4733 | -0.4705 |
| 0.32 | -0.4677 | -0.4649 | -0.4621 | -0.4593 | -0.4565 | -0.4538 | -0.4510 | -0.4482 | -0.4454 | -0.4427 |
| 0.33 | -0.4399 | -0.4372 | -0.4344 | -0.4316 | -0.4289 | -0.4261 | -0.4234 | -0.4207 | -0.4179 | -0.4152 |
| 0.34 | -0.4125 | -0.4097 | -0.4070 | -0.4043 | -0.4016 | -0.3989 | -0.3961 | -0.3934 | -0.3907 | -0.3880 |
| 0.35 | -0.3853 | -0.3826 | -0.3799 | -0.3772 | -0.3745 | -0.3719 | -0.3692 | -0.3665 | -0.3638 | -0.3611 |
| 0.36 | -0.3585 | -0.3558 | -0.3531 | -0.3505 | -0.3478 | -0.3451 | -0.3425 | -0.3398 | -0.3372 | -0.3345 |
| 0.37 | -0.3319 | -0.3292 | -0.3266 | -0.3239 | -0.3213 | -0.3186 | -0.3160 | -0.3134 | -0.3107 | -0.3081 |
| 0.38 | -0.3055 | -0.3029 | -0.3002 | -0.2976 | -0.2950 | -0.2924 | -0.2898 | -0.2871 | -0.2845 | -0.2819 |
| 0.39 | -0.2793 | -0.2767 | -0.2741 | -0.2715 | -0.2689 | -0.2663 | -0.2637 | -0.2611 | -0.2585 | -0.2559 |
| 0.40 | -0.2533 | -0.2508 | -0.2482 | -0.2456 | -0.2430 | -0.2404 | -0.2378 | -0.2353 | -0.2327 | -0.2301 |

تابع ملحق (٢): جدول معكوس دالة التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

(Inverse Cumulative distribution function of the standard normal distribution)

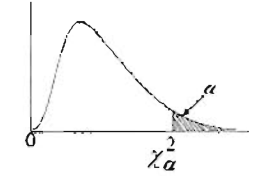
| P | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.003 | 0.004 | 0.005 | 0.006 | 0.007 | 0.008 | 0.009 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.41 | -0.2275 | -0.2250 | -0.2224 | -0.2198 | -0.2173 | -0.2147 | -0.2121 | -0.2096 | -0.2070 | -0.2045 |
| 0.42 | -0.2019 | -0.1993 | -0.1968 | -0.1942 | -0.1917 | -0.1891 | -0.1866 | -0.1840 | -0.1815 | -0.1789 |
| 0.43 | -0.1764 | -0.1738 | -0.1713 | -0.1687 | -0.1662 | -0.1637 | -0.1611 | -0.1586 | -0.1560 | -0.1535 |
| 0.44 | -0.1510 | -0.1484 | -0.1459 | -0.1434 | -0.1408 | -0.1383 | -0.1358 | -0.1332 | -0.1307 | -0.1282 |
| 0.45 | -0.1257 | -0.1231 | -0.1206 | -0.1181 | -0.1156 | -0.1130 | -0.1105 | -0.1080 | -0.1055 | -0.1030 |
| 0.46 | -0.1004 | -0.0979 | -0.0954 | -0.0929 | -0.0904 | -0.0878 | -0.0853 | -0.0828 | -0.0803 | -0.0778 |
| 0.47 | -0.0753 | -0.0728 | -0.0702 | -0.0677 | -0.0652 | -0.0627 | -0.0602 | -0.0577 | -0.0552 | -0.0527 |
| 0.48 | -0.0502 | -0.0476 | -0.0451 | -0.0426 | -0.0401 | -0.0376 | -0.0351 | -0.0326 | -0.0301 | -0.0276 |
| 0.49 | -0.0251 | -0.0226 | -0.0201 | -0.0175 | -0.0150 | -0.0125 | -0.0100 | -0.0075 | -0.0050 | -0.0025 |
| 0.50 | 0.0000 | 0.0025 | 0.0050 | 0.0075 | 0.0100 | 0.0125 | 0.0150 | 0.0175 | 0.0201 | 0.0226 |
| 0.51 | 0.0251 | 0.0276 | 0.0301 | 0.0326 | 0.0351 | 0.0376 | 0.0401 | 0.0426 | 0.0451 | 0.0476 |
| 0.52 | 0.0502 | 0.0527 | 0.0552 | 0.0577 | 0.0602 | 0.0627 | 0.0652 | 0.0677 | 0.0702 | 0.0728 |
| 0.53 | 0.0753 | 0.0778 | 0.0803 | 0.0828 | 0.0853 | 0.0878 | 0.0904 | 0.0929 | 0.0954 | 0.0979 |
| 0.54 | 0.1004 | 0.1030 | 0.1055 | 0.1080 | 0.1105 | 0.1130 | 0.1156 | 0.1181 | 0.1206 | 0.1231 |
| 0.55 | 0.1257 | 0.1282 | 0.1307 | 0.1332 | 0.1358 | 0.1383 | 0.1408 | 0.1434 | 0.1459 | 0.1484 |
| 0.56 | 0.1510 | 0.1535 | 0.1560 | 0.1586 | 0.1611 | 0.1637 | 0.1662 | 0.1687 | 0.1713 | 0.1738 |
| 0.57 | 0.1764 | 0.1789 | 0.1815 | 0.1840 | 0.1866 | 0.1891 | 0.1917 | 0.1942 | 0.1968 | 0.1993 |
| 0.58 | 0.2019 | 0.2045 | 0.2070 | 0.2096 | 0.2121 | 0.2147 | 0.2173 | 0.2198 | 0.2224 | 0.2250 |
| 0.59 | 0.2275 | 0.2301 | 0.2327 | 0.2353 | 0.2378 | 0.2404 | 0.2430 | 0.2456 | 0.2482 | 0.2508 |
| 0.60 | 0.2533 | 0.2559 | 0.2585 | 0.2611 | 0.2637 | 0.2663 | 0.2689 | 0.2715 | 0.2741 | 0.2767 |
| 0.61 | 0.2793 | 0.2819 | 0.2845 | 0.2871 | 0.2898 | 0.2924 | 0.2950 | 0.2976 | 0.3002 | 0.3029 |
| 0.62 | 0.3055 | 0.3081 | 0.3107 | 0.3134 | 0.3160 | 0.3186 | 0.3213 | 0.3239 | 0.3266 | 0.3292 |
| 0.63 | 0.3319 | 0.3345 | 0.3372 | 0.3398 | 0.3425 | 0.3451 | 0.3478 | 0.3505 | 0.3531 | 0.3558 |
| 0.64 | 0.3585 | 0.3611 | 0.3638 | 0.3665 | 0.3692 | 0.3719 | 0.3745 | 0.3772 | 0.3799 | 0.3826 |
| 0.65 | 0.3853 | 0.3880 | 0.3907 | 0.3934 | 0.3961 | 0.3989 | 0.4016 | 0.4043 | 0.4070 | 0.4097 |
| 0.66 | 0.4125 | 0.4152 | 0.4179 | 0.4207 | 0.4234 | 0.4261 | 0.4289 | 0.4316 | 0.4344 | 0.4372 |
| 0.67 | 0.4399 | 0.4427 | 0.4454 | 0.4482 | 0.4510 | 0.4538 | 0.4565 | 0.4593 | 0.4621 | 0.4649 |
| 0.68 | 0.4677 | 0.4705 | 0.4733 | 0.4761 | 0.4789 | 0.4817 | 0.4845 | 0.4874 | 0.4902 | 0.4930 |
| 0.69 | 0.4958 | 0.4987 | 0.5015 | 0.5044 | 0.5072 | 0.5101 | 0.5129 | 0.5158 | 0.5187 | 0.5215 |
| 0.70 | 0.5244 | 0.5273 | 0.5302 | 0.5330 | 0.5359 | 0.5388 | 0.5417 | 0.5446 | 0.5476 | 0.5505 |
| 0.71 | 0.5534 | 0.5563 | 0.5592 | 0.5622 | 0.5651 | 0.5681 | 0.5710 | 0.5740 | 0.5769 | 0.5799 |
| 0.72 | 0.5828 | 0.5858 | 0.5888 | 0.5918 | 0.5948 | 0.5978 | 0.6008 | 0.6038 | 0.6068 | 0.6098 |
| 0.73 | 0.6128 | 0.6158 | 0.6189 | 0.6219 | 0.6250 | 0.6280 | 0.6311 | 0.6341 | 0.6372 | 0.6403 |
| 0.74 | 0.6433 | 0.6464 | 0.6495 | 0.6526 | 0.6557 | 0.6588 | 0.6620 | 0.6651 | 0.6682 | 0.6713 |
| 0.75 | 0.6745 | 0.6776 | 0.6808 | 0.6840 | 0.6871 | 0.6903 | 0.6935 | 0.6967 | 0.6999 | 0.7031 |
| 0.76 | 0.7063 | 0.7095 | 0.7128 | 0.7160 | 0.7192 | 0.7225 | 0.7257 | 0.7290 | 0.7323 | 0.7356 |
| 0.77 | 0.7388 | 0.7421 | 0.7454 | 0.7488 | 0.7521 | 0.7554 | 0.7588 | 0.7621 | 0.7655 | 0.7688 |
| 0.78 | 0.7722 | 0.7756 | 0.7790 | 0.7824 | 0.7858 | 0.7892 | 0.7926 | 0.7961 | 0.7995 | 0.8030 |
| 0.79 | 0.8064 | 0.8099 | 0.8134 | 0.8169 | 0.8204 | 0.8239 | 0.8274 | 0.8310 | 0.8345 | 0.8381 |
| 0.80 | 0.8416 | 0.8452 | 0.8488 | 0.8524 | 0.8560 | 0.8596 | 0.8632 | 0.8669 | 0.8706 | 0.8742 |

## تابع ملحق (٢): جدول معكوس دالة التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

(Inverse Cumulative distribution function of the standard normal distribution)

| p | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.003 | 0.004 | 0.005 | 0.006 | 0.007 | 0.008 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.81 | 0.8779 | 0.8816 | 0.8853 | 0.8890 | 0.8927 | 0.8965 | 0.9002 | 0.9040 | 0.9078 | 0.9116 |
| 0.82 | 0.9154 | 0.9192 | 0.9230 | 0.9269 | 0.9307 | 0.9346 | 0.9385 | 0.9424 | 0.9463 | 0.9502 |
| 0.83 | 0.9542 | 0.9581 | 0.9621 | 0.9661 | 0.9701 | 0.9741 | 0.9782 | 0.9822 | 0.9863 | 0.9904 |
| 0.84 | 0.9945 | 0.9986 | 1.0027 | 1.0069 | 1.0110 | 1.0152 | 1.0194 | 1.0237 | 1.0279 | 1.0322 |
| 0.85 | 1.0364 | 1.0407 | 1.0451 | 1.0494 | 1.0537 | 1.0581 | 1.0625 | 1.0669 | 1.0714 | 1.0758 |
| 0.86 | 1.0803 | 1.0848 | 1.0893 | 1.0939 | 1.0985 | 1.1031 | 1.1077 | 1.1123 | 1.1170 | 1.1217 |
| 0.87 | 1.1264 | 1.1311 | 1.1359 | 1.1407 | 1.1455 | 1.1503 | 1.1552 | 1.1601 | 1.1650 | 1.1700 |
| 0.88 | 1.1750 | 1.1800 | 1.1850 | 1.1901 | 1.1952 | 1.2004 | 1.2055 | 1.2107 | 1.2160 | 1.2212 |
| 0.89 | 1.2265 | 1.2319 | 1.2372 | 1.2426 | 1.2481 | 1.2536 | 1.2591 | 1.2646 | 1.2702 | 1.2759 |
| 0.90 | 1.2816 | 1.2873 | 1.2930 | 1.2988 | 1.3047 | 1.3106 | 1.3165 | 1.3225 | 1.3285 | 1.3346 |
| 0.91 | 1.3408 | 1.3469 | 1.3532 | 1.3595 | 1.3658 | 1.3722 | 1.3787 | 1.3852 | 1.3917 | 1.3984 |
| 0.92 | 1.4051 | 1.4118 | 1.4187 | 1.4255 | 1.4325 | 1.4395 | 1.4466 | 1.4538 | 1.4611 | 1.4684 |
| 0.93 | 1.4758 | 1.4833 | 1.4909 | 1.4985 | 1.5063 | 1.5141 | 1.5220 | 1.5301 | 1.5382 | 1.5464 |
| 0.94 | 1.5548 | 1.5632 | 1.5718 | 1.5805 | 1.5893 | 1.5982 | 1.6072 | 1.6164 | 1.6258 | 1.6352 |
| 0.95 | 1.6449 | 1.6546 | 1.6646 | 1.6747 | 1.6849 | 1.6954 | 1.7060 | 1.7169 | 1.7279 | 1.7392 |
| 0.96 | 1.7507 | 1.7624 | 1.7744 | 1.7866 | 1.7991 | 1.8119 | 1.8250 | 1.8384 | 1.8522 | 1.8663 |
| 0.97 | 1.8808 | 1.8957 | 1.9110 | 1.9268 | 1.9431 | 1.9600 | 1.9774 | 1.9954 | 2.0141 | 2.0335 |
| 0.98 | 2.0537 | 2.0748 | 2.0969 | 2.1201 | 2.1444 | 2.1701 | 2.1973 | 2.2262 | 2.2571 | 2.2904 |
| 0.99 | 2.3263 | 2.3656 | 2.4089 | 2.4573 | 2.5121 | 2.5758 | 2.6521 | 2.7478 | 2.8782 | 3.0902 |

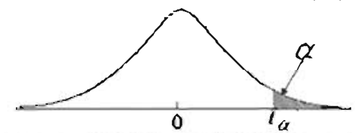
## ملحق (٣): جدول القيم الحرجة لتوزيع $\chi^2$




| درجات الحرية | 0.005 | 0.010 | 0.025 | 0.050 | 0.100 | 0.900 | 0.950 | 0.975 | 0.990 | 0.995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7.879 | 6.635 | 5.024 | 3.841 | 2.706 | 0.016 | 0.004 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 10.597 | 9.210 | 7.378 | 5.991 | 4.605 | 0.211 | 0.103 | 0.051 | 0.020 | 0.010 |
| 3 | 12.838 | 11.345 | 9.348 | 7.815 | 6.251 | 0.584 | 0.352 | 0.216 | 0.115 | 0.072 |
| 4 | 14.860 | 13.277 | 11.143 | 9.488 | 7.779 | 1.064 | 0.711 | 0.484 | 0.297 | 0.207 |
| 5 | 16.750 | 15.086 | 12.832 | 11.070 | 9.236 | 1.610 | 1.145 | 0.831 | 0.554 | 0.412 |
| 6 | 18.548 | 16.812 | 14.449 | 12.592 | 10.645 | 2.204 | 1.635 | 1.237 | 0.872 | 0.676 |
| 7 | 20.278 | 18.475 | 16.013 | 14.067 | 12.017 | 2.833 | 2.167 | 1.690 | 1.239 | 0.989 |
| 8 | 21.955 | 20.090 | 17.535 | 15.507 | 13.362 | 3.490 | 2.733 | 2.180 | 1.647 | 1.344 |
| 9 | 23.589 | 21.666 | 19.023 | 16.919 | 14.684 | 4.168 | 3.325 | 2.700 | 2.088 | 1.735 |
| 10 | 25.188 | 23.209 | 20.483 | 18.307 | 15.987 | 4.865 | 3.940 | 3.247 | 2.558 | 2.156 |
| 11 | 26.757 | 24.725 | 21.920 | 19.675 | 17.275 | 5.578 | 4.575 | 3.816 | 3.053 | 2.603 |
| 12 | 28.300 | 26.217 | 23.337 | 21.026 | 18.549 | 6.304 | 5.226 | 4.404 | 3.571 | 3.074 |
| 13 | 29.819 | 27.688 | 24.736 | 22.362 | 19.812 | 7.041 | 5.892 | 5.009 | 4.107 | 3.565 |
| 14 | 31.319 | 29.141 | 26.119 | 23.685 | 21.064 | 7.790 | 6.571 | 5.629 | 4.660 | 4.075 |
| 15 | 32.801 | 30.578 | 27.488 | 24.996 | 22.307 | 8.547 | 7.261 | 6.262 | 5.229 | 4.601 |
| 16 | 34.267 | 32.000 | 28.845 | 26.296 | 23.542 | 9.312 | 7.962 | 6.908 | 5.812 | 5.142 |
| 17 | 35.718 | 33.409 | 30.191 | 27.587 | 24.769 | 10.085 | 8.672 | 7.564 | 6.408 | 5.697 |
| 18 | 37.156 | 34.805 | 31.526 | 28.869 | 25.989 | 10.865 | 9.390 | 8.231 | 7.015 | 6.265 |
| 19 | 38.582 | 36.191 | 32.852 | 30.144 | 27.204 | 11.651 | 10.117 | 8.907 | 7.633 | 6.844 |
| 20 | 39.997 | 37.566 | 34.170 | 31.410 | 28.412 | 12.443 | 10.851 | 9.591 | 8.260 | 7.434 |
| 21 | 41.401 | 38.932 | 35.479 | 32.671 | 29.615 | 13.240 | 11.591 | 10.283 | 8.897 | 8.034 |
| 22 | 42.796 | 40.289 | 36.781 | 33.924 | 30.813 | 14.041 | 12.338 | 10.982 | 9.542 | 8.643 |
| 23 | 44.181 | 41.638 | 38.076 | 35.172 | 32.007 | 14.848 | 13.091 | 11.689 | 10.196 | 9.260 |
| 24 | 45.558 | 42.980 | 39.364 | 36.415 | 33.196 | 15.659 | 13.848 | 12.401 | 10.856 | 9.886 |
| 25 | 46.928 | 44.314 | 40.646 | 37.652 | 34.382 | 16.473 | 14.611 | 13.120 | 11.524 | 10.520 |
| 26 | 48.290 | 45.642 | 41.923 | 38.885 | 35.563 | 17.292 | 15.379 | 13.844 | 12.198 | 11.160 |
| 27 | 49.645 | 46.963 | 43.195 | 40.113 | 36.741 | 18.114 | 16.151 | 14.573 | 12.878 | 11.808 |
| 28 | 50.994 | 48.278 | 44.461 | 41.337 | 37.916 | 18.939 | 16.928 | 15.308 | 13.565 | 12.461 |
| 29 | 52.335 | 49.588 | 45.722 | 42.557 | 39.087 | 19.768 | 17.708 | 16.047 | 14.256 | 13.121 |
| 30 | 53.672 | 50.892 | 46.979 | 43.773 | 40.256 | 20.599 | 18.493 | 16.791 | 14.953 | 13.787 |
| 40 | 66.766 | 63.691 | 59.342 | 55.758 | 51.805 | 29.051 | 26.509 | 24.433 | 22.164 | 20.707 |
| 50 | 79.490 | 76.154 | 71.420 | 67.505 | 63.167 | 37.689 | 34.764 | 32.357 | 29.707 | 27.991 |
| 60 | 91.952 | 88.379 | 83.298 | 79.082 | 74.397 | 46.459 | 43.188 | 40.482 | 37.485 | 35.534 |
| 70 | 104.215 | 100.425 | 95.023 | 90.531 | 85.527 | 55.329 | 51.739 | 48.758 | 45.442 | 43.275 |
| 80 | 116.321 | 112.329 | 106.629 | 101.879 | 96.578 | 64.278 | 60.391 | 57.153 | 53.540 | 51.172 |
| 90 | 128.299 | 124.116 | 118.136 | 113.145 | 107.565 | 73.291 | 69.126 | 65.647 | 61.754 | 59.196 |
| 100 | 140.170 | 135.807 | 129.561 | 124.342 | 118.498 | 82.358 | 77.929 | 74.222 | 70.065 | 67.328 |

تم حساب هذه القيم باستخدام برنامج إكسل (Excel2003).

## ملحق (٤): جدول القيم الحرجة لتوزيع t




| درجات الحرية | $\alpha$ | 0.100 | 0.050 | 0.025 | 0.010 | 0.005 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.656 |
| | 2 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 |
| | 3 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 |
| | 4 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 |
| | 5 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 |
| | 6 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 |
| | 7 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 |
| | 8 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 |
| | 9 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 |
| | 10 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 |
| | 11 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 |
| | 12 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 |
| | 13 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 |
| | 14 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 |
| | 15 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 |
| | 16 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 |
| | 17 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 |
| | 18 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 |
| | 19 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 |
| | 20 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 |
| | 21 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 |
| | 22 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 |
| | 23 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 |
| | 24 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 |
| | 25 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 |
| | 26 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 |
| | 27 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 |
| | 28 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 |
| | 29 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 |
| | 30 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 |
| | 40 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 |
| | 50 | 1.299 | 1.676 | 2.009 | 2.403 | 2.678 |
| | 60 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 |
| | 70 | 1.294 | 1.667 | 1.994 | 2.381 | 2.648 |
| | ما لا نهاية | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 |

تم حساب هذه القيم باستخدام برنامج إكسل (Excel 2003).

## ملحق (٥): القيم الحرجة لتوزيع F (مستوى معنوية ١%)

| درجات الحرية للمقام | درجات حرية البسط | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| 1 | 161.45 | 199.50 | 215.71 | 224.58 | 230.16 | 233.99 | 236.77 | 238.88 | 240.54 | 241.88 | 245.95 | 248.01 | 250.10 | 251.14 | 251.77 | 252.20 | 252.50 | 252.72 | 252.90 | 253.04 |
| 2 | 18.51 | 19.00 | 19.16 | 19.25 | 19.30 | 19.33 | 19.35 | 19.37 | 19.38 | 19.40 | 19.43 | 19.45 | 19.46 | 19.47 | 19.48 | 19.48 | 19.48 | 19.48 | 19.48 | 19.49 |
| 3 | 10.13 | 9.55 | 9.28 | 9.12 | 9.01 | 8.94 | 8.89 | 8.85 | 8.81 | 8.79 | 8.70 | 8.66 | 8.62 | 8.59 | 8.58 | 8.57 | 8.57 | 8.56 | 8.56 | 8.55 |
| 4 | 7.71 | 6.94 | 6.59 | 6.39 | 6.26 | 6.16 | 6.09 | 6.04 | 6.00 | 5.96 | 5.86 | 5.80 | 5.75 | 5.72 | 5.70 | 5.69 | 5.68 | 5.67 | 5.67 | 5.66 |
| 5 | 6.61 | 5.79 | 5.41 | 5.19 | 5.05 | 4.95 | 4.88 | 4.82 | 4.77 | 4.74 | 4.62 | 4.56 | 4.50 | 4.46 | 4.44 | 4.43 | 4.42 | 4.41 | 4.41 | 4.41 |
| 6 | 5.99 | 5.14 | 4.76 | 4.53 | 4.39 | 4.28 | 4.21 | 4.15 | 4.10 | 4.06 | 3.94 | 3.87 | 3.81 | 3.77 | 3.75 | 3.74 | 3.73 | 3.72 | 3.72 | 3.71 |
| 7 | 5.59 | 4.74 | 4.35 | 4.12 | 3.97 | 3.87 | 3.79 | 3.73 | 3.68 | 3.64 | 3.51 | 3.44 | 3.38 | 3.34 | 3.32 | 3.30 | 3.29 | 3.29 | 3.28 | 3.27 |
| 8 | 5.32 | 4.46 | 4.07 | 3.84 | 3.69 | 3.58 | 3.50 | 3.44 | 3.39 | 3.35 | 3.22 | 3.15 | 3.08 | 3.04 | 3.02 | 3.01 | 2.99 | 2.99 | 2.98 | 2.97 |
| 9 | 5.12 | 4.26 | 3.86 | 3.63 | 3.48 | 3.37 | 3.29 | 3.23 | 3.18 | 3.14 | 3.01 | 2.94 | 2.86 | 2.83 | 2.80 | 2.79 | 2.78 | 2.77 | 2.76 | 2.76 |
| 10 | 4.96 | 4.10 | 3.71 | 3.48 | 3.33 | 3.22 | 3.14 | 3.07 | 3.02 | 2.98 | 2.85 | 2.77 | 2.70 | 2.66 | 2.64 | 2.62 | 2.61 | 2.60 | 2.59 | 2.59 |
| 15 | 4.54 | 3.68 | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.79 | 2.71 | 2.64 | 2.59 | 2.54 | 2.40 | 2.33 | 2.25 | 2.20 | 2.18 | 2.16 | 2.15 | 2.14 | 2.13 | 2.12 |
| 20 | 4.35 | 3.49 | 3.10 | 2.87 | 2.71 | 2.60 | 2.51 | 2.45 | 2.39 | 2.35 | 2.20 | 2.12 | 2.04 | 1.99 | 1.97 | 1.95 | 1.93 | 1.92 | 1.91 | 1.91 |
| 30 | 4.17 | 3.32 | 2.92 | 2.69 | 2.53 | 2.42 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.16 | 2.01 | 1.93 | 1.84 | 1.79 | 1.76 | 1.74 | 1.72 | 1.71 | 1.70 | 1.70 |
| 40 | 4.08 | 3.23 | 2.84 | 2.61 | 2.45 | 2.34 | 2.25 | 2.18 | 2.12 | 2.08 | 1.92 | 1.84 | 1.74 | 1.69 | 1.66 | 1.64 | 1.62 | 1.61 | 1.60 | 1.59 |
| 50 | 4.03 | 3.18 | 2.79 | 2.56 | 2.40 | 2.29 | 2.20 | 2.13 | 2.07 | 2.03 | 1.87 | 1.78 | 1.69 | 1.63 | 1.60 | 1.58 | 1.56 | 1.54 | 1.53 | 1.52 |
| 60 | 4.00 | 3.15 | 2.76 | 2.53 | 2.37 | 2.25 | 2.17 | 2.10 | 2.04 | 1.99 | 1.84 | 1.75 | 1.65 | 1.59 | 1.56 | 1.53 | 1.52 | 1.50 | 1.49 | 1.48 |
| 70 | 3.98 | 3.13 | 2.74 | 2.50 | 2.35 | 2.23 | 2.14 | 2.07 | 2.02 | 1.97 | 1.81 | 1.72 | 1.62 | 1.57 | 1.53 | 1.50 | 1.49 | 1.47 | 1.46 | 1.45 |
| 80 | 3.96 | 3.11 | 2.72 | 2.49 | 2.33 | 2.21 | 2.13 | 2.06 | 2.00 | 1.95 | 1.79 | 1.70 | 1.60 | 1.54 | 1.51 | 1.48 | 1.46 | 1.45 | 1.44 | 1.43 |
| 90 | 3.95 | 3.10 | 2.71 | 2.47 | 2.32 | 2.20 | 2.11 | 2.04 | 1.99 | 1.94 | 1.78 | 1.69 | 1.59 | 1.53 | 1.49 | 1.46 | 1.44 | 1.43 | 1.42 | 1.41 |
| 100 | 3.94 | 3.09 | 2.70 | 2.46 | 2.31 | 2.19 | 2.10 | 2.03 | 1.97 | 1.93 | 1.77 | 1.68 | 1.57 | 1.52 | 1.48 | 1.45 | 1.43 | 1.41 | 1.40 | 1.39 |

تم حساب هذه القيم باستخدام برنامج إكسل (Excel 2003).

## تابع ملحق (٥): القيم الحرجة لتوزيع F (مستوى معنوية ٥%)

| درجات الحرية للمقام | درجات حرية البسط | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| 1 | 4052.18 | 4999.50 | 5403.35 | 5624.58 | 5763.65 | 5858.99 | 5928.36 | 5981.07 | 6022.47 | 6055.85 | 6157.28 | 6208.73 | 6260.65 | 6286.78 | 6302.52 | 6313.03 | 6320.55 | 6326.20 | 6330.59 | 6334.11 |
| 2 | 98.50 | 99.00 | 99.17 | 99.25 | 99.30 | 99.33 | 99.36 | 99.37 | 99.39 | 99.40 | 99.43 | 99.45 | 99.47 | 99.47 | 99.48 | 99.48 | 99.48 | 99.49 | 99.49 | 99.49 |
| 3 | 34.12 | 30.82 | 29.46 | 28.71 | 28.24 | 27.91 | 27.67 | 27.49 | 27.35 | 27.23 | 26.87 | 26.69 | 26.50 | 26.41 | 26.35 | 26.32 | 26.29 | 26.27 | 26.25 | 26.24 |
| 4 | 21.20 | 18.00 | 16.69 | 15.98 | 15.52 | 15.21 | 14.98 | 14.80 | 14.66 | 14.55 | 14.20 | 14.02 | 13.84 | 13.75 | 13.69 | 13.65 | 13.63 | 13.61 | 13.59 | 13.58 |
| 5 | 16.26 | 13.27 | 12.06 | 11.39 | 10.97 | 10.67 | 10.46 | 10.29 | 10.16 | 10.05 | 9.72 | 9.55 | 9.38 | 9.29 | 9.24 | 9.20 | 9.18 | 9.16 | 9.14 | 9.13 |
| 6 | 13.75 | 10.92 | 9.78 | 9.15 | 8.75 | 8.47 | 8.26 | 8.10 | 7.98 | 7.87 | 7.56 | 7.40 | 7.23 | 7.14 | 7.09 | 7.06 | 7.03 | 7.01 | 7.00 | 6.99 |
| 7 | 12.25 | 9.55 | 8.45 | 7.85 | 7.46 | 7.19 | 6.99 | 6.84 | 6.72 | 6.62 | 6.31 | 6.16 | 5.99 | 5.91 | 5.86 | 5.82 | 5.80 | 5.78 | 5.77 | 5.75 |
| 8 | 11.26 | 8.65 | 7.59 | 7.01 | 6.63 | 6.37 | 6.18 | 6.03 | 5.91 | 5.81 | 5.52 | 5.36 | 5.20 | 5.12 | 5.07 | 5.03 | 5.01 | 4.99 | 4.97 | 4.96 |
| 9 | 10.56 | 8.02 | 6.99 | 6.42 | 6.06 | 5.80 | 5.61 | 5.47 | 5.35 | 5.26 | 4.96 | 4.81 | 4.65 | 4.57 | 4.52 | 4.48 | 4.46 | 4.44 | 4.43 | 4.41 |
| 10 | 10.04 | 7.56 | 6.55 | 5.99 | 5.64 | 5.39 | 5.20 | 5.06 | 4.94 | 4.85 | 4.56 | 4.41 | 4.25 | 4.17 | 4.12 | 4.08 | 4.06 | 4.04 | 4.03 | 4.01 |
| 15 | 8.68 | 6.36 | 5.42 | 4.89 | 4.56 | 4.32 | 4.14 | 4.00 | 3.89 | 3.80 | 3.52 | 3.37 | 3.21 | 3.13 | 3.08 | 3.05 | 3.02 | 3.00 | 2.99 | 2.98 |
| 20 | 8.10 | 5.85 | 4.94 | 4.43 | 4.10 | 3.87 | 3.70 | 3.56 | 3.46 | 3.37 | 3.09 | 2.94 | 2.78 | 2.69 | 2.64 | 2.61 | 2.58 | 2.56 | 2.55 | 2.54 |
| 30 | 7.56 | 5.39 | 4.51 | 4.02 | 3.70 | 3.47 | 3.30 | 3.17 | 3.07 | 2.98 | 2.70 | 2.55 | 2.39 | 2.30 | 2.25 | 2.21 | 2.18 | 2.16 | 2.14 | 2.13 |
| 40 | 7.31 | 5.18 | 4.31 | 3.83 | 3.51 | 3.29 | 3.12 | 2.99 | 2.89 | 2.80 | 2.52 | 2.37 | 2.20 | 2.11 | 2.06 | 2.02 | 1.99 | 1.97 | 1.95 | 1.94 |
| 50 | 7.17 | 5.06 | 4.20 | 3.72 | 3.41 | 3.19 | 3.02 | 2.89 | 2.78 | 2.70 | 2.42 | 2.27 | 2.10 | 2.01 | 1.95 | 1.91 | 1.88 | 1.86 | 1.84 | 1.82 |
| 60 | 7.08 | 4.98 | 4.13 | 3.65 | 3.34 | 3.12 | 2.95 | 2.82 | 2.72 | 2.63 | 2.35 | 2.20 | 2.03 | 1.94 | 1.88 | 1.84 | 1.81 | 1.78 | 1.76 | 1.75 |
| 70 | 7.01 | 4.92 | 4.07 | 3.60 | 3.29 | 3.07 | 2.91 | 2.78 | 2.67 | 2.59 | 2.31 | 2.15 | 1.98 | 1.89 | 1.83 | 1.78 | 1.75 | 1.73 | 1.71 | 1.70 |
| 80 | 6.96 | 4.88 | 4.04 | 3.56 | 3.26 | 3.04 | 2.87 | 2.74 | 2.64 | 2.55 | 2.27 | 2.12 | 1.94 | 1.85 | 1.79 | 1.75 | 1.71 | 1.69 | 1.67 | 1.65 |
| 90 | 6.93 | 4.85 | 4.01 | 3.53 | 3.23 | 3.01 | 2.84 | 2.72 | 2.61 | 2.52 | 2.24 | 2.09 | 1.92 | 1.82 | 1.76 | 1.72 | 1.68 | 1.66 | 1.64 | 1.62 |
| 100 | 6.90 | 4.82 | 3.98 | 3.51 | 3.21 | 2.99 | 2.82 | 2.69 | 2.59 | 2.50 | 2.22 | 2.07 | 1.89 | 1.80 | 1.74 | 1.69 | 1.66 | 1.63 | 1.61 | 1.60 |

## ملحق (٦): القيم الحرجة لاختبار تبعية المتغيرات للتوزيع الطبيعي

(Critical Values for the Normal Scores Correlation Test for Normality)

| حجم العينة ( Sample Size) | مستوى المعنوية (Significance Level) | | |
|---|---|---|---|
| | **0.01** | **0.05** | **0.10** |
| 10 | 0.879 | 0.917 | 0.935 |
| 15 | 0.91 | 0.938 | 0.951 |
| 20 | 0.928 | 0.951 | 0.96 |
| 25 | 0.94 | 0.958 | 0.967 |
| 30 | 0.949 | 0.964 | 0.971 |
| 40 | 0.958 | 0.972 | 0.977 |
| 50 | 0.966 | 0.976 | 0.981 |
| 60 | 0.971 | 0.98 | 0.983 |
| 70 | 0.975 | 0.982 | 0.985 |
| 80 | 0.978 | 0.984 | 0.987 |
| 90 | 0.98 | 0.986 | 0.988 |
| 100 | 0.982 | 0.987 | 0.989 |
| 200 | 0.99 | 0.993 | 0.994 |
| 300 | 0.993 | 0.995 | 0.996 |
| 400 | 0.995 | 0.996 | 0.997 |
| 500 | 0.996 | 0.997 | 0.998 |
| 1000 | 0.998 | 0.998 | 0.999 |

المصدر : Weiss, 2002 p. A24

## ملحق (٧): الثوابت المستخدمة في رسم خرائط المراقبة للمتغيرات

| حجم العينة (n) | $D_3$ | $D_4$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | $B_6$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_6$ | $A_7$ | $d_2$ | $c_4$ | $d_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 3.267 | 0 | 3.267 | 0 | 2.606 | 1.880 | 2.659 | 1.880 | 1.880 | 1.128 | 0.7979 | 0.853 |
| 3 | 0 | 2.574 | 0 | 2.568 | 0 | 2.276 | 1.023 | 1.954 | 1.187 | 1.607 | 1.693 | 0.8862 | 0.888 |
| 4 | 0 | 2.282 | 0 | 2.266 | 0 | 2.088 | 0.729 | 1.628 | 0.796 | 0.796 | 2.059 | 0.9213 | 0.880 |
| 5 | 0 | 2.114 | 0 | 2.089 | 0 | 1.964 | 0.577 | 1.427 | 0.691 | 0.660 | 2.326 | 0.9400 | 0.864 |
| 6 | 0 | 2.004 | 0.030 | 1.970 | 0.029 | 1.874 | 0.483 | 1.287 | 0.549 | 0.580 | 2.534 | 0.9515 | 0.848 |
| 7 | 0.076 | 1.924 | 0.118 | 1.882 | 0.113 | 1.806 | 0.419 | 1.182 | 0.509 | 0.521 | 2.704 | 0.9594 | 0.833 |
| 8 | 0.136 | 1.864 | 0.185 | 1.815 | 0.179 | 1.751 | 0.373 | 1.099 | 0.434 | 0.477 | 2.847 | 0.9650 | 0.820 |
| 9 | 0.184 | 1.816 | 0.239 | 1.761 | 0.232 | 1.707 | 0.337 | 1.032 | 0.412 | 0.444 | 2.970 | 0.9693 | 0.808 |
| 10 | 0.223 | 1.777 | 0.284 | 1.716 | 0.276 | 1.669 | 0.308 | 0.975 | 0.365 | 0.419 | 3.078 | 0.9727 | 0.797 |
| 11 | 0.256 | 1.744 | 0.321 | 1.679 | 0.313 | 1.637 | 0.285 | 0.927 | 0.350 | 0.399 | 3.173 | 0.9754 | 0.787 |
| 12 | 0.284 | 1.717 | 0.354 | 1.646 | 0.346 | 1.610 | 0.266 | 0.886 | 0.317 | 0.382 | 3.258 | 0.9776 | 0.778 |
| 13 | 0.308 | 1.693 | 0.382 | 1.618 | 0.374 | 1.585 | 0.249 | 0.850 | 0.306 | 0.368 | 3.336 | 0.9794 | 0.770 |
| 14 | 0.329 | 1.672 | 0.406 | 1.594 | 0.399 | 1.563 | 0.235 | 0.817 | 0.282 | 0.356 | 3.407 | 0.9810 | 0.763 |
| 15 | 0.348 | 1.653 | 0.428 | 1.572 | 0.421 | 1.544 | 0.223 | 0.789 | 0.274 | 0.346 | 3.472 | 0.9823 | 0.756 |
| 16 | 0.364 | 1.637 | 0.448 | 1.552 | 0.440 | 1.526 | 0.212 | 0.763 | 0.257 | 0.337 | 3.532 | 0.9835 | 0.750 |
| 17 | 0.379 | 1.622 | 0.466 | 1.534 | 0.458 | 1.511 | 0.203 | 0.739 | 0.250 | 0.329 | 3.588 | 0.9845 | 0.744 |
| 18 | 0.392 | 1.608 | 0.482 | 1.518 | 0.475 | 1.496 | 0.194 | 0.718 | 0.237 | 0.322 | 3.640 | 0.9854 | 0.739 |
| 19 | 0.404 | 1.597 | 0.497 | 1.503 | 0.490 | 1.483 | 0.187 | 0.698 | 0.231 | 0.315 | 3.689 | 0.9862 | 0.734 |
| 20 | 0.414 | 1.585 | 0.510 | 1.490 | 0.504 | 1.470 | 0.180 | 0.680 | 0.218 | 0.308 | 3.735 | 0.9869 | 0.729 |
| 21 | 0.425 | 1.575 | 0.523 | 1.477 | 0.516 | 1.459 | 0.173 | 0.663 | 0.215 | 0.303 | 3.778 | 0.9876 | 0.724 |
| 22 | 0.434 | 1.566 | 0.534 | 1.466 | 0.528 | 1.448 | 0.167 | 0.647 | 0.204 | 0.298 | 3.819 | 0.9882 | 0.720 |
| 23 | 0.443 | 1.557 | 0.545 | 1.455 | 0.539 | 1.438 | 0.162 | 0.633 | 0.202 | 0.292 | 3.858 | 0.9887 | 0.716 |
| 24 | 0.452 | 1.548 | 0.555 | 1.445 | 0.549 | 1.429 | 0.157 | 0.619 | 0.192 | 0.288 | 3.895 | 0.9892 | 0.712 |
| 25 | 0.459 | 1.541 | 0.565 | 1.435 | 0.559 | 1.420 | 0.153 | 0.606 | 0.191 | 0.284 | 3.931 | 0.9896 | 0.708 |

ملحق (٨): قيم الثابت $d_2$ المستخدمة في طريقة المتوسط والمدى لحساب تكرار القياس وتكرار النتائج (GR&R)

| | w | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| z | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1 | 1.41 | 1.91 | 2.24 | 2.48 | 2.67 | 2.83 | 2.96 | 3.08 | 3.18 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.49 | 3.55 |
| 2 | 1.28 | 1.81 | 2.15 | 2.40 | 2.60 | 2.77 | 2.91 | 3.02 | 3.13 | 3.22 | 3.30 | 3.38 | 3.45 | 3.51 |
| 3 | 1.23 | 1.77 | 2.12 | 2.38 | 2.58 | 2.75 | 2.89 | 3.01 | 3.11 | 3.21 | 3.29 | 3.37 | 3.43 | 3.50 |
| 4 | 1.21 | 1.75 | 2.11 | 2.37 | 2.57 | 2.74 | 2.88 | 3.00 | 3.10 | 3.20 | 3.28 | 3.36 | 3.43 | 3.49 |
| 5 | 1.19 | 1.74 | 2.10 | 2.36 | 2.56 | 2.78 | 2.87 | 2.99 | 3.10 | 3.19 | 3.28 | 3.36 | 3.42 | 3.49 |
| 6 | 1.18 | 1.73 | 2.09 | 2.35 | 2.56 | 2.73 | 2.87 | 2.99 | 3.10 | 3.19 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.49 |
| 7 | 1.17 | 1.73 | 2.09 | 2.35 | 2.55 | 2.72 | 2.87 | 2.99 | 3.10 | 3.19 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.48 |
| 8 | 1.17 | 1.72 | 2.08 | 2.35 | 2.55 | 2.72 | 2.87 | 2.98 | 3.09 | 3.19 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.48 |
| 9 | 1.16 | 1.72 | 2.08 | 2.34 | 2.55 | 2.72 | 2.86 | 2.98 | 3.09 | 3.19 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.48 |
| 10 | 1.16 | 1.72 | 2.08 | 2.34 | 2.55 | 2.72 | 2.86 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.42 | 3.48 |
| 11 | 1.15 | 1.71 | 2.08 | 2.34 | 2.55 | 2.72 | 2.86 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.41 | 3.48 |
| 12 | 1.15 | 1.71 | 2.07 | 2.34 | 2.55 | 2.72 | 2.85 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.41 | 3.48 |
| 13 | 1.15 | 1.71 | 2.07 | 2.34 | 2.55 | 2.71 | 2.85 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.41 | 3.48 |
| 14 | 1.15 | 1.71 | 2.07 | 2.34 | 2.54 | 2.71 | 2.85 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.41 | 3.48 |
| 15 | 1.15 | 1.71 | 2.07 | 2.34 | 2.54 | 2.71 | 2.85 | 2.98 | 3.08 | 3.18 | 3.26 | 3.34 | 3.41 | 3.48 |
| >15 | 1.128 | 1.693 | 2.059 | 2.326 | 2.534 | 2.704 | 2.847 | 2.97 | 3.078 | 3.173 | 3.258 | 3.336 | 3.407 | 3.472 |

## ملحق (٩): قائمة بالمصطلحات

### A

| | |
|---|---|
| Actual Capability | مقدرة فعلية |
| American Society for Quality (ASQ) | الجمعية الأمريكية للجودة |
| Appraiser | القائم بالقياس |
| Assignable Causes ( also called special causes) | أسباب محددة (أسباب خاصة) |
| Attribute Chart | خريطة خاصية/صفة |
| Attribute Control Charts | خرائط مراقبة الخواص/الصفات |
| Attribute data | بيانات خواص/صفات |
| Automotive Industry Action Group (AIAG | مجموعة العمل لصناعة السيارات |
| Average chart (Xbar chart) | خريطة الوسط الحسابي |
| Average run length (ARL) | متوسط طول الدورة |

### B

| | |
|---|---|
| Bias | تحيز |
| Bimodal | ثنائي المنوال |
| Binomial distribution | توزيع ذى الحدين |
| Brainstorming | عصف ذهني |

### C

| | |
|---|---|
| C-chart | خريطة عدد غير المطابقات |
| Capability Index | مؤشر مقدرة |
| Cause-and-effect Diagram | مخطط السبب والأثر |
| Center Line | الخط المركزي/الوسط في خريطة المراقبة |
| Central Limit Theorem | نظرية النهاية المركزية |
| Chance Causes ( also called common causes) | أسباب الصدفة (تسمى أسباب عامة) |
| Check Sheets | قوائم تأكد |
| Class Limits | حدود الفئة |
| Class Width | عرض الفئة |
| Common Causes ( also called chance causes) | أسباب عامة |
| Confidence Interval | فترة ثقة (تقدير بفترة) |
| Continuous Probability Distribution | توزيع احتمالي مستمر |

| | |
|---|---|
| Continuous Quality Improvement | تحسين الجودة المستمر |
| Control Chart for Attributes | خرائط مراقبة الخواص |
| Control Chart for Fraction Nonconforming (P- | خريطة نسبة عدم المطابقة |
| Control Chart for Nonconforming Units | خريطة وحدات عدم المطابقة |
| Control Chart for Nonconformities | خريطة عدد غير المطابقات |
| Control Chart for Variables | خرائط مراقبة المتغيرات |
| Control Limits | حدود المراقبة |
| Correlation | ارتباط |
| Cross Tabulation | جدولة متقاطعة |
| Cumulative Frequency | تكرار متجمع صاعد (تراكمي) |
| Cumulative Sum Chart (CUSUM) | خريطة الجمع التراكمي |
| Customer Satisfaction | رضا العميل/الزبون |

**D**

| | |
|---|---|
| Decision Interval | فترة قرار |
| Defect | عيب |
| Degrees of Freedom | درجات حرية |
| Descriptive Statistics | إحصاء وصفي |
| Discrete Probability Distribution | توزيع احتمالي متقطع/وثاب |
| Discrete Variable | متغير متقطع/وثاب |

**E**

| | |
|---|---|
| Effectiveness | الفاعلية |
| Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) | خريطة المتوسط المتحرك المرجح أسياً |

**F**

| | |
|---|---|
| Failure Mode and Effect Analysis (FMEA) | تحليل وتيرة الإخفاق والأثر |
| False Alarm Rate (FAA) | معدل الإنذار الخاطئ |
| Fast Initial Response Feature (FIR) | طريقة الاستجابة الابتدائية السريعة |
| Fish-bone diagram (also known as Cause and | رسم عظام السمكة |
| Flow Chart | خريطة تدفق |
| Frequency Distribution | توزيع تكراري |

| | |
|---|---|
| Frequency Histogram | مدرج تكراري |
| Frequency Polygon | مضلع تكراري |

**G**

| | |
|---|---|
| Gage Capability Ratio (GCR) | مؤشر نسبة مقدرة القياس |
| Gage Repeatability and Reproducibility Study (GR&R) | دراسة قابلية تكرار القياس وإعادة النتائج |
| Gauge | أداة قياس |

**H**

| | |
|---|---|
| Headstart | طريقة رأس البداية |
| Histogram | مدرج تكراري |
| Hypothesis Testing | اختبار فرض |

**I**

| | |
|---|---|
| In-Control Process | عملية تحت المراقبة |
| Individual Control Chart | خريطة مراقبة مشاهدات فردية |
| Inputs | مدخلات |
| Inspection Unit | وحدة فحص |
| Interaction Effect | تفاعل أو تأثير مشترك لمتغيرين أو أكثر |
| Ishikawa Diagram (Fish-bone) | مخطط إيشكاوا (رسم عظام السمكة) |

**K**

| | |
|---|---|
| Kappa Coefficient | معامل كابا |

**L**

| | |
|---|---|
| Lower Control Limit (LCL) | حد المراقبة السفلي |
| Lower Natural Tolerance Limit (UNTL) | حد السماح الطبيعي السفلي |
| Lower Specification Limit (LSL) | حد المواصفات السفلي |

**M**

| | |
|---|---|
| Measurement Errors | أخطاءالقياس |
| Measurement System | نظام القياس |
| Measures of Central Tendency | مقاييس النزعة المركزية |
| Measures of Dispersion Measures | مقاييس التشتت |
| Median | الوسيط |

| | |
|---|---|
| Minitab | مينتاب (برنامج تحليل إحصائي) |
| Miss Rate | معدل الإخفاق |
| Mode | المنوال |
| Moving Average | متوسط متحرك |
| Moving Average Chart | خريطة المتوسط المتحرك |
| Moving range chart | خريطة المدى المتحرك |
| Multivariate Control Chart | خريطة مراقبة لمتغيرات متعددة |

**N**

| | |
|---|---|
| Nonconforming | عدم مطابقة |
| Nonconformity | غير مطابق |
| Nonnormal Distribution | توزيع غير طبيعي |
| Normal Curve | منحنى طبيعي |
| Normal Distribution | توزيع طبيعي |
| Normal Probability Plot | رسم الاحتمال الطبيعي |
| Number of Distinct Categories (NDC) | عدد الفئات المميزة |

**O**

| | |
|---|---|
| Off-center process | عملية غير ممركزة |
| One-Sided Specification | مواصفة اتجاه واحد |
| Operating characteristic curve (OC curve) | منحنى خواص التشغيل |
| Out-of-control Process | عملية خارج المراقبة |
| Outputs | مخرجات |

**P**

| | |
|---|---|
| P-chart | خريطة نسبة عدم المطابقة |
| Parameter | معلمة |
| Pareto Diagram | رسم باريتو |
| Point Estimation | تقدير النقطة |
| Poisson Distribution | توزيع بواسون |
| Population | مجتمع إحصائي |
| Potential Capability | مقدرة كامنة |
| Prevention | وقاية |

| | |
|---|---|
| Probability | احتمال |
| Probability Density Function (pdf) | دالة كثافة احتمال |
| Process Capability Analysis | تحليل / قدرة العمليات |
| Process Control | مراقبة العملية |
| Process Performance Indices | مؤشرات أداء العملية |

**Q**

| | |
|---|---|
| Quality | جودة |
| Quality Assurance | توكيد الجودة |
| Quality Control | مراقبة الجودة |
| Quality Management | إدارة الجودة |

**R**

| | |
|---|---|
| Random-Effect Model | نموذج الأثر العشوائي |
| Random Numbers | أرقام عشوائية |
| Range | مدى |
| Range chart | خريطة المدى |
| Rank | رتبة |
| Rational Subgroup | مجموعة جزئية رشيدة |
| Reduced Model | نموذج مخفض |
| Reference Value | قيمة مرجعية |
| Relative Frequency Distribution | توزيع التكرار النسبي |
| Repeatability | قابلية التكرار |
| Reproducibility | قابلية إعادة النتائج |
| Run chart | خريطة التغيرات الزمنية |

**S**

| | |
|---|---|
| Sample size | حجم عينة |
| Sampling | معاينة |
| SAS (Statistical Analysis System) | برنامج نظام التحليل الإحصائي |
| Scatter Diagram | الرسم المبعثر / رسم الانتشار |
| Special Causes ( also called assignable causes) | أسباب خاصة |
| Specification Limits | حدود المواصفات |

| | |
|---|---|
| Specifications | مواصفات |
| Stable Process | عملية مستقرة |
| Standard Deviation | انحراف معياري |
| Standard Deviation Chart | خريطة الانحراف المعياري |
| Standardized Control Chart | خريطة مراقبة معيارية |
| State of Control | حالة مراقبة |
| Statistical process control (SPC) | الرقابة الإحصائية على العمليات |
| Statistical quality control (SQC) | مراقبة الجودة إحصائياً |
| Subgroup Size | حجم المجموعة الجزئية |

**T**

| | |
|---|---|
| Time Series | سلسلة زمنية |
| Tolerance | سماح |
| Total Quality Management (TQM) | إدارة الجودة الشاملة |
| Trial | تجربة |
| Trial Control Limits | حدود مراقبة تجريبية |
| Trimmed Mean | وسط حسابي مشذب |
| Trivial Many | كثرة تافهة |
| Two-sided Specification | مواصفة ذات اتجاهين |
| Two-Way ANOVA | تحليل التباين في اتجاهين |
| Type I error | الخطأ من النوع الأول |
| Type II error | الخطأ من النوع الثاني |

**U**

| | |
|---|---|
| Univariate Control Chart | خريطة مراقبة لمتغير واحد |
| Upper Control Limit (UCL) | حد المراقبة العلوي |
| Upper Natural Tolerance Limit (UNTL) | حد السماح الطبيعي العلوي |
| Upper Specification Limit (LSL) | حد المواصفات العلوي |

**V**

| | |
|---|---|
| Variable | متغير |
| Variance | تباين |
| Variance Components | مكونات التباين |

| | |
|---|---|
| Variation | اختلافات |
| Vital few | قلة حيوية |

**W**

| | |
|---|---|
| Weighted Average | متوسط مرجح |
| Weighting Constant | ثابت ترجيح |

## ملحق (١٠): قائمة بملفات إكسل المتضمنة في القرص المدمج

| الفصل | اسم الملف | ملاحظات |
|---|---|---|
| الثالث | المدرج التكراري | شكل (٣-٥) |
| | مخطط باريتو | شكل (٣-١٨) |
| | الرسم الصندوقي | مثال (٣-٦) |
| | شكل الانتشار والارتباط | مثال (٣-٨) |
| الرابع | خريطة الوسط الحسابي والمدى | مثال (٤-١) |
| | خريطة الوسط الحسابي والانحراف المعياري | مثال (٤-٢) |
| | خريطة الوسط الحسابي والمدى - قيم معيارية | مثال (٤-٣) |
| | خريطة الوسيط والمدى | مثال (٤-٦) |
| | خريطة المشاهدات الفردية والمدى المتحرك | مثال (٤-٧) |
| الخامس | خريطة المتوسط المتحرك | مثال (٥-١) |
| | خريطة EWMA | مثال (٥-٢) |
| | خريطة EWMA طريقة الاستجابة السريعة | مثال (٥-٢) |
| | خريطة CUSUM1 | مثال (٥-٤) |
| | خريطة CUSUM طريقة الاستجابة السريعة | مثال (٥-٥) |
| | خريطة CUSUM2 | مثال (٥-٦) |
| | خريطة CUSUM3 | مثال (٥-٧) |
| السادس | خريطة p | مثال (٦-٣) |
| | خريطة p مجموعات جزئية متغيرة | مثال (٦-٤) |
| | خريطة np | مثال (٦-٥) |
| | خريطة c | مثال (٦-٧) |
| | خريطة u | مثال (٦-٨) |
| | خريطة u مجموعات جزئية متغيرة | مثال (٦-٩) |
| السابع | طريقة المتوسط والمدى | مثال (٧-١١) |
| | طريقة تحليل التباين | مثال (٧-١٢) |
| | طريقة الجدولة المتقاطعة للبيانات الوصفية | مثال (٧-١٣) |

# المراجع

**أولاً – المراجع العربية:**

١. جوزيف جابلونسكي (تعريب عبد الفتاح السيد النعماني، ١٩٩٦م) **تطبيق إدارة الجودة الشاملة: نظرة عامة**. مركز الخبرات المهنية للإدارة (بميك)، القاهرة.

٢. حسين محمد شرارة (١٩٩٧م). **تحسين الجودة مع خفض التكلفة باستخدام خرائط المراقبة: دراسة تجريبية تطبيقية في صناعة الأدوية**. المجلة العلمية للاقتصاد والتجارة، كلية التجارة، جامعة عين شمس. ص ص ٣٤١-٤٣٦.

٣. د. حنان عبدالرحيم الأحمدي (١٤٢١هـ) **التحسين المستمر للجودة: المفهوم وكيفية التطبيق في المنظمات الصحية** دورية الإدارة العامة المجلد (٤٠) العدد الثالث.

٤. د. خالد بن سعد بن سعيد (١٩٩٧م) **إدارة الجودة الشاملة**. الرياض (بدون اسم ناشر).

٥. د. خالد بن سعد بن سعيد (١٩٩٩م) **استخدام أسلوب خرائط مراقبة الجودة في المنشآت الصحية**. مجلة جامعة الملك عبدالعزيز: الاقتصاد والإدارة؛ م١٣، ع٢، ص ص ١٣١-١٦١.

٦. أ. د. خالد بن سعد بن سعيد (٢٠٠٤م) **ستة سيجما**. الرياض (بدون اسم ناشر).

٧. أ.د. خضر كاظم حمود (٢٠٠٠م) **إدارة الجودة الشاملة**. دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، الأردن.

٨. روبرج. بوند (٢٠٠٢م) **أساسيات ضبط الجودة الاحصائي**. ترجمة حسن محمد السيد ومحمد شفيق ياسين، المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر بدمشق، الجمهورية العربية السورية.

٩. رودرك ماكينلي (ترجمة د.صلاح معاذ المعيوف ١٩٩٧م) **تحقيق الجودة: الدليل العلمي لتطبيق الجودة**. آفاق الإبداع للنشر والإعلام، الرياض.

١٠. ستيفن كوهين ورونالد براند (ترجمة د.عبد الرحمن بن أحمد هيجان ١٩٩٣م). **إدارة الجودة الكلية في الحكومة: دليل عملي لواقع حقيقي**. الإدارة العامة للبحوث – معهد الإدارة العامة، الرياض.

١١. د. سونيا محمد البكري (٢٠٠٢م) **إدارة الجودة الكلية**. الدار الجامعية، القاهرة.

١٢. د. صلاح المعيوف، وياسر العمار، وعلي العلي، وعجلان الشهري (١٤٢٢هـ) **تطبيق الجودة على نشاط الطباعة بمعهد الإدارة العامة**. تقرير غير منشور.

١٣. د. عبد الله موسى الخلف (١٩٩٧م). **ثالوث التميز: تحسين الجودة وتخفيض التكلفة وزيـادة الإنتاجيـة.** الإدارة العامة (معهد الإدارة العامة، الرياض)، المجلد السابع والثلاثون، العدد الأول، ص ص ١٢١-١٦٠.

١٤. عبدالستار مصطفى الصياح ومحمود علي الروسان (٢٠٠١م) **إدارة النوعية الشاملة**، مجلـة التعـاون الصناعي العدد (٨٤).

١٥. كوش، هيو (١٤٢٢هـ) **إدارة الجودة الشاملة: تطبيق إدارة الجودة الشاملة فـي الرعايـة الـصحية وضمان استمرار الالتزام بها.** ترجمة د. طلال بن عايد الأحمدي، مركز البحوث، معهد الإدارة العامة.

١٦. محمد توفيق ماضي (٢٠٠٢م). **تطبيقات إدارة الجودة الشاملة في المنظمات الخدمية في مجالي الصحة والتعليم: نموذج مفاهيمي مقترح.** منشورات المنظمة العربية للتنمية الإدارية، القاهرة.

١٧. د. منيف عبد المجيد حجازي (١٩٨٥م) **الضبط الإحصائي للجودة: لوحات الـضبط.** المنظمـة العربيـة للمواصفات والمقاييس (الأمانة العامة).

## ثانياً - المراجع الأجنبية:

1. Acosta-Mejia, Cesar A. (1999) Improved p charts to monitor process quality. *IIE Transactions 31 pp.509-5016.*
2. Albin, Susan L.; Kang, Lan; Shea, Gerald; (1997) An X and EWMA Chart for Individual Observations. *Journal of Quality Technology, Vol. 29, No. 1, pp. 41-48.*
3. Alt, F. B. (1985). Multivariate Quality Control. *In Encyclopedia of Statistical Sciences, Vol. 6, N. L. Johnson and S. Kotz (editors) Wiley, New York.*
4. Altman, D. G. (1991) Practical Statistics for Medical Research. *Chapman & Hall, London.*
5. Amin, Saudra G. (2001) Control Charts 101: A Guide to Health Care Applications. *Journal of Quality Management In Health Care, Vol. 9 No. 3, pp. 1-27.*
6. Amsden, Robert T. and Butler, Howard E., and Amsden, Davida M. (1998). SPC Simplified: Practical Steps to Quality. *Productivity, Inc. Portland, Oregon 97213-0390, USA.*
7. ASQC. 1983 Glossary and Tables for Statistical Quality Control. *American Society for Quality Control, Milwaukee, WI 5303.*
8. ASQ. Quality Glossary. http://www.asq.org/info/glossary/p.html (generarted 23/12/2003)
9. Automotive Industry Action Group (AIAG) (2002). Measurement Systems Analysis Reference Manual. Chrysler, Ford, General Motors Supplier Quality Requirements Task Force.
10. Automotive Industry Action Group (AIAG). AIAG History Highlights *(www.aiag.org generated on February 17, 2003)*
11. Banks, Jerry (1989). Principles of Quality Control. *John Wiley and Sons Inc., New York.*
12. Barrentine, L. B. (1991). Concepts for R&R Studies. *ASQ Quality Press, Milwaukee, WI.*
13. Basu, R. and Wright, J. N. (2003) Quality Beyond Six Sigma. *Elsevier Science*
14. Bennayn, J. C. (1998) Statistical Quality Control Methods in Infection Control and Hospital Epidemiology, Part II: Chart Use, Statistical Properties, and Research Issues. Infection Control and Hospital Epidemiology, Vol. 19 No. 4
15. Berenson, Mark L.; Levine, David M.; and Krehbiel, Timothy K. (2002) Basic Business Statistics: Concepts and Applications 8th edition. Prentice-Hall, Inc.,
16. Berk, Joseph and Berk, Susan (2000). Quality Management for the Technology Sector. *Newnes, Imprint Butterworth-Heinemann.*
17. Besterfield, Dale H. *(2001).* Quality Control. *6th Edition. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey 0748.*
18. Management. 2nd Edition, *Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, New Jersey 0748.*
19. Bissell, Derek (1994) Statistical Methods for SPC and TQM. *Chapman & Hall, London.*
20. Bissel, A. F. (1990). How reliable is your capability index. *Journal of the Royal Statistical Society C (Applied Statistics), 39, pp331-340.*
21. Betteley, Gordon; Mettrick, Neville, Sweeney, Edward, and Wilson, David (1994). Using Statistics in Industry: Quality Improvement through Total Process Control. *Prentice Hall International, UK.*
22. Box, G. E. P.; and D. R. Cox (1964) Analysis of Transfonnation. *Journal of Royal Statistical Society, Series B pp.211-243.*
23. Bowerman, Bruce and O'Connell (1997). Applied Statistics: Improving Business Processes. *IRWIN, Chicago.*
24. Bower, Keith M. and Touchton, Michelle E. Evaluating the Usefulness of Data By Gage Repeatability and Reproducibility. *http://www.minitab.com/company/VirtualPressRoom/Articles/UsingGageRR.pdf Generated from the Website on 09/05/2004.*

25. Bower, Keith M. . Measurement System Analysis with Attribute Data. http://www.minitab.com/company/VirtualPressRoom/Articles/Attribute%20Gage%20R&R%20KT %2035.pdf. Generated from the Website on 09/05/2004.
26. Boyles, R. A. (1991). The Taguchi Capability Index. *Journal of Quality Technology Vol. 27.*
27. *Burdic, R.* K , Borror, C. M., and Montgomery, D. C. (2003). A Review of Methods for Measurement Systems Capability Analysis. *Journal of Quality Technology 35, pp.342-354.*
28. Burr, John T. (1990). The Tools of Quality. Part VI: Pareto Charts. *Quality Progress, Vol. 23, No. 11 , pp 59-61.*
29. Burril, C. W. & Ledolter, J. (1999). Achieving Quality Through Continual Improvement . *John Wiley & Sons Inc.*
30. Carey, Raymond G. (2003). Improving Health care with Control Charts: Basic and Advanced SPC Methods and Case Studies. *ASQ Quality Press, Milwaukee, Wisconsin.*
31. Caulcutt, Roland (1996). Statistical Process Control (SPC). *Assembly Automation, Vol. 16, No. 4, pp.10-14*
32. Clements, John A (1989). Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions. *Quality Progress, Vol. 22, No. 9 pp. 95-100*
33. Chan, L. K. ; Cheng, S. W.; and Spring, F. A. (1988). A New Measure of Process Capability $C_{pm}$. *Journal of Quality Technology 20, pp.162-175.*
34. Chen, K. S. (1998). Incapability Index with Asymmetric Tolerances. *Statistica Sinica 8 pp. 253-262.*
35. Corrigan, Patrick H. (1997) Understanding Variation. (www.coorigan-group.com/NVDec97.htm generated on 9/10/2001 )
36. Corrigan, Patrick H. (1998) Understanding Variation Part II. (www.coorigan-group.com/NVDec97.htm generated on 9/10/2001 ).
37. Cramer, Duncan (1997). Basic Statistics for Social Research: Step-by-step Calculations and Computer Techniques Using Minitab. *Routledge, London.*
38. Crosby, Philip B. (1995). Quality without Tears: The Art of Hassle-Free Management. *McGraw-Hill, Inc.*
39. Dale, Barrie G. (1999). Managing Quality. 3rd Edition. *Blackwell Publishers, Oxford UK.*
40. Daniel, Wayne W. (1999). Biostatistics: A Foundation for Analysis in the Health Sciences. 7th edition. *John Wiley and Sons Inc., New York.*
41. Daniels, S. E.; Johnson, K. and Johnson, C. (2002). Quality Glossary. *Quality Progress. Vol. 35 No. 7 pp.43-61.*
42. Deming, W. E. (1986) Out of Crisis. *Cambridge, MA: MIT.*
43. Dielman, Terry E. (1991), Applied Regression Analysis for Business and Economics, *Boston: PWS Kent Publishing Company.*
44. Engineered Software, Inc. (1999). Repeatability and Reproducibility. Generated from http://www.engineeredsoftware.com/msa_rr.asp on 06/06/2004.
45. Evans, I. G. (1997) . A note on P-values. *Teaching Statistics, Vol. 19, pp. 22-23*
46. Evans, James R. and Lindsay William M. (2005); The Management and Control of Quality , 6th Edition. *South-Western College Publishing*
47. Farnum, Nicholas R. (1994) Modern Statistical Quality Control and Improvement. *Duxbury Press, Belmont, California.*
48. Federal Quality Institute, (1990). Federal Total Management Handbook. *Washington D. C.: United States Office of Personnel Management.*
49. Filliben, J. J. (1975). The Probability Plot Correlation Coefficient Test for Normality.

*Technometrics. Vol. 17 No. 1 , pp.111-117.*

50. Fleiss; J.L. (1981). Statistical Methods for Rates and Proportions, 2nd edition, *John Wiley & Sons.*
51. Garrity, Susan M. (1993). Basic Quality Improvement. *Prentice-Hall*
52. Garvin, D. A. (1988) Managing Quality: The Strategic and Competitive Edge. *The Free Press: A Division of Macmillan, Inc. New York.*
53. Garvin, D. A. (1987) Competing on the Eight Dimensions of Quality. *Harvard Business Review, Nov. – Dec. pp.101-109.*
54. Glimore, H. L. (1974). Product Conformance Cost. *Quality Progress.*
55. Gordon, H. and Bill, S. T. (1996) Statistical Process Control. *Management Accounting Vol. 74 No. 1 pp.34-44.*
56. Gupta, P. (2002) Go with the flow. *Printed Circuit Fabrication; San Francisco, Vol. 25 No. 1 pp.48-49.*
57. Gupta, P. Gupta, P. (2001) The ABCs of SPC, part I. *Printed Circuit Fabrication; San Francisco, Vol. 24 No.6 pp 72-730.*
58. Gupta, P. Gupta, P. (2001) The ABCs of SPC, part II. *Printed Circuit Fabrication; San Francisco, Vol. 24 No. 7 pp.64-65.*
59. Heiser, Daniel R.; and Schikora, Paul (2001). Flowcharting with Excel. *Quality Management Journal Vol. 8 No. 3 pp. 26-35.*
60. Hawkins, D. M. (1992). "Evaluation of Average Run Lengths of Cumulative Sum Charts for an Arbitrary Data Distribution." *Communications in Statistics-- Simulation. 21(4) 1001-1020*
61. Hawkins, D. M. and Olwell, D. H. (1998). Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement. *Springer-Verlag New York, Inc.*
62. Hare, Hoerl, Hromi and Snee (1995). "The Role of Statistical Thinking in Management," *Quality Progress, Feb. 1995, pp. 53-60*
63. Holmes, P. (2001) Correlation: From Picture to Formula. *Teaching Statistics, Vol 23, pp. 67-71.*
64. Hradesky, John L. (1988). Productivity and Quality Improvement: A Practical Guide to Implementing Statistical Process Control. *McGraw-Hill, Inc.*
65. Jacobs, L. W. (1998). Control Charts. (http:/www.cob.niu.edu/grad/control.html).
66. Jessenberger, J. and Weihs, C. (2000). A Note on the Behavior of $C_{pmk}$ With Asymmetric Specification Limits. *Journal of Quality Technology Vol. 32 No. 4, pp. 440-443.*
67. Joiner, Brian L. and Gaudard, Marie A. (1990). Variation, Management and W. Edwards Deming. *Quality Progress pp.29-37.*
68. Juran, J. M. and Gryna, Frank M. (1988). Juran's Quality Control Handbook. *4th Edition. McGraw Hill Book Company. New York*
69. Juran, J. M. and Gryna, Frank M. (1993). Quality Planning and Analysis. *3rd Edition. International Editions; McGraw Hill Book Company, Singapore.*
70. Kapadia, M. (2000). Measuring Your Process Capability. *Quality and Productivity e-Journal (www.symphonevtech.com).*
71. Khare, Ravindra (2003). Measurement System Analysis: A Management Perspective. *Quality and Productivity e-Journal (www.symphonevtech.com).*
72. Koch, R. (1998). The 80/20 Principle: The Secret of Achieving More with Less. *Nicholas Brealey Publishing, London.*
73. Kume, Hitoshi (1985). Statistical Methods for Quality Improvement. *The Association for Overseas Technical Scholarship (AOTS), Tokyo.*
74. Kushler, R. H. and Hurley, P. (1992). Confidence Bounds for Capability Indices' *Journal of Quality Technology 24, pp. 216-231.*

75. Kotz, S,; and Lovelace, C. R. (1998). Process Capability Indices in Theory and Practice. *Arnold, London*

76. Kotz, Samuel and Johnson, Normal L. (2002). Process Capability Indices: A Review, 1992-200. *Journal of Quality Technology. Vol. 34, No. 1, pp.2-19.*

77. Laney, David B. (1997) Improved Control Charts for Attributes. ( *http://dragonair.v365.com/6sigma/improve.htm*).

78. Lehmann, E. L. and D'Abrera, H. J. M. *Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks, rev. ed.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

79. Lind, D. A.; Marchal, W. G.; and Mason, R. D. (2001). Statistical Techniques in Business and Economics. *11th edition. McGraw-Hill, Irwin, New York, NY 110020*

80. Lindsay, Scott (1997). Improving process Flowcharting. *International Conference on Software Quality, Montgomery, AL, Vol. 7 No. 0 pp123-133.*

81. Looney, S. W. and T. R. Gulledge, Jr (1985). Use of the Correlation Coefficient with Normal Probability Plots. *The American Statistician. Vol. 39 No. 1, pp.75-79.*

82. Lucas, J. M. and Saccucci, M. S. (1990) Exponentially Weighted Average Control schemes: Properties and Enhancements. *Technometrics Vol. 32 pp.1-29.*

83. Lucas, J. M. (1982), "Combined Shewhart -CUSUM Quality Control Schemes," *Journal of Quality Technology*, 14, 51 -59

84. Lucas, J.M and Crosier , R. B. (1982). Fast Initial Response for CUSUM Quality-Control Schemes: Give Your CUSUM a Head Start, *Technometrics. 24, pp.199-205.*

85. MacCarthy, M.L. and Wasusri, T. (2002) A Review of Non-Standard Applications of Statistical Process Control (SPC) Charts. *The International Journal of Quality & Reliability Management pp.295-320*

86. Minitab Inc. (2003) Assessing Measurement System Variation. www.minitab.com/training/ TrainingSampleMeasurementSystems.pdf. *Generated on 9/6/2004.*

87. McClave, J. T.; Benson, P. G.; and Sincich, T. (1998) Statistics for Business and Economics. *7th edition. Prentice Hall International Inc.*

88. Mitra, Amitava, (1993). Fundamentals of Quality Control and Improvement. *Macmillan Publishing Co., USA.*

89. Mitra , Amitava , (1998) Fundmentals of Quality Control and Improvement *2nd edition. Prentice Hall, Upper Saddle River. New Jersey 07458.*

90. Montgomery, Douglas C. (2001). Introduction to Statistical Quality Control. *4rd Edition. John Wiley & Sons Inc.*

91. Montgomery, Douglas C. (2005). Introduction to Statistical Quality Control. *5th Edition. John Wiley & Sons Inc.*

92. Montgomery, Douglas C. (1991). Design and Analysis of Experiments. *3rd Edition. John Wiley & Sons Inc.*

93. Montgomery, D. C. ; Runger, G. C. and Hubele, N. F. (2001). Engineering Statistics. 2nd Edition. *John Wiley & Sons Inc.*

94. Montgomery, D. C. and Runger, G. C. (1999). Applied Statistics & Probability for Engineers. 2nd edition. *Jon Wiley & Sons Inc.*

95. Montgomery, D. C. and Runger, G. C. (1993). Gauge Capability and Designed Experiments. Part I: Basic Methods. Quality Engineering Vol. 6, pp.115-135.

96. Montgomery, D. C. ; Gardiner, J. S.; and Pizzano; B. A. "Statistical Process Control Methods for Detecting Small Process Shifts in Frontiers" in Lenz, H. J.; Wetherill, G. B. and Wilrich, P. T. (editors) (1987) Statistical Process Control *Vol.3 ; Physica-Verla, Heidelberg. West Germany,*

*pp.163-178.*

97. Muñoz and Nielsen (1991). "SPC: What Data Should I Collect? What Charts Should I Use?" *Quality Progress*, Vol. 24, No. 1, 50-52
98. Neville Hunt (1996) Boxplots in Excel. *The Spread User Vol. 3 No. 2.*
99. Nelson, L. S. (1984). The Shewhart Control Chart-Test for Special Causes. *Journal of Quality Technology, Vol. 16(no. 4): pp. 237-239.*
100. Owen, J. V. (1997). Conflict Over $P_{pk}$ and $C_{pk}$. *Manufacturing Engineering, Dearborn Vol. 118 No. 5 pp.20-22*
101. Parasuraman, A., Zeithaml, Valerie A., and Berry, Leonard L. (1988). SERVQUAL: A multiple-Item Scale for Measuring Consumer Perceptions of Service Quality. *Journal of Retailing, Vol. 64, No. 4. pp. 12-40.*
102. Parasuraman, A., Zeithaml, Valerie A., and Berry, Leonard L. (1985). A Conceptional Model of Service Quality and its Implications for Future Research. *Journal of Marketing Vol. 49 No. 3 pp.41-50.*
103. Parlar, M. and Wesolowsky, G. O. (1999). Specification limits, Capability Indices and Centering in Assembly Manufacture. *Journal of Quality Technology Vol. 31, pp317-325.*
104. Pearn, W. L.; Kotz, S.; and Johnson, N. L. (1992). Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology Vol. 4, pp. 216-231.*
105. Pottel, Hans (2004). Statistical Flaws in Excel. http://www.mis.coventry.ac.uk/~nhunt/pottel.pdf (Generated on 3/8/2004).
106. Rungasamy, Selvan; Antony, Fiju; and Ghosh Sid (2002). Critical Success Factors for SPC Implementation in UK Smal and Medium Enterprises: Some Key Findings from a Survey. *TQM Magazine Vol. 14 No. 4 pp.217-224*
107. Ryan , T. A. and Joiner, B. L. (1976) . Normal Probability Plots and Tests for Normality. *Statistics Department, The Pennsylvania State University.* (generated from the web site (http://www.minitab.com/resources/whitepapers/normprob.htm) (Generated 17/3/2003)
108. Ryan , T. A. (1990) Note on a Test for Normality. (generated from the web site (http://www.minitab.com/resources/whitepapers/normprob.htm) (Generated 17/3/2003)
109. Roberts, S. W. (1959). Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages. *Technometrics Vol. 1 pp.239-250.*
110. SAS Institute Inc., (1999) SAS/QC® User's Guide, Version 8. *SAS Institute Inc. Cary, NC. USA.*
111. Scherkenbach, W. W. (1991). The Deming Route to Quality and Productivity. *Rockville, MD: Mercury.*
112. Schilling, E. G., and P. R. (1976). The Effect of Nonnormality on the Control Limits of $\bar{x}$ charts . *Journal of Quality Technology. Vol. 8(4) pp. 183-188*
113. Shannon, D. Box-and-Whisker Plots with The SAS System, *Amadeus Software Limited, http://www.amadeus.co.uk/events_resources/conferences/ generated on 09/05/2004.*
114. Shewhart, W. A. (1931) Economic Control of Quality of Manufactured Product. *D. Van Nostrand Company New York.*
115. Shina, S. G. (2002) Six Sigma for Electronics Design and Manufacturing. *McGraw-Hill, New York.*
116. Stanard, C.L. (2001) Extending Minitab and Six Sigma Capability Analysis Beyond The Normal Distribution. *(http://www.crd.ge.com) generated on March 10, 2005.*
117. Sullivan, L.P. (1986) Quality Function Deployment. *Quality Progress, June, pp 39-50.*
118. Surfstat.australia: an online text in introductory Statistics ( http://www.anu.edu.au/nceph/surfstat/surfstat-home/5-1-2.html)

119. du Toit, S. H. C., Steyn, A. G. W., and Stumpf, R. H. (1986). Graphical Exploratory *Data Analysis. Springer-Verlag New York Inc.*
120. Tukey, J. W. (1977). Exploratory Data Analysis. *Addison-Wesley.*
121. Udler, M. D.; and Zaks, A. L. (1997). Use $P_{pk}$ $C_{pk}$ to reduce customer conflicts. *Manufacturing Engineering, Vol. 118 No. 3 pp.20-21.*
122. Vardeman, S. B. and VanValkenburg, E. S. (1999). Two-Way Random-Effects and Guage R&R Studies. Technometrics Vol. 41 No.3 pp.202-211.
123. Velleman, P. V., and D. C. Hoaglin (1981). ABC of EDA. *Boston: Duxbury Press.*
124. de Vries, Albert (2001) Statistical Process Controls Applied to Dairy Herd Reproduction. *Unpublished Phd Thesis, The University of Minnesota.*
125. Wang, F. K.; Hubele, N. F.; Lawrence, F. P.; Miskulin, J. D.; and Shahriari, H. (2000). Comparison of Three Multivariate Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology, Vol. 32, No. 3, pp.263-275.*
126. Walsh, Paul (2000). Targets and How to assess performance against them. *Benchmarking; Vol. 7 No. 3 pp.183-199*
127. Weldon, K. L. (2000). A simplified Introduction to Correlation and Regression. *Journal of Statistics Education, Vol. 8 no. 3.*
128. Weinberg, S. Lawncrand and Abramowitz, S. Knapp (2002) Data Analysis for the Behavioral Sciences Using SPSS. Cambridge University Press, UK.
129. Weiss, N. A, (2002). Introductory Statistics. $6^{th}$ edition.*Addison-Wesley, Bodton.*
130. Wheeler, Donald J. (1997). The Four Possibilities for Any Process. Quality Digest (Electronic version generated on 12 october 2000 from http://www.qualitydigest.com./dec97/html/spctool.html).
131. Wieringa, J. E. (1999) Statistical Process Control for Serially Correlated Data. *Capelle a/d IJssel : Labyrint Publication ; Groningen*
132. Wheeler, Donald J. and Chambers, David S. (1992). Understanding Statistical Process Control. $2^{nd}$ edition. *SPC press, Knoxville. Tennessee.*
133. Windsor, Samuel E. (2003) Attribute Gage R&R. Six Sigma Forum Magazine Vol. 2 No.4
134. Woodall, W. H., (2000). Controversies and Contradictions in Statistical Process Control (with discussion). *Journal of Quality Technology, Vol. 32, No. 4, pp.341-350.*
135. Woodall, W. H. and Montgomery, D. C. (1999). Research Issues and Ideas in Statistical Process Control. *Journal of Quality Technology. Vol. 31, No. 4; pp. 376-386.*
136. Zaidi, A. (1995) SPC: Concepts, Methodologies, and Tools. *Prentice-Hall, New Delhi.*
137. Zimmerman, Steven M. and Marjorie L. Icenogle (2003) Statistical Quality Control Using Excel. Second Edition . *ASQ Quality Press, Milwaukee, Wisconsin.*

## المؤلف في سطور

- **محمد عبدالرحمن إسماعيل محمد**
  - مواليد السودان في ٢٣/٨/١٩٦٠م

- **المؤهل العلمي:**
  - حصل على درجة الماجستير في الإحصاء من جامعة شفيلد (Sheffield Univeristy) ببريطانيا في عام ١٩٩٢م.

- **العمل الحالي:**
  - عضو هيئة تدريب بمعهد الإدارة العامة.

- **الأنشطة العلمية:**
  - كتاب تحليل الانحدار الخطي،٢٠٠١م، إصدار مركز البحوث بمعهد الإدارة العامة.
  - نشر عدة أوراق علمية في دوريات عالمية مختلفة.
  - إعداد دراسات وبحوث وأوراق عمل، والمشاركة بها في مؤتمرات ولقاءات علمية مختلفة.
  - تدريس مواد في علم الإحصاء بكلية الاقتصاد والتنمية الريفية وكلية التمريض بجامعة الجزيرة، وكلية الهندسة بجامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا.

تم التصميم والإخراج الفني والطباعة في
الإدارة العامة للطباعة والنشر بمعهد الإدارة العامة - ١٤٢٧هـ

**هذا الكتاب:**

يتناول موضوعات الرقابة الإحصائية على العمليات من خلال عرض يتميز بالشمول والسهولة والتسلسل. ويبدأ الكتاب بعرض بعض المفاهيم المهمة فى الإحصاء والجودة التى تشكل الركيزة الأساسية لموضوعات الفصول اللاحقة. ويتناول الفصل الثانى طرق الإحصاء الوصفى الأساسية ومبادئ الاحتمالات التى تساعد فى فهم واستيعاب نظريات خرائط المراقبة. ويستعرض الفصل الثالث الرسوم البيانية الأساسية المستخدمة فى مراقبة مخرجات العمليات باستثناء خرائط المراقبة التى هى موضوع الفصول من الرابع إلى السادس. أما الفصل الرابع فقد خُصص لخرائط مراقبة المتغيرات (Variable Control Charts) الأساسية، وتشمل: خرائط الوسط الحسابى والمدى، الوسط الحسابى والانحراف المعيارى، الوسيط والمدى، المشاهدات الفردية والمدى المتحرك، خريطة المراقبة للمتغيرات المتعددة. ويستعرض الفصل الخامس خرائط المتوسط المتحرك والمتوسط المتحرك المُرجّح أسياً (EWMA) والجمع التراكمى (CUSUM) للانحرافات، وذلك مما يُستخدم بصفة أساسية للكشف عن المتغيرات الصغيرة والمستمرة فى مخرجات العمليات. وفى الفصل السادس تم استعراض خرائط مراقبة الخواص (Attribute Control Charts)، وهى تشمل خرائط وحدات عدم المطابقة (p-chart و np-chart) وخرائط عدم المطابقات (c-chart و u-chart). أما الفصل السابع والأخير فيستعرض موضوعات تحليل مقدرة العمليات ونظم القياس التى تعتبر جزءاً أساسياً من برنامج تحسين الجودة.

ووضعنا في نهاية الكتاب عشرة ملاحق شملت جداول القيم الحرجة لبعض التوزيعات الإحصائية والثوابت المستخدمة فى إعداد خرائط المراقبة وطرق تحليل نظام القياس، بالإضافة إلى قائمة بالمصطلحات الإنجليزية التى تم ترتيبها هجائياً مع مقابلتها باللغة العربية.

وعُرضت المفاهيم الواردة فى الكتاب عرضاً سهلًا يساعد على التعلم الذاتى دون معاناة كبيرة. فبالإضافة إلى المعالجة النظرية المتعمقة لموضوعات الرقابة الإحصائية على العمليات تم التركيز على أمثلة وتطبيقات متنوعة مستمدة من البيئة الصناعية والخدمية. كما تم تطوير أوراق عمل في برنامج إكسل (Excel) خاصة لرسم خرائط المراقبة بحيث يمكن الاستفادة من هذه الأوراق لتصبح قوالب (Templates) لإعداد خرائط مراقبة باستخدم بيانات مختلفة عن تلك التى استُخدمت فى أمثلة الكتاب، وذلك بإجراء تعديلات طفيفة عليها.

ردمك: ٢-١٤٦-١٤-٩٩٦٠

تصميم وإخراج وطباعة الإدارة العامة للطباعة والنشر - معهد الإدارة العامة ١٤٢٧هـ